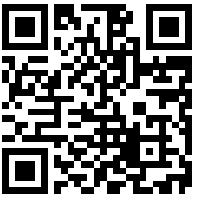
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

THE UNIVERSITY
OF ILLINOIS
LIBRARY

506
TUA
v. 57

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME CINQUANTASETTESIMO

1921-1922

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1922

Digitized by Google

Torino — Stabilimento Tipografico Vincenzo Bona

Digitized by Google

55a
TU2
v.57

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI (*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito*.
„ „	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario*.
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'Accademia Nazionale rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe, cessarono queste funzioni del Saluzzo.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario*.
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 „	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 „	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883)*. Torino, 1883, pag. 141.

578873

Digitized by Google

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.
1918, 3 febbraio	**Naccari** (Andrea) continua il triennio iniziato dal CAMERANO.
1919, 7 aprile	**Naccari** (Andrea).

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

Digitized by Google

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1921

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Naccari (Andrea), Professore emerito della R. Università di Torino, Comm. ● e ⊞. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*

Eletto alla carica il 27 aprile 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

VICE-PRESIDENTE

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di diritto ecclesiastico nella R. Università di Torino, Grand'Uff. ● e ⊞. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*

Eletto alla carica il 27 aprile 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

TESORIERE

Prato (Giuseppe), Professore ordinario di Economia politica e Scienza delle finanze nel R. Istituto superiore di Studi commerciali di Torino, ⊞. — *Via Bertola, 37.*

Eletto alla carica il 7 dicembre 1919 per il triennio dal 1° luglio 1919 al 30 giugno 1922.

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Segre (Corrado). Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Torino, ✱ e Comm. ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 85.*
Eletto alla carica l'11 aprile 1920 per il triennio dal 9 febbraio 1920 all'8 febbraio 1923.

Segretario

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Professore ordinario di Geologia e Rettore della R. Università di Torino, Comm. ✱ e ⊞. — *Torino, Palazzo Carignano.*
Rieletto alla carica il 14 dicembre 1919 per il triennio dal 16 novembre 1919 al 15 novembre 1922.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Via Principe Tommaso, 17.*
29 gennaio 1871 - 9 febbraio 1871. — Pensionato 21 marzo 1878.

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Professore emerito di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, Comm. ✱ e Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Via Sebastiano Valfrè, 14.*
29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), *predetto.*
5 dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Segre (Corrado), *predetto.*
10 febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe), Professore ordinario di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, ✱ e Comm. ⊞. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*
25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Digitized by Google

Foà (Pio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Comm. ✱, Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Corso Valentino, 40.*

3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 9 novembre 1902.

Guidi (Camillo), Professore ordinario di Statica grafica e Scienza delle costruzioni, Uff. ✱, Comm. ⊞. — *Torino, Corso Valentino, 7.*

31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*

15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Mattirolo (Oreste), Professore ordinario di Botanica nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Orto Botanico della R. Università (al Valentino).*

10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica nel R. Politecnico di Torino, Uff. ✱, Comm. ⊞. — *Torino, Via Cernaia, 40.*

9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Torino, Comm. ✱ e ⊞. — *Corso Vinzaglio, 75.*

5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Panetti (Modesto), Professore ordinario di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Comm. ✱ e ⊞. — *Via S. Francesco da Paola, 36.*

24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 27 aprile 1919.

Ponzio (Giacomo), Professore ordinario di chimica generale nella R. Università di Torino, ⊞. — *Torino, Corso Massimo d'Azeglio, 48.*

10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Sacco (Federico), Prof. ordinario di Geologia applicata nel R. Politecnico, Comm. ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele II, n° 18.*

10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Majorana (Quirino), Professore ordinario di Fisica sperimentale nella R. Università di Bologna, Comm. ✱ e ⊞. — *Bologna, Via Irnerio, 46.*

10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Herlitzka (Amedeo), Professore ordinario di Fisiologia nella R. Università di Torino, ⊞. — *Torino, Corso Re Umberto, 60.*

25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Pochettino (Alfredo), Professore ordinario di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ✱ e ⊞. — *Torino, Via Giuria, 1.*

25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Univ. di Roma, ✠, Comm. ❋, Gr. Cord. ⊛. — *Roma, Via in Lucina, 17.*
3 febbraio 1895 - 11 febbraio 1895.

Bianchi (Luigi), Professore ordinario di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, ❋, ⊛, ✠. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Professore Emerito di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Comm. ❋, Gr. Cr., Gr. Cord., ⊛, Cav. ✠. — *Pavia, Corso Vitt. Eman. 77.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Taramelli (Torquato), Professore Emerito di Geologia nella R. Università di Pavia, Gr. Uff. ⊛, Comm. ❋, Cav. ✠. — *Pavia, Via Volta, 24.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Bertini (Eugenio), Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Pisa, ❋, ⊛. — *Pisa, Lungarno Mediceo, Palazzo Schiff.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Pirotta (Romualdo), Professore ordinario di Botanica nell'Università di Roma, Comm. ⊛. — *Roma, Via Milano, 41, Istituto Botanico.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Rosa (Daniele), Professore ordinario di Zoologia ed anatomia comparata nella R. Università di Modena, ⊛. — *Modena, R. Università.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

ACCADEMICI STRANIERI

Klein (Felice), Professore nell'Università di Göttingen. — 10 gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Thomson (John Joseph), Professore nella Università di Cambridge. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Digitized by Google

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Jordan (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 12 gennaio 1896.
Mittag-Leffler (Gustavo), Professore all'Università di Stoccolma. — Id. id.
Picard (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 10 gennaio 1897.
Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 giugno 1903.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.
Bertolari (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — 24 ebbr. 1918.
Marcolongo (Roberto), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Pincherle (Salvatore), Professore nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Ricci-Curbastro (Gregorio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Severi (Francesco), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Edinburg. — 27 maggio 1894.
Cerulli (Vincenzo), Direttore dell'Osservatorio Collurania, Teramo. — 15 maggio 1910.
Boussinesq (Valentino), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — Id. id.
Levi-Civita (Tullio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Albenga (Giuseppe), Professore nella R. Università di Bologna. — 24 febbraio 1918.
Colonnetti (Gustavo), Professore nel R. Politecnico di Torino. — Id. id.
Maggi (Gian Antonio), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Mesnager (Agostino), Professore e Direttore dei Laboratori della Scuola Nazionale dei Ponti e Strade. Parigi. — 29 dicembre 1918.

Digitized by Google

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore nell'Università di München. — 14 giugno 1903.

Lorentz (Enrico), Professore dell'Università e Curatore del Laboratorio Teyler di Haarlem. — 14 giugno 1903.

Garbasso (Antonio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze. — 15 maggio 1910.

Neumann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — Id. id.

Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.

Cantone (Michele), Professore nell'Università di Napoli. — Id. id.

Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma. — 24 febbraio 1918.

Lombardi (Luigi), Professore nel Politecnico di Roma. — Id. id.

Marconi (Guglielmo), Dottore in scienze, Londra. — Id. id.

Palazzo (Luigi), Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.

Körner (Guglielmo), Professore nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — Id. id.

Dewar (Giacomo), Professore nell'Università di Cambridge. — 14 giugno 1903.

Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.

Arrhenius (Svante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — Id. id.

Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.

Haller (Albin), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nell'Università di Parigi. — 15 maggio 1910.

Engler (Carlo), Professore nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe — Id. id.

Angeli (Angelo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — 24 febbraio 1918.

Le Chatelier (Enrico Luigi), dell'Istituto di Francia, Parigi. — Id. id.

Nasini (Raffaele), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.

Piutti (Arnaldo), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.

Bruni (Giuseppe), R. Politecnico di Milano. — 15 giugno 1919.

Digitized by Google

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Capellini (Giovanni), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Bologna. — 12 marzo 1882.
Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 febbraio 1885.
Geikie (Sir Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica. — Londra, 3 dicembre 1895.
Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga. — 28 gennaio 1898.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. — 14 giugno 1903.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella "Deutsche Technische Hochschule", di Praga. — Id. id.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Kilian (Carlo), Membro dell'Istituto di Francia. Professore nell'Università di Grenoble. — Id. id.
Artini (Ettore), Professore e Direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Milano. — 24 febbraio 1918.
Brugnatelli (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
De Stefani (Carlo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento in Firenze. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Wiesner (Giulio), Professore nell'Univ. di Vienna. — 14 giugno 1903.
Mangin (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
De Vries (Ugo), Professore nella Università di Amsterdam. — 13 genn. 1918.
Bower (Federico Orpen), Professore nella Università di Glasgow. — 24 febbraio 1918.
De Toni (Giovanni Battista), Professore nella R. Università di Modena. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 febbraio 1898.
Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia naturale di Londra. — 28 gennaio 1900.

Digitized by Google

Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.
Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — 5 marzo 1905.
Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell'Università di Madrid. — 15 maggio 1910.
Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.
Albertoni (Pietro), Senatore del Regno, Professore nella Università di Bologna. — 24 febbr. 1918.
Bovero (Alfonso), Professore alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile. — Id. id.
Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento. — Id. id.
Grassi (Giovanni Battista), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Vialleton (L.), Professore di Anatomia Microscopica, Montpellier. — Id. id.

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Boselli (S. E. Paolo), Senatore del Regno, Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano, ecc., Cav. Ord. Supr. SS. Annunziata, ecc., Gr. Cord. ✱ e ⊞. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*
Rieletto alla carica il 4 maggio 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

Segretario.

Stampini (Ettore), Professore ordinario di Letteratura latina nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ⊞. — *Piazza Vittorio Veneto, 10.*
Rieletto alla carica il 4 maggio 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

ACCADEMICI RESIDENTI

Boselli (Paolo), *predetto.*
15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

De Sanctis (Gaetano), Professore ordinario di Storia antica nella R. Università di Torino, Comm. ✱ e ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Em., 44.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), *predetto.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), *predetto.*
20 maggio 1906 - 9 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Professore ordinario di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione nella R. Università di Torino, Comm. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Montebello, 26.*
17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Sforza (Conte Giovanni), Gr. Uff. ✱ e ⊞, ecc. — *Montignoso (Massa e Carrara).*
17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Digitized by Google

Einaudi (Luigi), Senatore del Regno, Professore ordinario di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino, Comm. ⊛. — *Torino, Piazza Statuto, 16.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Baudi di Vesme (Alessandro dei conti), Soprintendente alle Gallerie ed ai Musei medioevali, ecc. del Piemonte e della Liguria. — *Via dei Mille, 54.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 4 luglio 1918.

Schiaparelli (Ernesto), Direttore del R. Museo di Antichità in Torino, Uff. ✱, Comm. ⊛.
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 11 luglio 1918.

Patetta (Federico), Professore ordinario di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino. ✱, Comm. ⊛. — *Via S. Massimo, 44.*
3 maggio 1914 - 11 giugno 1914. — Pensionato 27 ottobre 1918.

Vidari (Giovanni), Professore ordinario di Pedagogia nella R. Università di Torino, Comm. ✱, Gr. Uff. ⊛. — *Via Valeggio, 15.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 23 febbraio 1920.

Prato (Giuseppe), *predetto.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 30 dicembre 1920.

Cian (Vittorio), Professore ordinario di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Comm. ⊛. — *Via G. Berchet, 2.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Pacchioni (Giovanni), Professore ordinario di diritto civile nella R. Università di Torino, ⊛. — *Via Cibrario, 54.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Valmaggi (Luigi), Professore ordinario di Grammatica greca e latina nella R. Università di Torino, Comm. ⊛. — *Via S. Secondo, 31.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Faggi (Adolfo), Professore ordinario di Storia della filosofia, Comm. ⊛. — *Torino, Corso Re Umberto, 57.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Luzio (Alessandro), Sovrintendente del R. Archivio di Stato di Torino, ✱, Comm. ⊛. — *Via Principe Tommaso, 4.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Mosca (Gaetano), Senatore del Regno, Professore ordinario di diritto costituzionale nella R. Università di Torino, Comm. ✱, Gr. Uff. ⊛. — *Torino, Corso Re Umberto, 45.*
18 gennaio 1920 — 12 febbraio 1920.

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e del R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, ✠, Uff. ✱, Comm. ▭. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*
20 marzo 1892 - 26 marzo 1892.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, Gr. Cr. ✱ e ▭. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Professore ordinario di Lingue e Letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, ✠, Comm. ✱, Gr. Uff. ▭. — *Firenze, Piazza d'Azeglio, 13.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore emerito di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, ✠, Uff. ✱, Comm. ▭, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Pigorini (Luigi), Senatore del Regno, Professore emerito di Paleoetnologia nella R. Università di Roma, ✠, Comm. ✱, Gr. Uff. ▭. — *Roma, Via del Collegio Romano, 26.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

D'Ovidio (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di Storia comparata delle letterature neo-latine nella R. Università di Napoli, ✠, Comm. ✱ e ▭. — *Napoli, Largo Latilla, 6.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Sabbadini (Remigio), Professore ordinario di Letteratura latina nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, ▭. — *Milano, Foro Bonaparte, 52.*
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Pareto (Marchese Vilfredo), Professore di Sociologia nell'Università di Lausanne (Svizzera).
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Salandra (S. E. Antonio), Deputato al Parlamento, Professore ordinario di Diritto amministrativo nella R. Università di Roma, Cavaliere dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, ✠, Gr. Cr. ✱ e ▭, ecc. — *Roma, Via Girolamo Fracastoro, 7.*
22 dicembre 1918 - 12 gennaio 1919.

Digitized by Google

ACCADEMICI STRANIERI

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Lipsia. — 29 marzo 1908 - 9 aprile 1903.

Duchesne (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Francese in Roma. — 12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Mercier (Sua Eminenza Desiderato), Arcivescovo di Malines. 23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Wilson (Woodrow Tommaso), già Professore e Rettore dell'Università di Princeton, già Presidente della Repubblica degli Stati Uniti d'America. 23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Nolhac (Pietro de), Professore nell'École pratique des hautes études di Parigi. 23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Marshall (Alfredo), già Professore nell'Università di Cambridge (Inghilterra). 23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nella Scuola Politecnica di Parigi. — 15 marzo 1896.

Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — Id. id.

Masci (Filippo), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — 14 giugno 1903.

Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.

Gentile (Giovanni). Prof. nella R. Università di Roma. — 17 maggio 1914.

Martinetti (Pietro). Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — Id. id.

Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.

Varisco (Bernardino), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Digitized by Google

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Schupfer (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 14 marzo 1886.
Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Brandileone (Francesco), Professore nella R. Università di Bologna. — 10 giugno 1906.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Filomusi-Guelfi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. emerito della R. Università di Roma. — Id. id.
Polacco (Vittorio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.
Stoppato (Alessandro), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Iannaccone (Pasquale), Prof. nella R. Univ. di Torino. — 17 maggio 1914.
Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — Id. id.
Ranelletti (Oreste), Professore nella R. Univ. di Napoli. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886
Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 febbraio 1893.
Bryce (Giacomo), Londra. — 15 marzo 1896.
Venturi (Adolfo), Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.
Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — 17 maggio 1914.
Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Lattes (**Elia**), Membro del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano. — 14 marzo 1886.
Barnabei (Felice), Roma. — 28 aprile 1895.
Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Halbherr (Federico), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Marucchi (Orazio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Paribeni (Roberto), Direttore del Museo Nazionale Romano (delle Terme). — Id. id.

Digitized by Google

Sezione di Geografia.

Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Univ. di Torino. — 31 maggio 1908.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Parodi (Ernesto Giacomo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.

Nallino (Carlo Alfonso), Professore nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia

Del Lungo (Isidoro), Senatore del Regno, Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 marzo 1890.

Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.

Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio alle Querce in Firenze. — Id. id.

Vitelli (Gerolamo), Senatore del Regno, Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.

Flamini (Francesco), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.

Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano — 26 febbraio 1911.

Rostagno (Enrico), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 23 giugno 1918.

Barbi (Michele), Professore nella R. Università di Messina (Taviano Pistoiese). — Id. id.

Galletti (Alfredo), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Digitized by Google

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico

dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1921

ELEZIONI

SOCI

Faggi (Adolfo), nell'adunanza del 6 febbraio 1921 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche si dimette da membro della Commissione per il Premio Gautieri di Letteratura (triennio 1917-1919).

De Sanctis (Gaetano) . . . . . } eletti nell'adunanza del 6 febbraio 1921
Baudi di Vesme (Alessandro) } della Classe di scienze morali, storiche e filologiche membri della Commissione per il Premio Gautieri di Letteratura (triennio 1917-1919).

Patetta (Federico), eletto nell'adunanza del 20 febbraio 1921 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche membro della Commissione per il Premio Gautieri di Letteratura (triennio 1917-1919) in sostituzione del Socio VALMAGGI dimissionario.

De Sanctis (Gaetano), eletto nell'adunanza del 10 aprile 1921 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche delegato della Reale Accademia delle scienze di Torino alla sessione annuale ordinaria del Comitato della Unione accademica internazionale a Bruxelles.

D'Ovidio (Enrico), eletto nell'adunanza del 29 maggio 1921 delle Classi Unite rappresentante l'Accademia nel Consiglio Amministrativo del Consorzio Universitario.

Somigliana (Carlo), eletto nell'adunanza del 29 maggio 1921 delle Classi Unite rappresentante l'Accademia nel Consiglio Amministrativo del R. Politecnico di Torino.

Somigliana (Carlo) . . } della Classe di scienze fisiche, matematiche e
Foà (Pio) . . . . . } naturali,
Schiaparelli (Ernesto) } della Classe di scienze morali, storiche e filo-
Prato (Giuseppe) . . . } logiche,
eletti nell'adunanza delle Classi Unite del 12 giugno 1921 per integrare la Commissione del Premio Bressa pel quadriennio 1917-1920.

Digitized by Google

MORTI

1° aprile 1916.

Willstätter (Richard). Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale ed applicata).

12 aprile 1921.

Biadego (Giuseppe), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia).

18 maggio 1921.

Buonamici (Francesco), Senatore del Regno, Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche e sociali).

12 luglio 1921.

Lippmann (Gabriele), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale).

8 novembre 1921.

Ròiti (Antonio), Socio nazionale non residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

30 novembre 1921.

Schwarz (Ermanno A.), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

13 dicembre 1921.

Noether (Massimiliano), Socio straniero della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

1° gennaio 1922.

Clamician (Giacomo), Senatore del Regno, Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Novembre 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, Direttore della Classe, D'OVIDIO, PEANO, FOÀ, GUIDI, GRASSI, SOMIGLIANA, SACCO, POCHETTINO e PARONA, Segretario della Classe.

Scusa l'assenza il Socio MATTIROLO.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza (19 giugno u. s.).

Il Senatore RUFFINI saluta i colleghi della Classe, e dà notizie dell'illustre e venerato Presidente A. NACCARI, informando che esse, se non sono ancora del tutto rassicuranti, lasciano tuttavia sperare in un miglioramento progressivo; si dice sicuro di esprimere il pensiero e il desiderio di tutti, facendo i più caldi e affettuosi voti per il prossimo ritorno ai lavori dell'Accademia del Presidente, scienziato di così alta riputazione, così amato per le sue elette virtù.

Dà comunicazione delle deliberazioni prese dal Consiglio di Amministrazione relativamente alla stampa degli *Atti*, che si inseriscono a verbale e che saranno comunicate con circolare ai Soci.

" Il Consiglio stabilisce, che ogni Socio abbia la disponi-
" bilità massima di 40 pagine complessive, di cui non più di 20

Digitized by Google

" cedibili ad estranei, le quali ultime non siano divisibili in più " di due Note.

" Il Tesoriere dovrà informare il Consiglio quando, essendo " prossimo ad esaurirsi il fondo stanziato, sembri opportuno " sospendere o ridurre tale facoltà. Per le figure e le tavole " inserite nelle Note rimangono in vigore le disposizioni vi- " genti „.

Il Presidente partecipa la morte del nostro Socio corrispondente straniero G. LIPPMANN dell'Università di Parigi, avvenuta il 12 del luglio u. s., e del Socio corrispondente nazionale prof. A. ROITI, avvenuta in Roma l'8 del corr. m. Esprime a nome della Classe il rammarico per le dolorose perdite dei due eminenti scienziati, ed avverte che, per disposizione testamentaria del compianto collega ROITI, l'Accademia dovrà astenersi dal rendere alla sua memoria l'omaggio di una commemorazione.

Presentano in omaggio:

il Socio GUIDI: due sue pubblicazioni: *Statica delle dighe per laghi artificiali* (Torino, V. Bona); *Sulla deformazione delle travi reticolari* (" Giorn. Assoc. Naz. Ing. Ital. „);

il Socio SOMIGLIANA: il N° IV del " Bollettino del Comitato glaciologico italiano „, e la sua Memoria *Sulle profondità dei ghiacciai*;

il Socio FOÀ: la sua Nota, che riassume, intitolata *Virchow in Italien*;

il Segretario: nove pubblicazioni del prof. Luigi COGNETTI DE MARTIIS (*Zur Fauna von Nord-Neuguinea; Contributo alla conoscenza del gen. " Fimoscolex „; Sulla struttura della " Phoenocora jucunda „; Oligocheti dei grandi laghi dell'Africa equat.; Eine neue Opisthodrilus — Art aus Brasilien; Oligochaeta* (spediz. Nuova Guinea), fasc. 2; *Gregarine monocistidee parassite di Oligocheti della Nuova Guinea; Oligochètes, Arcipelago indiano*), e rileva la proficua attività di questo studioso.

Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

Digitized by Google

Per la stampa negli *Atti* si presentano e sono accettate le seguenti Note:

Sul calcolo approssimato delle deformazioni di travi reticolari iperstatiche dell'ing. Ottorino Sesini, presentata dal Socio Guidi;

La legge esponenziale della probabilità nella teoria degli errori, del Comand.te A. Alessio, presentata dal Socio Somigliana;

Un opuscolo del prof. G. Guglielmo dal titolo: Intorno ad alcune dimostrazioni del prof. Grassi ed altri, Nota del Socio Grassi.

Il Socio Guidi propone alla Classe di deliberare che la Segreteria sia autorizzata a ricevere, durante le ferie accademiche, in deposito con significato di " presa di data „, lavori di Soci o di estranei presentati da Soci. Si discute al riguardo e parlano il Presidente ed i Soci D'Ovidio, Segre, Grassi, Somigliana, Sacco e Parona approvando in linea di massima la proposta, con riserva relativa al giudizio eventuale della Classe, sui lavori depositati, alla ripresa delle adunanze accademiche, e senza impegno di pubblicazione, che è subordinata alle norme generali fissate dal Consiglio di Amministrazione. Il Presidente, rilevando che si tratta di proposta che interessa le due Classi, propone che la deliberazione sia riservata al voto delle due Classi riunite. La proposta è approvata.

Digitized by Google

LETTURE

La legge esponenziale della probabilità nella teoria degli errori

Nota di A. ALESSIO
Presentata dal Socio Somigliana

Il nostro Prof. G. Castelnuovo, in un interessante capitolo di quel suo *Calcolo delle probabilità* che si è affermato opera fondamentale nello studio delle leggi del Caso, tratta delle varie giustificazioni che si possono dare sull'applicazione agli errori fortuiti della legge esponenziale della probabilità nelle prove ripetute. Egli accenna anche in modo particolare alla giustificazione fondata sugli errori elementari supposti estratti da urne paragonabili a quella che può servire come tipo nella dimostrazione della legge esponenziale suddetta.

Ma non ne dà la completa esposizione, nè a me venne fatto di trovarla altrove così concepita come mi pare che meglio convenga per rispettare nei limiti del possibile il rigore matematico e raggiungere al tempo istesso, particolarmente nella scuola, grande chiarezza.

Ecco perchè, senza pretendere di offrire cosa importante e nemmeno nuova, ho giudicato non del tutto inutile presentare le brevi considerazioni che seguono ai colleghi i quali hanno occasione di svolgere nei corsi universitari la teoria degli errori fortuiti fondandola sulla legge esponenziale della probabilità.

Digitized by Google

***

L'esame diretto degli errori fortuiti x che si presentano nelle misure di quantità fisiche, porta a concludere che la frequenza colla quale essi si presentano in un grande numero di misure, segue con grande approssimazione la legge esponenziale della probabilità nelle prove ripetute, rappresentata dall'espressione $\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$.

La semplice constatazione potrebbe bastare a farci estendere al problema degli errori fortuiti tutte le conclusioni che sono conseguenze dirette della legge esponenziale stessa. Ma non ne sarebbe paga la nostra mente, che dei fatti fisici anche bene accertati vuol conoscere le origini e le cause per avvicinarsi alla conoscenza delle leggi che regolano la vita e le funzioni dell'Universo.

L'obbedienza degli errori fortuiti alla legge esponenziale della probabilità fu giustificata in vari modi ponendo delle ipotesi più o meno numerose, le quali, in fondo, equivalgono all'ammettere altre leggi che dovrebbero essere osservate dagli errori fortuiti; tanto vale ammettere semplicemente l'ipotesi che gli errori obbediscano alla legge esponenziale, fare cioè l'ipotesi -- che corrisponde sensibilmente al fatto reale — che il fenomeno della frequenza degli errori sia rappresentato nella collettività di una data classe di misure (a cui corrisponda il valore h) dalla legge della probabilità nelle prove ripetute. Ed allora l'interesse dello studioso si concentra nel problema di stabilire quale *possa* essere la natura delle cause degli errori fortuiti per mantenere alla corrispondenza fra la loro frequenza e la legge della probabilità *a priori*, i caratteri consacrati dal teorema di Giacomo Bernoulli.

La legge esponenziale della probabilità nasce nel fatto delle prove ripetute, corrisponde cioè al presentarsi di un avvenimento A in un numero s di prove, nelle quali l'avvenimento A abbia una probabilità costante p e, conseguentemente, il suo contrario B la probabilità $q = 1 - p$; il fatto è fedelmente rappresentato dall'estrazione — ripetuta s volte — di una palla da un'urna che contenga m palle bianche ed n palle rosse iden-

Digitized by Google

tiche di costituzione, forma e peso, nella quale la palla estratta venga rimessa di volta in volta e rimescolata a caso fra tutte le altre; il fatto stesso sarebbe ancora fedelmente rappresentato se le s estrazioni fossero fatte, anzichè s volte da una stessa urna, da s urne identiche per costituzione, forma e contenuto all'urna unica. Se è $p = \frac{m}{m+n}$ la probabilità *a priori* che alla estrazione si presenti una palla bianca — avvenimento A — (e per ciò $q = \frac{n}{m+n}$ la probabilità che si presenti invece una palla rossa — avvenimento B —), p (e q) non essendo molto discosti da $\frac{1}{2}$, la legge esponenziale della probabilità ci dice che è

$$P = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 r^2}, \qquad (1)$$

la probabilità che nelle s estrazioni (per s sufficientemente grande) sia $\alpha \mp r$ la frequenza colla quale si presenta l'avvenimento A e $\beta \pm r$ quella colla quale si presenta l'avvenimento B, dove $\alpha = ps + \omega$ e $\beta = qs - \omega$ (ω frazione propria positiva o negativa) rappresentano le frequenze che hanno la probabilità massima, e sono sensibilmente proporzionali alle rispettive probabilità *a priori* degli avvenimenti A e B; ed h ha l'espressione $h = \sqrt{\frac{s}{2\alpha\beta}}$ ed è prossimamente eguale a $\sqrt{\frac{1}{2pqs}}$, ossia ad una frazione positiva che diminuisce col crescere di s.

Orbene, la probabilità di un determinato valore x dell'errore fortuito che può presentarsi in una data classe di misure — definita dal valore h — sarebbe pure *rigorosamente* rappresentata da $\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$, qualora le cause degli errori agissero nel modo seguente.

Chiamando $\frac{\epsilon}{2}$ un errore elementare il quale assumendo valore positivo o negativo e moltiplicandosi possa dar luogo ad un errore x qualunque — in valore e segno —, ogni possibile causa di errore sia rappresentata da un numero σ di urne, identiche per forma e contenuto, contenenti ciascuna un

Digitized by Google

numero m di palle bianche ed un numero $n = m$ di palle rosse; le palle bianche corrispondano ad un valore positivo $+\frac{\epsilon}{2}$ dell'errore elementare e le palle rosse ad un valore negativo $-\frac{\epsilon}{2}$ dello stesso errore elementare.

All'atto della misura ogni causa dà da ogni sua urna una palla (un errore elementare); l'errore della misura, x, è rappresentato dalla somma degli errori elementari estratti, ossia da $\pm 2r\frac{\epsilon}{2} = \pm r\epsilon$, — che possiamo anche porre $= \pm r$ assumendo come unità l'errore ϵ —, dove r ha il significato precisato già per la formula (1); la probabilità di questo errore x è rigorosamente espressa da $\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$, essendo $h = \sqrt{\frac{1}{2pqs}} = \sqrt{\frac{2}{s}}$ $\left(\text{perchè } p = q = \frac{1}{2}\right)$, s eguale al numero totale delle urne, ossia $= \Sigma\sigma_i$ ed i eguale al numero delle cause di errore.

In tal modo ognuna delle i cause ha la probabilità massima $= \sqrt{\frac{2}{\pi\sigma_i}}$ di dare un contributo $= 0$ all'errore complessivo ed una probabilità $= \sqrt{\frac{2}{\pi\sigma_i}} e^{-\frac{2}{\sigma_i}r_i^2}$ di dare un contributo $\pm r_i$ (supposto sempre $\epsilon = 1$); ed il complesso delle cause ha la probabilità massima $= \sqrt{\frac{2}{\pi s}}$ di dare un complessivo errore $= 0$, e la probabilità $= \sqrt{\frac{2}{\pi s}} e^{-\frac{2}{s}r^2}$ di produrre un errore $\pm r = x$.

La particolare classe di misure è tanto più precisa quanto più piccolo è il numero s delle urne che contribuiscono alla produzione dell'errore — e per ciò quanto più grande è il valore $h = \sqrt{\frac{2}{s}}$ —; ma, come è noto, il numero s deve essere sufficientemente grande perchè sia lecita l'applicazione delle formule e delle considerazioni che condussero a stabilire la legge esponenziale della probabilità; il che è come dire, implicitamente — come in realtà è ammesso nella teoria degli errori — che per mantenere agli errori il carattere casuale è necessario ammettere che essi dipendano da un numero sufficientemente grande di cause agenti in modo fortuito.

Digitized by Google

In una numerosa serie di misure dirette di una stessa quantità, la probabilità massima, nello schema disegnato, essendo quella che si presenti un errore (medio) $= 0$, senz'altro rimane giustificato il fatto di ritenere come più probabile quel valore, della quantità incognita che si misura, il quale rende appunto $= 0$ la somma algebrica degli errori residui; e così rimane giustificato, per questo tipo di determinazioni, il procedimento di ricavare il valore dell'incognita facendo la media semplice dei risultati ottenuti da ogni misura; procedimento che, come si sa, è anche in accordo col principio dei minimi quadrati.

Digitized by Google

Sul calcolo approssimato delle deformazioni di travi reticolari iperstatiche

Nota dell'Ing. OTTORINO SESINI

Presentata dal Socio Guidi

Nella trattazione di sistemi reticolari presentanti un gran numero di aste sovrabbondanti, e perciò non facili a calcolarsi in modo rigoroso, è frequente l'uso di ricorrere a dei postulati che, per mezzo della decomposizione del sistema effettivo in altri più semplici, dànno modo di determinare approssimativamente, sia gli sforzi nelle aste, sia le deformazioni del sistema effettivo.

Così, dato il caso (frequente in pratica) di una trave reticolare, composta di correnti, montanti, diagonali discendenti verso destra e diagonali discendenti verso sinistra, si decompone la trave reale T, nelle due T' e T'', aventi l'una correnti, montanti e diagonali discendenti verso destra; l'altra correnti, montanti e diagonali discendenti verso sinistra.

Per la ricerca degli sforzi nelle aste di T, si ammette che essi siano uguali:

Per le aste comuni a T' e T'' (correnti e montanti) alla somma degli sforzi trovati per le travi T' e T'' caricate con metà del carico reale;

Per le aste non comuni (diagonali) agli sforzi trovati in T' o T'', pure caricate con metà del carico.

Per la ricerca degli abbassamenti dei nodi, si può invece ammettere che essi siano uguali alla media aritmetica degli abbassamenti che si hanno in T' e T'', quando queste siano caricate ciascuna con metà del carico reale, e alle aste non

Digitized by Google

comuni si attribuisca la sezione che effettivamente hanno, alle aste comuni (montanti e correnti) sezione metà di quella effettiva.

Questo secondo postulato, sebbene possa sembrare equivalente al primo relativo agli sforzi, in realtà non si accorda completamente con esso, e può talvolta dar luogo a valutazioni eccessive, specialmente per le deformazioni dovute ai montanti, come ebbe a rilevare il prof. C. Guidi, in un recente confronto fra i risultati ottenuti coll'applicazione di detto postulato, e quelli forniti da altri metodi di calcolo.

Risultato più approssimato al vero si ottiene riferendosi, per il calcolo delle deformazioni, agli sforzi determinati mediante il primo postulato, il quale, pur non essendo rigoroso, è universalmente ammesso, e dà in generale risultati soddisfacenti.

Il metodo che si propone è perciò il seguente:

Si calcolano gli sforzi S nelle aste, applicando il relativo postulato.

In base a tali sforzi ed alle sezioni effettive si calcolano le variazioni di lunghezza Δs delle aste.

Per mezzo di tali Δs si determinano le deformate delle due travi componenti T' e T''.

Se il regime ammesso per gli sforzi e relative deformazioni fosse congruente, le due deformate dovrebbero evidentemente coincidere; invece, data l'inesattezza del postulato ammesso, vi sarà in generale fra le due una leggera differenza, che può dare un'idea dell'attendibilità delle ipotesi fatte.

Come deformata effettiva noi potremo assumere la media aritmetica fra le due deformate sopra dette.

La differenza fra i due metodi può esser messa in luce mediante l'applicazione del teorema dei lavori virtuali.

Debbasi calcolare la linea d'influenza dell'abbassamento del nodo m della trave T. Pongo in m un carico 1 e determino la deformata del corrente caricato.

Applicando il primo metodo (media degli abbassamenti), scompongo la trave T nelle due T' e T'', su ciascuna delle quali pongo un carico $\frac{1}{2}$ nel nodo m; determino quindi gli abbassamenti δ_n' e δ_n'' di un nodo generico n di T' e T''.

Digitized by Google

Il carico $\frac{1}{2}$ posto in m (condizione reale di carico) produca in T' e T'' rispettivamente gli sforzi:

S_m', S_m'' per le aste comuni alle due travi (correnti e montanti),
Z_m', Z_m'' „ non comuni „ (diagonali).

Il carico 1 posto in n (condizione fittizia di carico) produca in T' e T'' rispettivamente gli sforzi:

S_n', S_n'' per le aste comuni,
Z_n', Z_n'' „ non comuni.

Se con s indico la lunghezza di un'asta, con F la sua sezione effettiva, con E il modulo d'elasticità del materiale, ammessi i vincoli rigidi, il teorema dei lavori virtuali dà per δ_n' e δ_n'' i valori:

$$\delta_n' = \sum S_n' S_m' \frac{s}{E\frac{F}{2}} + \sum Z_n' Z_m' \frac{s}{EF} \quad \left(\text{alle aste comuni si è attribuita sezione } \frac{F}{2}\right)$$

$$\delta_n'' = \sum S_n'' S_m'' \frac{s}{E\frac{F}{2}} + \sum Z_n'' Z_m'' \frac{s}{EF}.$$

Il primo metodo darebbe quindi per l'abbassamento del nodo n il valore:

$$\delta_n = \frac{\delta_n' + \delta_n''}{2} = \sum S_n' S_m' \frac{s}{EF} + \sum S_n'' S_m'' \frac{s}{EF} + \\ + \frac{1}{2} \sum Z_n' Z_m' \frac{s}{EF} + \frac{1}{2} \sum Z_n'' Z_m'' \frac{s}{EF}.$$

Applichiamo invece il secondo metodo proposto.
Come sforzi effettivi nelle aste assumeremo i valori:

$S_m' + S_m''$ per le aste comuni; Z_m' e Z_m'' per le aste non comuni.

I Δs corrispondenti sono:

$$(S_m' + S_m'')\frac{s}{EF}; \qquad Z_m' \frac{s}{EF}; \qquad Z_m'' \frac{s}{EF}.$$

Gli abbassamenti d_n', d_n'' del nodo n di T' e T'' prodotti

Digitized by Google

dai suddetti Δs, si possono esprimere, sempre mediante il teorema dei lavori virtuali, con:

$$d_n' = \sum S_n' (S_m' + S_m'') \frac{s}{EF} + \sum Z_n' Z_m' \frac{s}{EF}$$
$$d_n'' = \sum S_n'' (S_m' + S_m'') \frac{s}{EF} + \sum Z_n'' Z_m'' \frac{s}{EF};$$

d_n' e d_n'' dovrebbero essere uguali; in generale risulteranno alquanto diversi. Come abbassamento effettivo assumiamo:

$$d_n = \frac{d_n' + d_n''}{2} = \frac{1}{2}\left[\sum (S_n' + S_n'') (S_m' + S_m'') \frac{s}{EF} + \right.$$
$$\left. + \sum Z_n' Z_m' \frac{s}{EF} + \sum Z_n'' Z_m'' \frac{s}{EF}\right];$$

d_n differisce da δ_n prima calcolato, solo per i termini relativi alle aste comuni; la differenza è data da:

$$\delta_n - d_n = \frac{1}{2} \sum (S_n' - S_n'') (S_m' - S_m'') \frac{s}{EF}$$

che in generale non è uguale a 0.

Se vogliamo avere l'abbassamento del nodo m, basta sostituire a S_n' $2S_m'$; a S_n'' $2S_m''$, e così per le Z; si avrà:

$$\delta_m - d_m = \sum (S_m' - S_m'')^2 \frac{s}{EF},$$

termine sempre positivo.

In conclusione, le due deformate (o linee d'influenza) differiscono generalmente l'una dall'altra; l'ordinata su m è sempre maggiore per la linea ottenuta col primo metodo. Tale differenza dipende specialmente dalle aste comuni, che nelle travi T' e T'' sono sollecitate in modo molto diverso (montanti).

Ed invero è evidente che i montanti trovandosi, in generale, notevolmente sollecitati (in sensi opposti) nelle due travi T' e T'', possono dar luogo a notevoli abbassamenti positivi δ_m' e δ_m'' di m, che non scompaiono naturalmente nel fare la media; mentre nella trave effettiva i montanti stessi, non trovandosi che poco o nulla sollecitati, non possono dar luogo ad abbassamenti notevoli.

Digitized by Google

Queste conclusioni concordano coi risultati pratici, in modo tanto più evidente quanto più i montanti, in vista della loro debole sollecitazione, sono sottili e perciò deformabili.

Ad illustrazione di quanto si è detto, si è fatta un'applicazione ad una trave molto semplice, a correnti paralleli, semplicemente appoggiata alle estremità, di m. 20 di luce, in 10 campi di lunghezza $\lambda = $ m. 2 ciascuno, di altezza $h = $ m. 2. Lunghezza delle diagonali $d = $ m. 2,83.

Sezione delle aste (per metà trave):

correnti: pei campi 1, 2, 3 $F = $cm² 89, pei campi 4, 5 $F = $cm² 113
diagonali: „ 1, 2, 3 $F = $cm² 25 „ 4, 5 $F = $cm² 18

montante 0 (sulla spalla) $F = $ cm² 106
montanti 1, 2, 3, 4, 5 $F = $ cm² 24.

Scompongo la trave nellá T', con diagonali discendenti verso destra, e T'', con diagonali discendenti verso sinistra.

Volendosi la linea d'influenza dell'abbassamento del nodo di mezzo pongo un carico $\frac{1}{2}$ su tale nodo in T' e T''.

Posto:

M_n = momento intorno al nodo ennesimo;
Δo_n = variazione di lunghezza dell'asta n del corrente sup. di T';
Δu_n = „ „ „ „ „ inf. di T';
$\Delta d_n = \frac{\Delta' d_n}{\sqrt{2}}$ „ „ della diagonale ennesima di T';
Δh_n = „ „ del montante ennesimo di T';

ed attribuendo analogo significato ai simboli:

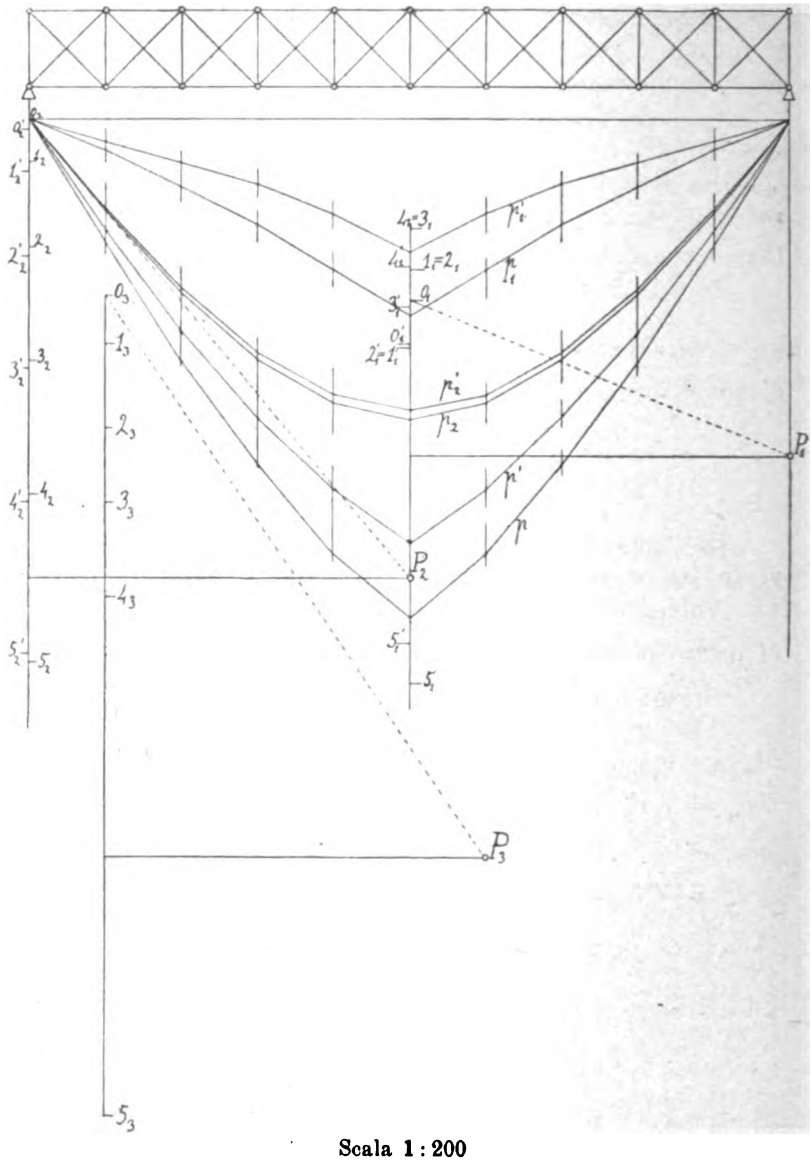
δo_n; δu_n; δd_n e δh_n per la trave T'',

si ha (*):

$$E\Delta o_n = -E\delta u_n = -2\frac{M_n}{F} \qquad E\Delta u_n = -E\delta o_n = 2\frac{M_{n-1}}{F}$$

(*) V. C. Guidi, *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni — Esercizi.* — 1920, pag. 240.

Digitized by Google



Scala 1 : 200

Linee d'influenza dell'abbassamento del nodo centrale.
Ordinate al vero per un carico viaggiante di 100 t.

p_1 **abbassamenti dovuti al taglio;** p_2 **abbassamenti dovuti al** M_f **(1° metodo)**
p_1' **„ „ „** p_2' **„ „ „ (2° metodo)**
p **„ totali (1° metodo);** p' **„ totali (2° metodo).**

Digitized by Google

$$E\Delta' d_n = -E\delta' \partial_n = 2\,\frac{M_n - M_{n-1}}{F}\sqrt{2} \qquad E\Delta h_n = 2\,\frac{M_n - M_{n+1}}{F}$$

$$E\delta h_n = 2\,\frac{M_n - M_{n-1}}{F}\,.$$

Applicando il primo metodo, i pesi elastici w che dànno la deformata di T (w = media di w' e w'', pesi elastici trovati per T' e T'') sono forniti dalla formula:

$$w_n = \frac{1}{\lambda}\Big[\Delta u_{n+1} - \Delta o_n + \Delta' d_n - \Delta' d_{n+1} + \\ + \frac{1}{2}(\Delta h_n - \Delta h_{n-1} + \delta h_n - \delta h_{n+1})\Big]\,.$$

Si trovano i seguenti valori (unità cm. e t.):

Nodo	1	2	3	4	5
$100\,Ew =$	0,32	2,25	1,91	3,54	16,45.

Procedendo col secondo metodo si dovranno considerare le variazioni di lunghezza:

$$\Delta_1 u_n = \frac{1}{2}(\Delta u_n + \delta u_n) \qquad \Delta_1 o_n = \frac{1}{2}(\Delta o_n + \delta o_n)$$

$$\Delta_1 h_n = \frac{1}{2}(\Delta h_n + \delta h_n) \qquad \frac{\Delta' d_n}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad \frac{\delta' \partial_n}{\sqrt{2}}\,.$$

Con queste si calcolano per T' e T'' i pesi elastici:

$$w_1'_n = \frac{1}{\lambda}[\Delta_1 u_{n+1} - \Delta_1 o_n + \Delta' d_n - \Delta' d_{n+1} + \Delta_1 h_n - \Delta_1 h_{n-1}],$$

$$w_1''_n = \frac{1}{\lambda}[\Delta_1 u_n - \Delta_1 o_{n+1} + \delta' \partial_{n+1} - \delta' \partial_n + \Delta_1 h_n - \Delta_1 h_{n+1}].$$

La media fra w_1' e w_1'' ci dà i seguenti valori di $w_1 \times 100\,E$:

Nodo	1	2	3	4	5
$100\,Ew_1 =$	1,24	2,25	1,85	2,50	13,92.

Portati i pesi elastici $w \times 100\,E$ e $w_1 \times 100\,E$ su due rette delle forze (*), nell'unità = cm. 0,5, proiettando ciascuna retta

(*) Sono state in realtà costruite separatamente le deformate p_2 e p_2' dovute al momento flettente, e p_1 p_1' dovute allo sforzo di taglio, per far meglio vedere che la differenza più sensibile è dovuta alle aste di parete, Le p e p' risultano dalla somma delle precedenti.

Digitized by Google

delle forze da una distanza polare di cm. 5, e connettendo le verticali dei nodi con due poligoni funicolari, dato che il disegno è in scala $\frac{1}{200}$, si ottengono le linee d'influenza dell'abbassamento del nodo 5 con ordinate al vero per un carico viaggiante di 100 t., quando si supponga $E = 2000 \frac{\text{t.}}{\text{cm}^2}$.

Si è indicata con p la linea d'influenza ottenuta col primo metodo, con p' quella ottenuta col secondo metodo.

Le ordinate in mezzeria sono rispettivamente:

1° metodo mm. 65,83,
2° „ „ 56,09.

È stato pure eseguito, per confronto, il calcolo esatto della trave valendosi del teorema dei lavori virtuali. Assumendo come incognite iperstatiche le tensioni nelle diagonali discendenti verso sinistra nella metà destra e verso destra nella metà sinistra, le incognite stesse, data la simmetria, si sono ridotte a 5.

Gli sforzi che si vengono così a trovare nelle aste, coincidono quasi con quelli dati dal metodo approssimato, eccetto che per le aste di parete dei due campi di mezzo, per le quali vi è qualche differenza (di circa il 20 % pel montante di mezzo).

I pesi elastici determinati per mezzo delle variazioni di lunghezza dovute a tali sforzi, risultano naturalmente gli stessi, sia che si consideri la trave T', sia che si consideri la T'', ed hanno i seguenti valori:.

Nodo	1	2	3	4	5
$100\,E w_0 =$	1,27	2,23	1,96	2,51	13,71.

Il poligono d'inflessione che ne risulta (retta delle forze 3, polo P_3) non differisce sensibilmente dal p', tanto che nella tavola non si è potuto tracciarlo distinto.

L'ordinata massima risulta di mm. 55,90, e concorda quindi molto bene con quella ottenuta col secondo metodo.

Torino, 30 luglio 1921.

Digitized by Google

Un opuscolo del prof. G. Guglielmo dal titolo:

Intorno ad alcune dimostrazioni del prof. Grassi e di altri

Nota del Socio nazionale residente GUIDO GRASSI

Fin dal dicembre 1917 io presentai a questa Accademia una Nota intitolata *A proposito di due note del prof. Guglielmo sulla legge di Poisson e sulla esperienza di Clément e Desormes.* In quelle due note, pubblicate nel " Nuovo Cimento „, il prof. Guglielmo riproduceva in gran parte cose già contenute in alcuni scritti precedenti, che avevano dato luogo a qualche mia critica; ed io, appunto col mio scritto del dicembre 1917, confutate le obiezioni del prof. Guglielmo, concludevo riconfermando le mie critiche.

Al principio dello scorso giugno, tre anni e più dopo la pubblicazione della mia Nota, il prof. Guglielmo dava alle stampe un opuscolo dal titolo *Pubblicazioni dell'Istituto di Fisica della Università di Cagliari — Intorno ad alcune dimostrazioni del prof. Grassi e di altri*; dove, ripresa la polemica intorno alle mie osservazioni, attacca acerbamente la mia Nota inserita negli *Atti* di questa Accademia.

Io avrei risposto subito, appena ricevuto l'opuscolo, se non fosse stata la circostanza che, essendo nello stesso opuscolo attaccato anche il prof. Ascoli, per una sua Nota sullo stesso argomento, pubblicata nel " Nuovo Cimento „, io desideravo sentire anche il suo parere prima di fare qualunque manifestazione. Se non che dovetti attendere per potermi abboccare coll'Ascoli fino agli ultimi di giugno, quando le adunanze dell'Accademia erano già sospese.

Digitized by Google

Ed ora ecco quanto credo opportuno far conoscere all'Accademia.

Nell'opuscolo ricordato buona parte di ciò che il prof. Guglielmo scrive, per demolire le mie critiche, non è che una ripetizione di quanto egli aveva già scritto nelle sue note precedenti, alle quali io avevo già replicato colla mia del dicembre 1917. Il resto è una continua divagazione infarcita di nuove inesattezze ed errori, condita anche di espressioni, che mi limiterò a dire poco cortesi, ma delle quali non val la pena di tener conto.

Sarebbe dunque tempo perso il ritornare a discutere punto per punto l'opuscolo del prof. Guglielmo, per mettere in rilievo l'insussistenza delle sue stravaganti obiezioni alla mia critica ed anche alle Note del prof. Ascoli e dell'ing. Fossa Mancini. Sorretto anche, ad abbondanza, dal parere di autorevoli colleghi, concludo semplicemente colla dichiarazione che a quanto scrissi nella mia Nota surricordata non ho da mutare una sillaba.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 27 Novembre 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. GAETANO DE SANCTIS

Sono presenti i Soci BAUDI DI VESME, SCHIAPARELLI, PATETTA, PACCHIONI, VALMAGGI, FAGGI, LUZIO, e STAMPINI Segretario della Classe.

Scusano l'assenza i Soci EINAUDI e PRATO.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 26 giugno u. s.

Il Presidente rivolge un saluto ai Soci, augurando un anno accademico fecondo di risultati scientifici. Informa la Classe dello stato di salute del nostro venerato Consocio Andrea NACCARI, Presidente dell'Accademia, che è in via di notevole miglioramento, e gli manda, col vivo assenso della Classe, i più calorosi auguri di prossima guarigione.

L'Accademico Segretario dà comunicazione alla Classe delle deliberazioni prese dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia relativamente alla stampa degli *Atti*. Per ora, e sino a contraria disposizione, ogni Socio nazionale avrà, per l'anno accademico che oggi si apre, la disponibilità massima di 40 pagine complessive, delle quali potrà cedere non più di 20 ad altre persone, in guisa che non costituiscano più di due Note. Inoltre informa la Classe che il Ministero dell'Istruzione ha già disposto per il pagamento della somma promessa di lire 15000,

Digitized by Google

quale suo contributo alle spese di stampa del volume accademico di studi concernenti Dante Alighieri.

Sono presentate alla Classe dall'Accademico Segretario le pubblicazioni seguenti pervenute alla Classe: 1° del Socio nazionale Giovanni SFORZA, *Il Granduca di Toscana Leopoldo II ed i suoi vecchi ministri* (" Rass. stor. del Risorgimento „, 1920); *Il Battaglione universitario Toscano a Reggio* (Studi di Storia ecc. in onore di Naborre Campanini, 1921); *L'Assedio di Mantova del 1848. Episodi e aneddoti* (" Il Risorg. Ital. „, vol. XIII, fasc. III-IV); 2° del Socio corrispondente Cosimo BERTACCHI, *La Trilogia dell'Atomo. Poemetto scientifico* (Torino, Chiantore, 1921); *Giuseppe Regaldi viaggiatore e geografo* (Estr. dalla riv. " La Geografia „, 1921); 3° del Socio corrispondente C. A. NALLINO, *Gli Studi di E. Carusi sui diritti orientali* (Estr. dalla " Rivista degli Studi orientali „, vol. IX, 1921); 4° quale dono della Reale Accademia dei Lincei (Commissione per gli Atti delle Assemblee Costituzionali Italiane), *Consigli della Repubblica Fiorentina* (Volume Primo, Parte Prima, 1301-1307, per cura di Bernardino BARBADORO con una premessa di Isidoro DEL LUNGO, Bologna, Zanichelli, 1921). La Classe rende grazie ai donatori.

Il Socio FAGGI presenta per la stampa negli *Atti*, col consenso della Classe, una *Nota* del Socio corrispondente Cosimo BERTACCHI, intitolata *Il prof. Enrico Dal Pozzo di Mombello autore di un " Inno all'Atomo „*, e l'Accademico Segretario presenta per lo stesso scopo un'altra *Nota* del Socio nazionale Giovanni SFORZA, dal titolo *Un principe di Massa poeta (Carlo Cybo Malaspina).*

Dopo una comunicazione dell'Accademico Segretario relativa al compimento del vol. LXVI delle *Memorie* con la stampa della parte spettante alla nostra Classe, si leva la seduta.

Digitized by Google

LETTURE

Il prof. Enrico Dal Pozzo di Mombello autore di un "Inno all'Atomo„

Nota del Socio corrispondente prof. COSIMO BERTACCHI

Dopo la pubblicazione della " Trilogia de l'Atomo „ fatta in Torino l'estate scorsa, e di cui un esemplare venne presentato a questa Reale Accademia, sono venuto a conoscenza di un'altra poesia sullo stesso argomento, pure in versi sciolti, uscita anonima in Firenze, fin dal 1881.

Il prof. Ercole Giacomini me ne diede notizia da Bologna nel passato Agosto e mi inviò l'opuscolo accompagnato da un Discorso su l'Atomo, pronunziato a Perugia nel 1881 dal Prof. Enrico Dal Pozzo di Mombello, che se ne dichiarava l'Autore. E in pari tempo mi dava comunicazione di alcuni dati sulla famiglia e sul luogo di nascita dell'autore dell'inno.

In tutto questo lavoro di notizie e invio di opuscoli (fra i quali anche una commemorazione del prof. Giulio Valenti pronunziata il 9 giugno 1894 in Perugia), parmi specialmente commovente l'affettuosa sollecitudine del prof. Ercole Giacomini verso la memoria del suo antico Maestro, che professava la Fisica sperimentale nella libera Università di Perugia quando egli vi era studente nel 1° anno di Medicina.

Enrico Dal Pozzo nacque in Torino il 24 marzo 1822 dal Conte Ludovico e dalla Marchesa Giuseppina Cornaggia De' Medici. Compiuti i suoi studi in Torino, fu professore nel Collegio Ducale di Parma, fra il 1843 e il '49, ove insegnò matematica e fisica. Passò a Livorno nel 1850 come insegnante di fisica di Liceo, e nel '60 venne nominato alla Cattedra di Fisica Sperimentale all'Università di Perugia dal R. Commissario G. Pepoli. Ebbe

Digitized by Google

poi l'incarico della Geologia e, nel 1888-89, fu preside della Facoltà di Medicina. Morì di apoplessia il 31 gennaio 1892.

Nato di gente patrizia piemontese in quella prima metà del secolo XIX in cui ogni famiglia soleva dare uno dei figli all'Esercito, un altro alla Chiesa, Enrico Dal Pozzo fu destinato al sacerdozio e vestì l'abito di Barnabita.

Ma il suo temperamento di novatore (come si esprime il biografo dal quale tolgo queste notizie) mal consentendo i vincoli di quell'abito, lo indusse ad uscire dagli ordini religiosi per professare la scienza con quella libertà che egli credeva necessaria alla dignità del filosofo. A noi non compete di indagare se egli nella valutazione morale di questo atto sia andato oltre le necessità rigorose della scienza, che pure con onore fu sempre liberamente professata da illustri scienziati rimasti fedeli agli ordini ecclesiastici. È certo però che egli, nella sua indiscutibile rettitudine, a ciò non fu mosso se non da un creduto dovere di lealtà verso sè medesimo innanzi al dissidio fra il pensiero, come egli lo intese, e la fede, come deve esser professata nella Chiesa ufficiale. Però è bene osservare che egli non fu propriamente materialista secondo la moda degli anni in cui tanti giovani leggevano le opere del Büchner e imperava nelle nostre scuole il verbo di Moleschott; ma piuttosto egli fece sua una dottrina, che voleva essere una forma di positivismo scientifico, senza esclusione delle più alte idealità.

Il prof. Giacomini mi fa sapere che il suo benamato Maestro scrisse un Trattato di Fisico-chimica secondo la teoria dinamica, occupandosi specialmente delle azioni molecolari. Altri lavori di lui sono: — *Il mezzo sidereo*, conferenza, 1883; — *L'universo invisibile*, studii fisici, 1885; — *Meccanismo, o funzione della memoria organica*, 1886; — *Luce e calore*, 1887; — *L'Evoluzione geologica, animale ed umana*, 1887. Quest'ultima pubblicazione comprende solo una parte del grande manoscritto presentato al *Concorso Bufalini* e dichiarato vincitore del premio.

Il Dal Pozzo è pure autore di una traduzione della celebre opera del Volney " Le rovine „; e si occupò con particolare interesse di alta speculazione scientifica, da cui scaturì l'*Inno all'Atomo* con il Discorso che ne forma il commento.

La lettura dell'Inno, pubblicato in Firenze in una edizione per verità troppo modesta (dalla Casa Le Monnier), mi fece subito

Digitized by Google

accorto del mancato successo dovuto a circostanze di vario genere. Oltre al fatto che non sembra abbia l'Autore saputo affidarlo ad un competente organo di diffusione, per poco che si scorra quelle pagine, non sarà difficile riconoscere che egli troppo poco si curò della forma artistica, onde il suo endecasillabo procede impacciato nelle difficoltà dei concetti, e raramente presenta quella pronta luminosità e trasparenza di immagini che è necessaria per imprimersi nell'anima del lettore. Al vigore del pensiero non sempre si accompagna la forza del numero sonoro e l'evidenza della rappresentazione descrittiva. Ciò non ostante la concezione non manca di peculiarità sue, e non v'ha dubbio che merita una notizia da parte di chi ha pur trattato or ora l'identico tema, come epilogo di analoghe meditazioni.

Nell' " Atomo „ del prof. D. P. si accenna ripetutamente agli " spazii „ che devono esistere fra le parti ultime dei corpi; ma non sembra però ammettere un " vuoto cosmico „ che fra gli atomi forma uno dei cánoni della dottrina Epicurea quale è stata delineata nel grande Poema Lucreziano:

Possibil or non è, se v'è difetto
Di spazio fra le parti della massa,
Moto verun, e buona esperienza.
Chè d'ogni massa il suo volume stringi,
Ti mostra che vi son gli spazî interni
Nei corpi, e quindi il moto de le parti:
L'idea di spazio ti ricorda il moto
E la cosa che move. È per conflitto
Che parti in moto proprio, e ben distinto
L'uno da l'altro formano la massa.
La resistenza che ogni parte oppone
A che altra parte il moto suo prosegua
Seguendo retta indefinita come
Farìa se fosse libera, è conflitto
. . . . . .
. . . . . Or se dimostra spazio
Il moto, non perciò dirai che siavi
Ne l'Universo un vuoto.

Per la parte dottrinale sulla costituzione interna dei corpi e la natura della materia universale, l'Autore si richiama non solo a Lucrezio, ma anche e specialmente a *Giordano Bruno* e ad *Ambrogio Fusinieri* (1773-1853), il fisico vicentino, di cui egli giustamente rivendica la fama.

Digitized by Google

Per la parte tecnica della Fisica non occorre dire che l'Autore mostra una perfetta conoscenza del *Fonografo di Edison*, dell'*Armoniografo di Tisley* e dei *Tubi Crookes*, la cui esperienza descrive nel poemetto. Egli pone una certa analogia tra le forme delle traiettorie descritte dagli atomi fisici nelle varie composizioni dei corpi e le figure lineari che si ottengono sperimentalmente quando ad una punta grafica o ad un raggio di luce si imprimono più movimenti simultanei in direzioni diverse e con varia o variabile velocità. Il materiale di scoperta di cui potè disporre in ordine alle indagini sulla costituzione delle molecole e degli atomi, doveva essere necessariamente molto più ristretto negli anni in cui il Dal Pozzo meditava l'atomo, cioè fra il 1870 e il 1880, di quel che non sia oggidì, dopo 40 anni d'insperati successi in questo genere di ricerche, cioè dopo le scoperte del Röntgen, di Enrico Becquerel, del Ramsay, dei due Curie, dell'Hertz, del Righi e di tanti altri.

Egli, certo, doveva ben conoscere la teoria delle ondulazioni eteree, che risale, per la luce, all'Huygens, e quella elettro-magnetica data dal Maxwell, e le grandi concezioni del Fáraday e di Lord Kelvin in ordine ad un " quarto stato della materia „ fissato nella " materia raggiante „. Però il Dal Pozzo non avrebbe potuto profittare (come è stato concesso a me nel III della " Trilogia „) delle scoperte del Pacinotti e di Galileo Ferraris, nonchè delle meravigliose applicazioni delle " onde Hertziane „ alla telegrafia senza fili, trovate dal Marconi.

Il prof. Dal Pozzo accenna al Radioscopio a proposito degli studi che valsero a provare come la prima e più elementare modalità di moto sia il *moto rettilineo indefinito*, secondo la prima *legge d'inerzia*, dovuta a Leonardo, definita da Keplero e da Newton; mentre però il moto rettilineo uniforme rappresentava già, nei filosofi dell'Atomismo classico illustrato da Lucrezio, la nota dominante del preesistente *Indistinto cosmico*, dal quale per successive differenziazioni si son formate tutte le cose.

L'idea madre dell' " Inno „ è il *Monismo filosofico* già concepito dall'Antichità classica, non in tutto identico al Monismo moderno. L'Autore difende il Poema Lucreziano dall'accusa di Ateismo, mentre si potrebbe forse dire che l'Ateismo di Lucrezio è di natura diversa da quello del tempo nostro, ed ha tutt'altro movente. Gli Dei non sono, per Lucrezio, altro che dannose e

Digitized by Google

scellerate superstizioni, da cui derivavano le crudeli consuetudini dei sacrifizi umani — la qual cosa ho pur cercato di mettere in rilievo nella prima parte della mia Trilogia dedicata appunto a Lucrezio.

Ma vi è, secondo il Dal Pozzo, una coscienza profonda eterna di tutte le cose, il cui simbolo — detto *Demogórgone* — è in opposizione a Giove, simbolo di superstizione e d'ignoranza. *Demogórgone è la Religione che non muore,* che vive nel sentimento dell'Infinito, la qual cosa egli crede di trovare nel Poema di Lucrezio. L'episodio centrale del poemetto è la lotta di Giove con Prometeo; e la minaccia finale di quest'ultimo si risolve nella profezia di redenzione dell'Uomo per mezzo della Scienza.

Nè il Monismo antico insegnato da Lucrezio, nè il Monismo moderno, insegnato — secondo l'Autore — dal Kant, dallo Spencer, dall'Hartmann, possono tenersi in conto di dottrine ateistiche, avendo per fondo l'*Inconoscibile*, che deriva dal sentimento dell'Infinito. L'Infinito si sovrappone all'Indefinito ed ha per caratteristica il *non relativo*, perchè sfugge ad ogni forma di comparazione.

Dio è il *Circolo infinito*, che secondo la definizione di un matematico, citato dall'Autore (il Grandi), è il centro di un circolo spostato in ogni punto della sua circonferenza, assorbendo così ogni possibilità di un circolo finito.

L'Autore dell'Inno su l'Atomo, nel suo discorso tenuto nel 1882 all'Università di Perugia in presenza de' suoi studenti, ragiona sottilmente con i filosofi sopra citati parlando di *relativo* e di *assoluto*; e polemizza con Pasteur e con Renan, dando al *Positivismo* delle caratteristiche forse non consentite, nè da Augusto Comte, nè da Roberto Ardigò.

Nell'Inno è professata la *Dottrina dell'Evoluzione*, che connette il mondo inorganico con l'organico e riconduce la Natura alla sua fondamentale unità. E nel suo discorso il Dal Pozzo rivendica a Kant il concetto generale dell'Evoluzione, svolto poi così largamente e con particolare genialità da H. Spencer, nel concetto delle differenziazioni, e da Carlo Darwin nel principio della selezione naturale.

Terminerò la mia esposizione con alcuni versi tolti dall'Inno, che mi paiono particolarmente significativi:

Digitized by Google

La morte è il velo de la vita; in ogni
Giorno si muore, e ne l'estremo giorno
Trova la morte la sua fine.
. . . . . .
È un velo che nasconde, o che si toglie,
Un'ombra che s'avanza e che dispare.
. . . . . .
No, non il caso fu che avvinse l'atomo
Nel suo primiero amplesso: suo valore
Fe' lunga prova inver l'altrui virtute.
. . . . . .
Il rotear de l'atomo incessante
Novelle prove va tentando . . .
. . . . . .
Esisti e vivi, atomo-luce: crei
In un bacio d'amor continuo eterno
Quando con gli altri carolar ti godi.
Liberi eterni, d'intima e infinita
Virtù dotati, gli uni appresso gli altri
Erravan . . . . . .
. . . . . innumerevoli
Atomi materiali, quivi — come
Ogni infinito altro infinito tange
In un punto comune; e si comprendono
In un terzo infinito — s'incontrâro
Gli atomi.

Quali sono questi tre infiniti? forse l'infinito nelle tre dimensioni? Credo che sarebbe difficile dare una chiara idea di questa concezione nella quale si ravvisa " il conflitto „ come condizione necessaria della formazione dei corpi e della stessa luce.

Comunque si voglia giudicare la condotta dell'Uomo e l'opera dello Scienziato, parmi tanto più opportuno in questa Reale Accademia il ricordo dell'antico professore dell'Università di Perugia, che nato appunto in Torino da illustre prosapia, avendo trascorsa l'operosa sua vita lontano dalla città natale, tutto raccolto nella modesta semplicità degli studi, può bene aspirare — dopo circa 30 anni dalla sua morte — al tardo onore di una evocazione accademica.

Digitized by Google

Un principe di Massa poeta (Carlo Cybo Malaspina)

Nota del Socio nazionale GIOVANNI SFORZA

Fu il primogenito degli otto figliuoli di Alderano Cybo Malaspina, Marchese di Carrara, e di Marfisa d'Este (1); e

(1) Alderano, primogenito di Alberico I Cybo Malaspina e di Elisabetta Della Rovere, nacque a Massa il 9 decembre del 1552; fu educato alla corte di Urbino presso il duca Guido Ubaldo, suo zio; andò poi a Ferrara alla corte del duca Alfonso II d'Este; e lì, il 10 aprile del 1580, prese in moglie Marfisa di Francesco d'Este, marchese di Massa de' Lombardi, figliuolo di Alfonso I e di Lucrezia Borgia, fratello d'Ercole II e zio d'Alfonso II, generale al soldo di Carlo V, poi d'Enrico II. Marfisa era bastarda, ma fu però legittimata dal pontefice Gregorio XIII il 28 giugno del 1573 e dal duca Alfonso II il 3 maggio del 1576. Il padre di lei, nel suo testamento, che è del 20 febbraio 1578, le lasciò in dote ottantamila scudi e volle che si avesse a maritare col consiglio e volontà di Eleonora d'Este, " la quale „ (son parole del testamento) " prima habbi a ricercare lo Signor Duca nostro se vol pigliarla per moglie „, e " non volendo S. A. Ser.ma pigliarla per moglie, allora detta l'Ill.ma Madama Lionora habbi a ricercare lo Ill.mo et Exc.mo Sig. Don Luigi da Este, hora Cardinale, se vuol pigliarla per moglie „. Cfr. Cittadella N. L., *Notizie amministrative, storiche, artistiche relative a Ferrara ricavate da documenti e illustrate*; II, 317. Il duca Alfonso II la fece sposare al suo cugino Alfonsino, primogenito del principe Don Alfonso, marchese di Montecchio, suo zio. Il Duca essendosene aperto col padre, si udì rispondere, che con quel matrimonio " gli pareva mandare il figliuolo alla croce „, essendo Alfonsino " tenero, gracile, giallo e sparuto „ e Marfisa " durotta, piena, colorita e compariscente „ e maggiore a lui di cinque anni. Lo confessò Don Alfonso stesso all'oratore mediceo Bernardo Canigiani, che lo racconta in un suo dispaccio. Le nozze disgraziatamente ebbero luogo " a dì 5 di maggio d'esso anno 1578 „; ma " Alfonsino „, come racconta il Muratori [*Antichità estensi*; II, 399], " avendo voluto godere con intemperanza del suo matrimonio, da lì a tre mesi, cioè nel dì 4 di settembre dello stesso anno, lasciò vedova Marfisa; la quale, accasata di nuovo con Alderano Cibò, principe di Massa e Carrara, portò in altra casa la pingue sua eredità, e passò poi a miglior vita in Ferrara nel dì 16 agosto del 1608 „. Curiosa

Digitized by Google

nacque a Ferrara, soggiorno prediletto della madre, il 18 no-

è la pittura di Marfisa che fa il prof. Angelo Solerti [*Ferrara e la Corte Estense nella seconda metà del secolo XVI*, seconda edizione, pp. liv-lvii]: " ci appare proprio degna del suo nome: aperta, bizzarra, irrequieta, pazza pei divertimenti ". Il Canigiani, oratore mediceo presso la corte di Ferrara, la dice " bella assai ". Il Della Rena, altro oratore fiorentino, l'afferma " bellissima, a giudizio d'ognuno ". Di Alderano scriveva Eleonora d'Este, il 9 aprile del 1580, al cardinale Luigi: " Iersera giunse il sposo della Signora Donna Marfisa, il qual fu visto e accettato con molta sodisfatione di tutti ". Lo sposalizio seguì il giorno 10, con " spari, feste e giostre e altri bagordi pubblici ". Scacciati gli Estensi nel 1598, rimase essa a Ferrara, dove il 14 novembre del 1606 le morì il marito, che la lasciò sua erede universale, con testamento del 1° di quel mese, rogato da Giacomo Botta. Cfr. *Orazione del S.or* Alessandro Guarini, *Accademico Intrepido, detto il Macerato, fatta in lode di D. Alderano Cybo Marchese di Carrara e recitata pubblicamente nell'Accademia*, In Ferrara, Per Vittorio Baldini Stampator Camerale, M.DC.IX. Con licenza de' Superiori; in-4° di pp. 38. È intitolata dall'Accademia degli Intrepidi al Duca di Ferrara con una lettera del segretario di essa, Ercole Romei, in cui gli dice che l'Accademia " per far conoscere al mondo quanto ella vivo onorasse D. Alderano Cybo, Marchese di Carrara, di felice memoria, gli procurò, dopo ch'egli fu morto, le debite lodi ". Sulla fede d'Orazio Urbani, oratore fiorentino, il Solerti asserisce che questo matrimonio " non fu troppo felice, perchè Alderano stava assai di frequente e a lungo assente, e v'era chi si divertiva di suscitare gelosie in Marfisa parlando di altri amori del marito, veri o falsi che fossero. La gelosia però non le impedì di sopravvivere anche a lui; e, benchè ormai sul tramonto, pare piacesse al giovane e galante conquistatore della Chiesa, il cardinale Aldobrandini ". Fu sepolta a Ferrara in S. Maria della Consolazione con questa epigrafe: *Hic D. D. Marphisa Estensis Cybo mare magnum in urna et sit mare non longe est sol. Quid mirum. Si adsunt aquilae, non minus ad comprobandum quam ad lumen funestandum lacrimis, luget etiam hic vulnerata ipsa mors, quia hoc tumulo Estensis absconditus ad saxum istud magis acutius ad custodiendum maiestatis tesaurum et gloriae Cibum, arma igitur hic deposita argumentum est, ut ossa tam dignae mulieris requiescant in pace, cuius filius Carolus Cybo Massae Princeps ad tantam matris memoriam hoc sepulcrum marmoreum erigere curavit anno Domini MDCVIII.* Per testimonianza di Andrea Borsetti [*Supplemento al Compendio historico del Sig. D. Marc'Antonio Guarini*, Ferrara, Bolzoni, 1670; pp. 139-140] il cardinale Alderano Cybo nel tempo della sua Legazione di Ferrara levò questa epigrafe e vi fece scolpir la seguente: *D. O. M.* | *D. D. Marphisae Estensi Cybo* | *quae* | *ex aureo Ducum Ferrariae stemate edita gemma* | *quam a maioribus hauserat lucem auxit moribus* | *foemina* | *ingenii viribus eximiis praestans viris* | *eque* | *auctoritati nata congenita pietati* | *heroina* | *inter vivos degens hos mirantes constituit* | *e vivis decedens mentes destituit* | *lapidem* | *exultanti nunc matri doloris* | *primogenitus filius* | *Carolus Massae Princeps* | *p. m.* | *anno*

Digitized by Google

vembre del 1581 (1). Ebbe per compare Massimiliano, arciduca d'Austria, che allora si trovava a Ferrara (2); e gli venne imposto nome Carlo Francesco: " il primo in memoria di Carlo V, imperatore, il secondo del suo atavo et dell'avo materno „ (3), Franceschetto Cybo e Francesco d'Este.

Torquato Tasso, che aveva cantato la gravidanza di Marfisa co' sonetti: *Visiti il tempio a passi tardi e lenti*, e *Donna al*

M.DC.XIII. Di Marfisa fa questo ritratto Marcantonio Guarini [*Compendio historico dell'origine, accrescimento e prerogative delle chiese e luoghi pii della città e diocesi di Ferrara*, Ferrara, Baldini, 1621; p. 340]: " in lei si videro raccolte tutte le nobilissime maniere e le magnificenze e grandezze e sopra tutto quella naturale inclinazione ed amorevolezza verso i cittadini che fu sempre propria de' suoi generosissimi progenitori, essendo per ciò stata da tutti deplorata la perdita di lei „.

Il ritratto che fece a Marfisa il pittore fiorentino Filippo Paladini suscitò una gara poetica tra il Tasso e Giulio Nuti. De' due sonetti di Torquato, il primo comincia:

Saggio pittore, hai colorita in parte
La beltà che non ha forma e misura,
Miracolo del cielo e di natura
Ch'aduna in lei ciò che fra mille ci parti.

Il ritratto dipinto dal Paladini nel 1583, quando essa aveva ventinove anni, è andato disperso. Di recente fu scoperto nella " Palazzina „ di Ferrara un affresco che la ritrae " bambina tra i dieci e gli undici anni; bionda, sana di colorito, con begli occhi azzurri; indossa un abito di broccato rosso cupo, a liste tessute di giallo, un po' stretto di cintura; le maniche leggermente rigonfie e un collaretto rigido dietro la nuca attestano della nascente moda spagnuola; un vezzo di perle adorna il collo, un altro inghirlanda i capelli; nella mano destra la fanciulla reca un mazzo di mughetti e narcisi „. Il dott. Giuseppe Agnelli, che ne fu il benemerito scopritore e il valente illustratore, lo ritiene opera di Giovanni Surchi, detto Dielaj, scolaro de' Dossi, che ebbe larga rinomanza a Ferrara. Cfr. *" Ferrariae decus „ Società per la tutela dei monumenti storici e d'arte. Relazione del Presidente nell'adunanza generale del 18 aprile 1915, con appendice di documenti*, Ferrara, stab. tip. G. Bresciani, 1915; in-8° di pp. 12-VI, con tre tavole.

(1) Luigi Staffetti, *Il Libro di ricordi della famiglia Cybo*; negli " Atti della Società Ligure di storia patria „; XXXVIII, 34.

(2) Marcantonio Guarini, *Diario di tutte le cose accadute nella nobilissima città di Ferrara principiando per tutto l'anno MDLXX sino a questo dì 1 et anno MDLXXXXVIII*; ms. nella Biblioteca Estense di Modena, vol. I, p. 123.

(3) Staffetti, Op. cit.; XXXVIII, 488.

Digitized by Google

pudico tuo grembo fecondo; che ne aveva festeggiato il parto col sonetto:

Già bella e lieta sposa, or lieta e bella
Madre, ecco è nato il desiato figlio;

indirizzò al bambino questi versi:

Cresci qual pianta di fecondo seme,
Vago fanciul, del valoroso padre
Gioia e diletto della casta madre,
In cui sol vive l'uno e l'altra insieme:
Cresci a l'onor d'Italia ed a la speme,
A regger gran cittadi e invitte squadre,
A scettri ed arme, ad opre alte e leggiadre,
A palme, a gloria che 'l morir non teme.
Cresci al tuo popol caro ed a gli amici (1).

Morto il 30 gennaio del 1593 il suo zio Ferrante Cybo (2), Carlo ebbe il titolo di Marchese di Aiello, terra della Calabria,

---

(1) In un madrigale le dice:

Portano l'altre il velo,
Voi le chiome dorate
Forse per alterezza al sol mostrate.

Nel sonetto: *Questa leggiadra e glorioso donna* ripete:

E imperïosa d'ogni cor s'indonna
Con la man bella e co'l bel capo ignudo
De 'l caro velo.

Per testimonianza di Marcantonio Guarini, " le donzelle ferraresi, le quali mai non volevano comparire pubblicamente se non con la faccia coperta di quel drappo che portavano in capo, di modo che si le poteva vedere se non un occhio „, fin dal 1576 avevano deposto " affatto quella antichissima e lodevolissima usanza „.

(2) Alberico I, il 2 febbraio del 1593, scriveva da Massa al cav. Matteo Pellegrini: " Bagiarete i piedi di Sua Santità [Clemente VIII] in nome mio e di D. Ferrante, il quale, havendo dato la benedizione, questa notte a ondici hore si passò a più felice vita „. Era nato il 26 decembre del 1568 e fu il primo ad avere il titolo di Marchese d'Aiello. Il padre desiderava che abbracciasse la carriera ecclesiastica e fece delle pratiche per ottenergli il cappello cardinalizio; ma Ferrante " non volle, anzi chiarì di non volere essere prete „. Cfr. *Il Libro di ricordi della famiglia Cybo*, p. 50.

Digitized by Google

che Alberico I, suo avo, aveva comprata il 30 ottobre del 1566 per trentottomila ducati, e che da Filippo III, re di Spagna, era stata eretta in marchesato il 12 decembre del 1569; e divenne poi ducato il 25 giugno del 1605. Con la morte del padre, che seguì a Ferrara il 14 novembre del 1606, restò l'erede della corona di Massa e assunse il titolo di Marchese di Carrara, che si dava a' primogeniti. Salì sul trono il 18 gennaio del 1623; dall'imperatore Ferdinando II, il 7 novembre dello stesso anno, ricevette l'investitura; il 7 febbraio del 1625, il titolo d'*Illustrissimo* per sè ed i suoi discendenti.

Fin dal 22 febbraio del 1605 aveva sposato Brigida di Giannettino Spinola, genovese, che gli portò in dote centoventimila ducati, e lo fece padre di quattordici figliuoli, otto maschi e sei femmine (1). Racconta un cronista, che Carlo, " nella sua

---

(1) Scrive il cronista Odoardo Rocca: " Circa li 20 [correggi: 2] gennaro 1660 passò a miglior vita l'Ill.ma et Ecc.ma Sig.ra Principessa Brigida Spinola, moglie dell'Ecc.mo Sig.r Principe Carlo, e fu sepolta con pompa solenne davanti l'altare privilegiato di S. Francesco, così lasciatasi per testamento. Fu compianta universalmente da' sudditi per la sua somma clemenza e carità. Era nimicissima di tutti i vizi, e piuttosto scrupolosa; era dedita alli digiuni, elemosine ed orazioni, passando la sua vita quasi sempre nella cappella del SS. Sacramento in S. Pietro; era applicata con somma sollecitudine all'aiuto de' poveri ed in tenere a freno i cattivi; amava la sincerità e la giustizia, nè perdonava all'interesse della propria azienda, quando si trattava schivare il danno del prossimo. L'educazione de' figli si vide risplendere nel Marchese di Carrara, [Alberico II], " suo primogenito, che teneramente amava; nell'Em.mo Alderano, specchio della sacra porpora; in monsig. Odoardo, prelato degnissimo di S. Chiesa, che sempre esercitò saviamente diversi governi honorevoli nelli Stati della S. Chiesa; in un Giannettino, già tenente generale della squadra delle galere di Milano; in un D. Francesco, valoroso guerriero e sopraintendente alle fortificazioni di Girona in Catalogna, dove morì; in un virtuossimo D. Lorenzo, di santi costumi, che se fosse campato avrebbe dato ancora gran saggio delle sue ottime qualità; in un D. Domenico Cybo, quale era di grande aspettativa, ma del 1657 Iddio lo chiamò a sè, lasciando al mondo l'esempio della bontà. Ebbe ancora quattro femmine ". Non furon quattro, ma sei: Marfisa, che visse dal 17 novembre 1608 al 26 marzo 1612; Maria, nata il 29 decembre 1609, che fu moglie di Galeotto Pico Duca della Mirandola; Veronica, la moglie tristamente famosa di Jacopo Salviati Duca di Giuliano, nata il 10 decembre 1611, morta nel settembre del 1691; Placidia, che venne al mondo il 16 luglio 1614 e fu moglie di Carlo di Guevara Duca di Bovino; Diana, nata il 1° decembre 1621, che si fece monaca; e Ricciarda,

Digitized by Google

gioventù, vivente l'avo, stava in Genova per compiacere alla consorte, e là nacquero tutti li figliuoli (1); ma poi, a suo tempo, doppo la morte dell'avo, venne alla residenza del Principato, stimolato e da Sua Maestà Cattolica e da altri motivi, e perchè li Governatori non stavano a dovere e sarebbero nati gravissimi sconcerti, con molto pregiudizio dello Stato „ (2).

Ne' trentanove anni che rimase sul trono, Carlo I diede mano a più cose utili e buone. Indusse papa Urbano VIII a erigere in collegiata la pievania di S. Pietro di Massa; disegno tanto vagheggiato e accarezzato dall'avo, ma indarno (3). Rimo-

---

nata il 20 marzo del 1622, moglie di Alfonso Gonzaga Conte di Novellara. Ai maschi è poi da aggiungere Giambattista, che nato il 24 decembre 1624 cessò di vivere l'anno dopo. " Pochi anni prima che la Principessa Placidia morisse „ (son parole del Rocca), " un certo schiavo turco, di palazzo, sdegnato per la disciplina con cui detta Signora lo faceva stare, la mattina a buon ora della vigilia di S. Gio. Battista „ [23 giugno 1644], " entrato all'improvviso nella camera di detta Signora, l'assalì, mentre giaceva in letto, con un pugnale, ma Dio volse che il malvagio tirasse tutti i colpi in falso, e solo la colpì leggermente, a segno che in pochi giorni guarì, e subito levata andò a S. Francesco, ove era l'altare di S. Gio. Battista ed ivi fece i suoi ringraziamenti. Il turco poi s'uccise da sè stesso ed il di lui cadavere fu abbrugiato e gettate le sue ceneri al vento. Si chiamava Alì „. Cfr. Rocca O., *Varie memorie del mondo ed in specie dello Stato di Massa di Carrara dal 1481 all'anno 1738*; mss. nella Biblioteca Estense, pp. 35-36.

(1) Ne' capitoli matrimoniali si legge: " Durante la vita dell'Ecc.mo Sig.r Principe di Massa [Alberico I], esso Sig.r Don Carlo sarà spesato in Genova lui con la Sig.ra Brigida con quelli creati che saranno necessarj al loro servizio, pure che quelli del Sig.r Don Carlo non passino il numero di dieci, dalla Sig.ra Veronica Mari in casa sua, abigliata come conviene a par suo, et morendo essa, dalla Sig.ra Placidia, o Sig.ra Diana, senza gravezza alcuna del Sig.r Don Carlo; le quali Sig.re Placidia e Diana haranno carico di vestire et hornare la Sig.ra Brigida e così mantenerla durante la vita di detto Ecc.mo Sig.r Principe „. Veronica Grimaldi, vedova di Stefano Mari, era madre di Diana, che sposò Giannettino Spinola; Placidia D'Oria era vedova di Nicolò Spinola padre di Giannettino. Si tratta dunque dell'ava materna, della madre e della bisava paterna di Brigida. Marfisa d'Este si obbligò di dare al figlio Carlo " scuti mille ducento l'anno per sua provigione e spesa „. Cfr. *Il Libro di ricordi della famiglia Cybo*, pp. 55-56 e 427-428.

(2) Rocca, *Varie memorie*, pp. 21-22.

(3) Gio. Antonio Matteoni, *Guida delle chiese di Massa Lunese*, Massa, Tip. S. Pietro, 1879; p. xviii.

Digitized by Google

dernò secondo il gusto infelice d'allora, colpa de' tempi, non sua, la vecchia chiesa di S. Pietro, e la ridusse a tre navi, l'ingrandì e l'alzò, adornandola di dodici altari di marmo, tutti uniformi; per verità, la più barocca cosa che si potesse mai immaginare. Fece ampliare il giardino de' Cybo a Camporimaldo, rendendolo un luogo di delizia; lavorò a' palazzi di Carrara e di Massa. Col suo favore, la spiaggia massese, fin allora deserta, cominciò a pigliar vita. Appunto con l'aiuto del principe Carlo, il P. Giambattista Cappelletti vi costruì la chiesa di S. Giuseppe e il convento de' Servi di Maria. Giulio Patero (un genovese benemerito del sobborgo del Ponte, che aveva addirittura trasformato con le sue molte fabbriche) vi inalzò un'alta torre sul lido del mare, a difesa della costa, e vi fece parecchi magazzini per ricoverarvi le merci. Chiamò a Massa il pisano Francesco Delle Dote perchè v'impiantasse una stamperia e v'aprisse una bottega di libraio (1); vi chiamò maestro Cristoforo, archibugero, a metter su una fabbrica di polvere; incoraggiò l'arte " delle tele di filo e bambacia „, introdotta dagli Ascoli e dai D'Ancona, due famiglie israelite benemerite dell'industria massese; vi fece pure aprire una fabbrica di sapone; incoraggiò e favorì la scavazione e il commercio del marmo a Carrara (2). Per istruire la gioventù nelle lettere greche e latine, chiamò a Massa il cav. Guido Vannini di Lucca (3), e dopo di lui, Consalvo de' Santi

---

(1) Giovanni Sforza, *La prima Stamperia in Massa di Lunigiana*; nel " Giornale storico e letterario della Liguria „, ann. III (1902), p. 250-259.

(2) *Saggio de' Bandi di Carlo I Principe di Massa*; ne' *Monumenti di storia patria delle Provincie Modenesi, serie degli Statuti*; tom. III, part. II, pp. 136-184. Cfr. anche: *Bandi per il Marchesato di Carrara e Capitoli del Collegio de' Dottori*, In Massa, appresso Francesco Delle Dote, MDCXLIII; in-4°.

(3) Bartolommeo Beverini, suo contemporaneo, così lo dipinge: " Aiutava quest'uomo, oltre la fama della letteratura, una bella presenza, una voce chiara e sonora, un parlar facondo e copioso, con che in bocca sua ogni cosa, benchè mediocre, compariva del doppio: peraltro ostentatore delle sue cose, e in tutte le sue operazioni magnifico, non senza qualche apparenza di vanità „. La sua opera di maggior lena s'intitola: *Amatoria divina*; e fu ristampata più volte. Scritta con vena " più fluida e corrente che pura „, la giudicarono i dotti; avendo egli (al dire del Beverini) " seguìto quell'impeto d'ingegno che era suo proprio, amando tutto ciò che scriveva come perfetto, senza altra cura di polimento e di lima „. Ne con-

Digitized by Google

di Otranto, " dottissimo in tutte le scienze anche ecclesiastiche, benchè fosse secolare ammogliato „ (1).

Amante delle lettere e soprattutto della poesia, della quale fu cultore appassionato, l'anno 1600, venne ascritto all'Accademia degli Intrepidi di Ferrara, e ne fu anche Principe. Le conservò sempre amore, e il 12 settembre del 1619 scriveva, da Genova, a Girolamo Magnanini, che alla sua volta n'era

---

seguì però molta lode; e " portatosi a' piedi del pontefice Urbano VIII per presentargli le sue opere „ (seguito a valermi della penna del Beverini) " fu da quel grande e dotto Principe onorato col titolo d'*Ovidio cristiano*; di che egli, e con ragione, sommamente si pregiava; facendolo ancora suo cavaliere, e donandogli un'Ape per inserirla nell'arme di sua famiglia: poichè ricercandolo il pontefice a chiederli qualche grazia, dicesi che il Vannini soggiungesse che contentandosi egli della sua fortuna, di altro non lo supplicava che di *un po' di fumo per la sua Musa* „. Cfr. Giovanni Sforza, *Francesco Maria Fiorentini ed i suoi contemporanei lucchesi, saggio di storia letteraria del secolo XVII*, Firenze, Menozzi, 1879, pp. 295-304.

" Uomo molto dotto nella sua professione d'humanista, poeta, oratore e versato nella lingua greca „, è detto dal cronista Odoardo Rocca. Aprì scuola in Massa il 2 decembre del 1642 e seguitò a insegnarvi fino al 15 marzo del 1644; ebbe " trenta scolari, e li pagavano per ogni mese mezza pezza „. In Massa dette alle stampe: *De Sanctissima Misericordiae Virginis effigie in suburbiis civitatis Massae gratiis insignita, votivum carmen a* Guidone Vanninio *decantatum, ad Illustriss. ed Excellentiss. Carolum I. Massae Principem*, Massae, apud Franciscum Delle Dote, 1644; in-4°.

(1) Di lui dà questi curiosi ragguagli il Rocca [Op. cit., pp. 27-28]: " Non si seppero mai le sue passate condotte, sicchè diede sospetto d'essere apostata da qualche Religione. Una volta disse ad un suo scolare, ma alla sfuggita, e come forzato per schivare le male lingue dei suoi emuli, che aveva letto in Padova. In qual maniera poi venisse a Massa brevemente si racconterà. Stava il sig. dott. Odoardo Rocca medico in Vernazza; questo Consalvo capitò per fortuna là poichè s'era imbarcato sopra una nave per Spagna, fu serrato ivi dalla corrente di mare e mancatoli il denaro fu inviato da' signori Tramalli dal Golfo „ [della Spezia] " a Vernazza ad un certo sig. Gio. Battista Redoano, per insegnare ad un figlio et ad un suo nipote. Ciò era successo nel 1639. Fu dunque chiamato a Massa dal Sig. Principe Carlo, quale informato delle virtù, in mancanza del Vannini, onde comandò espressamente al detto dott. Odoardo che lo facesse venire, come fece, avendovi predetto dottore stretta amicizia. Giunto in Massa, il detto Consalvo aprì scuola il 1° d'aprile, ove vi concorsero molti scolari, che li pagavano mezza pezza il mese, e con tal paga e con li regali gratuiti de' scolari viveva bene, e continuò per qualche tempo ad insegnare non solo le arti, ma anche le scienze speculative „.

Digitized by Google

Presidente: " L'Accademia vuol ch'io faccia sonetti, et è virtù del suo comandamento più che effetto della mia inclinatione lo haverlo eseguito. V. S. si contenterà di presentargli i due inclusi, in mio nome, insieme con la lettera che gli scrivo „ (1). Per testimonianza di Michele Giustiniani, fu pure " Prencipe della celebre Accademia di Genova, nel tempo che vi erano le penne più famose „; e " vi fece conoscere il suo virtuoso talento, così in prosa, come in verso „ (2). Anche l'Accademia degli Oscuri di Lucca lo volle de' suoi (3); e quando andò a Lucca a soddisfare, per quanto si disse, un voto fatto alla Vergine de' Miracoli, che si venerava nella chiesa di S. Pietro Maggiore, furono rappresentati in musica gli *Applausi d'Elicona*, cantata composta espressamente da Francesco Sbarra (4), che incontrò il gusto del Principe, appassionatissimo per le cose musicali. Aveva menato con sè un seguito di quaranta persone, e tra queste diversi musici, che teneva al proprio servizio. Un giorno, " dopo avere girato la muraglia, fermatosi sopra il torrione di S. Regolo, vi fece cantare dai medesimi alcune ariette, presenti varie dame cavalieri „ della città (5).

Morì il 13 febbraio del 1662. " Questo Signore „ (scriv Odoardo Rocca nelle sue *Memorie dello Stato di Massa e Carrara*, che son rimaste inedite) " già da alcuni giorni era infermo ed aveva affatto perduto il sonno, onde li medici li diedero un certo sonnifero, cioè il *Nepantes* del Quercietano, medicamento assai potente, e ne applicarono al Sig. Principe tanta quantità che avrebbe sconvolto ancora qualsiasi giovane robusto, che dire un Principe delicato, di anni ottantadue (6). Comunque fosse, questo fu certo che l'addormentò profondissimamente; del che temendo

---

(1) Tiraboschi G., *Biblioteca Modenese*; II, 39-40.

(2) Giustiniani M., *Gli Scrittori Liguri*, In Roma, appresso di Nicol'Angelo Tinassi, 1667; pp. 156-157.

(3) Bertacchi A., *Storia dell'Accademia Lucchese*; nelle *Memorie e documenti per servire la storia di Lucca*; tom. XIII, part. I, p. 221.

(4) *Applausi d'Elicona alle glorie dell'Illustriss. et Eccellentiss. Sig. D. Carlo Cibo, Prencipe di Massa, rappresentati in musica a S. E. nella sua venuta a Lucca*, In Lucca, appresso il Bidelli e Marescandoli, 1653; in-4°.

(5) Pelligotti, *Annali di Lucca*, mss. nella Libreria del R. Archivio di Stato di quella città, part. II, tom. I, p. 366.

(6) Ne aveva ottanta e mesi tre e giorni cinque.

Digitized by Google

un medico, che non aveva aderito al sonnifero, volle toccare il polso al paziente, ma da un altro medico non li fu permesso, col dirli che averebbe disturbata la quiete del sonno all'infermo, della quale per molto tempo n'era stato privo. L'esito dimostrò la poca avvedutezza del secondo medico e la prudenza del primo; imperocchè fu sì lungo il sonno, che più non si risvegliò, terminando la breve vita vitale. Fu buona sorte che questo buon Principe era solito frequentare li SS. Sacramenti ed in particolare quello della Penitenza, col confessarsi ogni due giorni. Fu seppellito il di lui cadavere in S. Pietro, nella cappella del SS. Rosario, con sontuoso funerale (1). Il settimo parimente fu

(1) Nel testamento, fatto a Massa il 26 aprile 1660, si legge: " Il suo corpo vuole e commanda che, vestito di baietta, sii portato alla chiesa di S. Pietro di Massa adrittura, accompagnato da soli canonici, curato e Compagnia di S. Rocco, e che ivi sia esposto sopra il solito palco e sepolto dentro la cappella del SS. Rosario, posto in una cassa senza essere sparato, e che tutto si faccia privatamente e senza pompa, che così commanda e vuole; e che sopra la lapida della sua sepoltura sia posta la qui seguente inscrittione: *Carolus Primus | Sacri Romani Imperii et Massae Princeps | sibi adhuc superstes | sepulchrale monumentum erexit | humanae mortalitis memor | sed non immemor immortalitatis | cuius ' reposita est haec spes sua in sinu suo | deposuit Virgo deipara Dei parens | quam ut animae patrocinantem invocavit in obitu | sic sui corporis tutelarem in tumulo | tanto sperans innixus numini | aeternaliter se victurum in coelis ' qui vixit in terris | annis..... | et obiit.....* E di più, una tavoletta a parte, da porsi nel muro da uno de' lati dell'altare, in sito che possa esser letta in piedi, in littere ben intagliate con l'oratione *Absolve quesumus Domine animam famuli tui*, etc. con quello che segue. Per l'anima sua e remissione de' suoi peccati ordina e vuole che subito seguìta la sua morte, e quanto prima si potrà, siino celebrate nelli suoi Stati di Massa e di Carrara quattromila messe per una volta tanto, mille di queste all'altare privilegiato nella chiesa di S. Francesco di Massa, e le altre secondo il ripartimento che ne sarà fatto dall'infrascritto suo erede. Nelli Stati d'Ayello, Ferentillo e Padula vuole che per una volta sola e subbito che riceveranno l'avviso della sua morte, siino celebrate tutte quelle messe che vi saranno per l'anima sua, e che alli sacerdoti si dii l'elemosina conforme al solito de' luoghi dell'entrate di quelli Stati. Il settimo giorno doppo la sua sepoltura ordina e lassa che siino celebrate per l'anima sua tutte le messe delli Stati di Massa e Carrara e tra queste due cantate, una in S. Pietro e l'altra in S. Francesco all'altare privilegiato. Lassa inoltre che ogn'anno in perpetuo nel giorno della sua morte si facci l'offitio d'annuale e si celebrino per l'anima sua tutte le messe delli Stati di Massa e Carrara, con due cantate, una in S. Pietro e l'altra

Digitized by Google

fatto un maestoso catafalco, carico di cera, ed ornate le muraglie di diverse opere, sì in versi, come in prosa, latine e vulgari, anagrammi ed elogi in lode del defonto; e l'orazione funebre fu recitata dal P. Carlo Giacinto, palermitano, chierico minore, la quale fu molto dotta ed elegante. Ancora la Communità fece la sua funzione funebre per suffragio di detto Principe e recitò l'orazione funebre in nome di essa il sig. dott. Scipione Belatti, avvocato di questa. Fu in lingua latina, ma quanto breve altrettanto dotta ed elegante. Questo Principe per tutto il corso della sua vita fu di genio allegro, faceto, fastoso, affabile, amante de' divertimenti e molto arguto ne' motti. Procurò sempre avere per la quaresima ed avvento predicatori insigni e di gran grido... Si dilettava componere poesie vulgari. Si compiaceva di musica e stimava i professori eminenti di tal arte. Ma sopra il tutto, essendo de' primi cavallerizzi d'Italia, aveva tenuto al suo soldo persone eccellenti di questa professione, e tal servizio aveva molto conferito alli medesimi e s'avanzavano a servire Principi grandi e sino l'istesso Imperatore. Li cavalli della sua scuderia erano bravissimi e molti ne regalò ancora all'Imperatore, e parimente egli ne ricevè in dono da Principi grandi. Per l'amministrazione della giustizia in Massa e Carrara si servì di persone degnissime, poichè molti di questi dalli offizi che avevano esercitato in detti Stati andarono nella Rota di Firenze, Genova, Ferrara e Bologna ed in altre giudicature cospicue „ (1).

Provvide largamente ai figli, femmine e maschi; istituì erede universale il primogenito Alberico.

Erede suo universale delli Stati di Massa e di Carrara, di Aiello, Ferentillo e Paluda, con tutte le loro castella, ville, habitationi, vassalli, giurisdittione e pertinenze, e di tutto quello che ha e possiede in detti

---

in S. Francesco..... Vuole inoltre e commanda che separata che sarà l'anima sua dal corpo, subbito dall'infrascritto sig. erede s'avvisino tutti li capi di quelle Religioni delle quali detto sig. testatore ne tiene le figliolanze acciò possino fare la carità di pregare per l'anima sua. Vuole e commanda inoltre che il suo sig. erede supplichi il Papa che sarà *pro tempore* degnarsi d'applicare il sacrificio d'una sua messa per l'anima di esso sig. testatore, dando l'esempio di quello fece papa Clemente VIII per l'anima della madre di esso sig. testatore e papa Alessandro VII per l'anima della madre d'esso sig. erede „.

(1) Rocca, *Varie memorie*, pp. 37-38.

Digitized by Google

Stati; delli palazzi di Genova, Ferrara e di Pisa e delli luoghi de' Monti assegnati e surrogati per il palazzo di Roma dalla S. di N. S. Papa Innocentio X, che lo volse, e che detti Monti si dovessero impiegare nella compra d'un altro palazzo in Roma, e non altrimenti esitarli; della villa che fu già del Pacieri; di tutte le artiglierie, munitioni et arme che sono nelle fortezze di detti Stati; degli miglioramenti et augumenti fatti nel castello e palazzo di Massa et in quello di Carrara et in ogn'altro luogo; delle gioie, ori. argenti, quadri, paramenti e di tutti gli altri mobili e suppellettili; di tutti li cavalli di stalla e della razza d'Agnano, Romagna e Medelana; come anco di tutti gli altri suoi beni, mobili e stabili e se moventi, ragioni et attioni e nomi di debitori, presenti e futuri, posti in qualsivoglia luogo e dovuti per qualsivoglia causa, comprese le pretentioni che si havessero et hanno sopra Vetralla et altri Stati in altre parti, vuole che sii et ha instituito e con la propria bocca nominato e nomina l'Ecc.^{mo} Sig. Don Alberico Cybo, Marchese di Carrara, suo figlio, al quale (inherendo alli fideicommissi e prohibitioni fatte dalla felice memoria del Sig. Prencipe Alberico, suo avo) prohibisce l'alienatione di tutti li beni, quali il detto Sig. Prencipe Alberico sottopone a primogenitura e fideicommisso o feudo per qualsivoglia causa etiam di dote e legittima, e senza detrattione d'alcuna quarta, perchè considera che per mantenere lo splendore del Prencipato è necessario che si conservino e passino di primogenito in primogenito, e doppo morte di detto Sig. Marchese Alberico sostituisce e chiama il suo primogenito e primogenito descendente da questo; e mancando la linea mascolina del primogenito, succeda il secondogenito e così successivamente delli altri con lo stesso ordine di primogenitura. Intendendo però sempre delli primogeniti e discendenti maschi legittimi e naturali e di legittimo matrimonio concetti e nati e dal proprio corpo e dalla propria moglie di ciascuno de' sopra nominati; e mancando la linea mascolina, succedino le femine descendenti da esso Sig. testatore nell'istesso modo che vengono chiamati nell'investiture dalla felice memoria del Sig. Prencipe Alberico, avo di esso Sig. testatore, nel suo testamento.

Le gioie che sono in casa vuole in perpetuo vi restino per uso et ornamento delle Prencipesse di Massa, così anco la Madonna di marmo con tutti li quadri (1), pitture et ornamenti delle stanze della tribuna

(1) Carlo Frediani (*Notizie della vita di Agostino Ghirlanda, pittore del secolo XVI*, Massa, Frediani, 1828; p. 39) lasciò scritto: "Arricchì la sua residenza di numerosa galleria di quadri, dei quali se ne deplora la perdita, essendochè furono di qui tolti ed inviati a Roma (ed eravene di Raffaello e del Bassano), unitamente a delle statue antiche che vedevansi nella villa ducale di Sopra la Rocca, dal cardinale Camillo Cybo per causa

Digitized by Google

contigua al palazzo sopra la chiesa di S. Pietro di Massa et il Christo di bronzo e tutte le pitture et altri ornamenti della cappella del palazzo (1).

Prega di tutto cuore il suo successore haver per raccomandati li suoi figli, tenerne particolar conto e stima, confidando che più dell'obligo del sangue non si scorderà del dovuto affetto e cortesia, che tutto resulta a conto di reputatione della Casa.

Supplica la maestà dell'Imperatore a voler tenere la protettione della sua Casa, incaricando il suo Sig. erede a vivere con ogni osservanza, devotione e fedeltà verso l'Imperio et a rappresentare a Sua Maestà Cesarea questo suo desiderio col supplicarlo per l'effetto.

Incaricando al detto Sig. erede il continovare la devotione con la Corona di Spagna.

Esorta e persuade il suo Sig. erede che per questo si deve ricevere l'ammonitione d'affettionatissimo padre camini d'accordo e tenghi corrispondenza con l'ecclesiastico con porgerli tutti gli aiuti convenienti, raccomandandoli sopra ad ogni cosa la religione cattolica.

Raccorda al suo Sig. erede di mantenersi la benevolenza della Ser.ma Republica di Genova, confinante, e la corrispondenza come ha fatto il Sig. Prencipe Alberico et esso Sig. testatore.

---

del suo malcontento col Duca Alderano fratello, onde collocarli parte nel suo palazzo alla Pilotta e parte nella sua villa di Castel Gandolfo, come ho ricavato da alcune fedi giurate, che si conservano nella libreria dei sigg. conti Bernardo e Ferdinando Ceccopieri in un fascio da me segnato con lettera M „.

(1) Il Rocca nella sua *Situazione moderna della città di Massa*, di cui posseggo l'autografo, così descrive la cappella ducale: " Vi è una sontuosa cappella, dipinta da famosi pittori e messa a oro, oltre gl'infiniti marmi che vi sono, vagamente disposti, all'altare principale vi è un bellissimo Crocifisso di metallo fino, opera dell'insigne scultore Pietro Tacca di Carrara, uniforme a quello che esso collocò nell'Escuriale di S. Lorenzo di Spagna, con candelieri, angeli e vasi dello stesso metallo e del medesimo autore; nell'altarino a fianco vi è una bellissima statua della Vergine Santissima, molto stimata per la sottigliezza del lavoro, parimenti di marmo; dicono scoltura di Michel Angelo Buonarrota. Vi è nello stesso palazzo altra cappella, ove è un stimatissimo bassorilievo rappresentante la Nascita del Salvatore. Vi è poi un bellissimo salone, tutto vagamente dipinto ed ornato all'intorno di statue di marmo; opere de' più culti scultori. Vi è altra sala, alla moderna, ornata di belli stucchi, quadri d'eccellenti pittori e cristalli „. Il crocifisso in bronzo non è di Pietro Tacca, ma di Ferdinando, suo figliuolo; la statua della Vergine non uscì dallo scarpello di Michelangiolo, ma fu scolpita dal Bolgi di Carrara.

Digitized by Google

Commanda al suo erede che continui nell'osservanza verso il Ser.^{mo} Granduca di Fiorenza nella maniera che ha fatto esso Sig. testatore; esortando di più detto Sig. erede a mantenere tutte le amicitie che sono in Casa e Prencipi confinanti, e fuggire l'occasioni di discordie e di movimento d'armi contro questo Stato.

La fedeltà et amorevolezza che ha esperimentato in tutti li sudditi et il debito di vero Prencipe che teneramente ama li suoi popoli obligano detto Sig. testatore a pregare, si come prega con ogni affetto e grava detto Sig. Marchese, suo erede, a trattare e passarsi con li sudditi con ogni piacevolezza e liberalità et ad usare verso di loro più la clemenza che il rigore, per farsi in un istesso tempo et amare e temere, et a farsi conoscere per pietosissimo e prudente padrone con mantenerli l'abbondanza, pace e giustizia, e particolarmente li raccomanda la povertà, et a fare che l'honore delle donne sii rispettato.

In occasione di qualche discordia che nascesse tra detto Sig.^{re} erede e detti Sig.^{ri} figli vuole e commanda che si ricorri a monsig. Vescovo di Sarzana, che sarà per tempo; quale prega in tal caso ad interporsi per l'aggiustamento tra detti Signori; e quando non li riuscisse, possa ciascun di essi incaminarsi per altro mezzo d'amici, confidenti e parenti alla Casa, imitando in questo quello che fece il Prencipe Alberico, di gloriosa memoria (1).

Aveva una speciale devozione per S. Francesco Xaverio (2); e lo cantò in un poema " per modo di ditirambo, con stanze e canzoni per entro inserite „ (3). Glielo fece stampare Gio. Paolo Oliva della Compagnia di Gesù, che nel presentarlo a' lettori scrive: " L'opera, quanto è ristretta di mole, tanto è vasta di pensieri, sublime di stile e religiosa di sentimenti. E tale doveva essere, mentre era parto di una mente che nell'ascendenza sua

(1) R. Archivio di Stato in Massa. Testamenti della famiglia Cybo.

(2) Lo ricorda anche nel testamento, dove si legge: " Le gratie che detto sig. testatore ha ricevuto dal glorioso S. Francesco Xaverio richiedono una perpetua memoria di gratitudine nella Casa, però, invece del molto che per questo doverebbe, ordina al sig. suo erede, e doppo lui alli successori nel Principato di Massa, e vuole, che si faccia ogn'anno in perpetuo, nel giorno della festa di detto Santo, et a suo honore, dui gratie criminali, ad arbitrio del successore e come più li gusterà, una nel Prencipato di Massa et un altro nel Marchesato di Carrara, e che il giorno doppo detta festa, tanto in Massa, quanto in Carrara, si celebri una messa de requie per l'anima sua all'Altare privilegiato „.

(3) Quadrio F. S., *Della storia e della ragione d'ogni poesia*; vol. II, p. 318.

Digitized by Google

poco altro vede che scettri, mitre, porpore e regni; non poteva non sollevarsi dal fango della poesia profana e passarsene alle stelle della poesia profetica una penna mossa da mano gioiellata di glorie. Così sarebbero le poesie tutte dell'Italia, se, come queste, il soggetto fosse un Apostolo, e l'autore un Prencipe, i cui versi pubblicò per non privar il mondo delle glorie d'un Santo; e nascondo il nome, per non ispogliare de' suoi veli la modestia di chi, ambitioso di glorificare, è risoluto di nascondersi „. Ha per titolo: *De gli ardori di S. Francesco Xaverio il fumo di Coralbico*, [anagramma di Carlo Cybo], *tra gli Accademici Intrepidi l'Accinto;* e uscì fuori a Ravenna l'anno 1651 (1). Questo il proemio dell'autore:

L'incendio de gl'Amori Celesti del gran Xaverio non è oggetto proportionato all'infermo mio sguardo, e riconosciuta la mia debolezza ho deliberato di contemplare il Fvmo; benchè l'affetto non habbia potuto produrre più viva dimostratione, tuttavia questo non offenderà gl'occhi.

Il mio ingegno non si è sollevato più alto, perchè abbagliato da tanto Fvmo, non poteva respirare se non con la bocca in terra, di dove con purità di stile ho cercato d'esprimere la devottione che deve eccitarsi al racconto de' miracoli, procurando di sollevar la Musa ne' componimenti a cui più naturalmente conveniva l'eroico.

Vorrei che queste compositioni, ben che moderne, fossero stimate come le cose antiche, che ricevono pregio per essere affumicate; nè mi curo che altri le giudichi degne del foco, perchè non trattandosi che di Fvmo, altro non bramo se non che vadano in Fvmo.

La fama gloriosa di questo Santo Apostolo dell'Indie supera il volo di qualsivoglia famosa penna; onde la mia tarpata, quanto più dice, meno esprime; e per ciò se ad alcuni pareranno povere di spiriti, acquisteranno grado, rimirate nello specchio di Xaverio, che rappresenta gl'oggetti anco alla rovescia.

---

(1) *De gli ardori* | *di S. Francesco* | *Xaverio* | *il fvmo di* Coralbico | *Tra gli Accademici Intrepidi* | *L'Accinto.* | In Ravenna, MDCLI. | Appresso Pietro de' Paoli Stamp. Camerale. | Con licenza de' Superiori; in-8° di pp. 110.

Precede un'avvertenza di " Gio. Paolo Oliva della Compagnia di Giesù a' lettori „, pp. 3-5; quindi: " All'Avtore per li prodigi che fa oprare al Santo nell'Indie „ [sonetto] " del Padre Lvigi Ficieni „, p. 6; " In lode del signor Coralbico per l'editione d'vn libro intitolato, De gl'ardori di S. Francesco Xaverio il Fvmo „ [sonetto] " del sig. Sebastiano Baldini „, p. 7; " All'Apostolo dell'Indie Xaverio il gran santo „, l'autore, pp. 8-9; " Al lettore „, l'autore, pp. 10-11; " imprimatur „, p. 12. Il volume si chiude con una prosa intitolata: " Lo Specchio, discorso „, pp. 93-110, che è preceduto da un avvertimento " Al lettore „, pp. 91-92.

Digitized by Google

Ecco come incomincia:

Altri invochi a' suoi canti Euterpe e Clio,
E brami a la sua Cetra
D'armoniose corde un suon canoro,
E cerchi un Plettro, a cui
Mostri d'accesa face aurei fulgori
Su le cime di Pindo il biondo Apollo,
Perchè splendino ancor entro gl'inchiostri
De' magnanimi Eroi l'imprese e l'armi,
Ch'io solo a questi carmi
Del mio povero ingegno
Per fecondar l'inculto stile invoco
Quel sol che sopra gl'astri il Trono ha loco.
Chiamolo ad illustrar con viva luce
I contumaci horror de l'ombre mie,
Ch'offuscan d'ogn'intorno
La mente che se n'erra
Naufraga sopra un Mar gonfio di lodi,
Di quei che in conca angusta
Bramò adunar de l'onde sue le Stelle,
Per trarne a foco del Divino Amore
Un estratto gentil che l'alma sani,
E formi in pro della salute altrui
Rare vicende in balsami pregiati.
Deh mi presti la penna un Serafino,
Mova ei la mano et al pensier devoto
Il supremo motor dia legge e moto.

Il *Fumo* si chiude con *Lo Specchio, discorso* in lode del " Gran Xaverio, regia stella di prima grandezza dell'Ecclesiastico Cielo, overo Cielo christallino dell'Universo „. Dichiara a' lettori: " M'ingannerei se non sapessi compassar l'ombra mia: quindi non penso stringer un Oceano di lodi in un panegirico, ma di cangiar il ruscelletto della mia devotione in un mare, per tributare a' piedi di questo Apostolo dell'Indie, sovra un'onda di un affetto il cuore. So che per favellare degnamente d'Achille vi vorrebbe un Omero. Ma so anco, che si come il Sole tramanda il suo raggio fecondo sovra le spine, così questo Specchio luminoso saprà con suoi reflessi illuminar le tenebre del mio fosco ingegno „.

Digitized by Google

Fin dal 1613 aveva stampato un *Panegirico sullo stato rustico* (1). Il solo de' suoi biografi che lo ricordi è Michele Giustiniani; il quale aggiunge: " Ha composto diverse poesie, tanto sacre, come morali, con eleganza di stile e con vaghezza di pensieri; ma non ha inclinato di farle stampare „ (2). Di queste poesie parecchie si conservano autografe nel R. Archivio di Stato in Massa (3), e son da lasciare in dimenticanza pietosa.

Tra' poeti d'allora che furono in relazione con Carlo I, e lo cantarono ne' loro versi, è da ricordare Domenico Andreoni di Lucca, il quale, dopo aver servito come segretario il cardinale Girolamo Buonvisi, si recò a Venezia, e scoppiata la guerra di Candia andò colà a militare e presto vi morì segretario di Francesco Morosini, capitan generale de' Veneziani. Fin dal 1661 aveva raccolte e stampate in Lucca le sue *Poesie liriche*, dove si legge un'ode da lui indirizzata *All'Illustriss. et*

---

(1) *Panegirico di D.* Carlo Cibo, *Duca D'Aiello*; nelle *Lodi per lo Stato Rustico del Sig. Gio. Vincenzo Imperiale. A lui da' migliori dedicate. Con licenza de' Superiori et Privilegio.* In Venetia. Appresso Evangelista Deuchino, 1613 [in 24°, di pp. 216, più cc. n. n. con tavola ed errata]; pp. 38-39.

(2) Michele Giustiniani, *Gli Scrittori Liguri*, Roma, Tinassi, 1667, part. I, pp. 150-151.

(3) R. Archivio di Stato in Massa. *Composizioni poetiche del Sig.r Principe D. Carlo Cybo, padre del Sig.r Cardinale Alderano, scritte di suo carattere*; nella busta n° 502, intitolata: *Notizie storiche e genealogiche della Famiglia Cybo.* Sono sette tra tutte; quattro delle quali di soggetto religioso, tre di soggetto profano. Queste ultime hanno per titolo: " L'instabilità „; " Cavallo da guerra donato dal Sig.r Principe di Massa al Sig.r Conte della Riviera „; " Per la Sig.ra Marescialla di Ghubriano, venuta di Francia in Italia „. Racconta il Rocca (Op. cit., p. 29): " Li 2 agosto [1647] passò da Massa la Marescialla di Guhiano, francese, con gran corte, di ritorno dalla Polonia, dove aveva accompagnata una principessa Gonzaga di Nivers per sposa a quel Re. Si trattenne la suddetta qui in Massa fino alli 12 settembre in casa de' Paleologo per la infermità d'una sua nipote, la quale migliorata, partì da Massa, ma in breve venne nuova che detta nipote era morta per strada prima d'arrivare a Parigi, dove andava. Questa Marescialla fino che stette a Massa si trattava in gran magnificenza, e partendo lassò contenti tutti con cui trattò e di paghe ed in mancie, che furono ubertose „. Delle quattro poesie religiose, due sono consacrate a S. Teresa e una al Crocifisso. L'altra s'intitola: " Per li tre corpi dei Santi Martiri venuti da Roma per mare „.

Digitized by Google

Ecc.mo Sig.re il Sig.re D. Carlo Cybo Prencipe di Massa (1). Era poeta di qualche valore e parlan di lui il Van dem Broecke, l'Orsucci, il Quadrio, il Crescimbeni ed il Lucchesini. Il suo poema la *Romuleide* restò inedito e andò perduto: rimase inedita e si smarrì pure l'opera sua latina: *Britomandes seu de rebus gestis Britannorum libri septem* (2). Claudio Achillini, che già aveva invitato con un sonetto Ferdinando Cybo, fratello di Carlo (3), " a lasciar le deliziose pendici di Massa et a seguir la Corte di Roma „ (4), volle celebrarlo nelle sue rime. Questo il soggetto del componimento consacratogli: " Tornava dalla Nonziatura di Spagna Monsignor de' Massimi, e gionto che fu a Massa di Carrara il Sig. Duca [correggi: Principe] fece recitargli una bellissima Pastorale, composta da quel grande ingegno D. Ferdinando, fratello di S. E. Il Tago fa il prologo. Loda esso

(1) Domenico Andreoni, *Poesie liriche*, In Lucca, appresso Jacinto Paci et C., MDCLXI, part. I, pp. 95-104.

(2) Cesare Lucchesini, *Della Storia letteraria del Ducato Lucchese, libri sette*; nelle *Memorie e documenti per servire all'istoria del Ducato di Lucca*; X, 43.

(3) Nacque nel 1590 e fu tenuto al battesimo da Ferdinando I de' Medici, granduca di Toscana, e da Eleonora de' Medici ne' Gonzaga, duchessa di Mantova. Abbracciò il sacerdozio e fu cavaliere di Malta. Morì il 28 febbraio del 1635. Venne sepolto nel coro della distrutta chiesa di S. Pietro presso il ricco ciborio in marmo, da lui fatto scolpire con grande spesa. Tre iscrizioni che lo ricordavano andaron disperse. Cfr. Giorgio Viani, *Memorie della famiglia Cybo e delle monete di Massa di Lunigiana*, Pisa, Prosperi, 1808, pp. 125-126.

Oltre Ferdinando, il principe Carlo ebbe quattro fratelli: Francesco [1584-1616], Odoardo [1585-1612], Cesare [1587-16...] e Alessandro [1594-1639]; e due sorelle. Una di esse morì nelle fasce; l'altra, Vittoria, nata a Ferrara nel 1588, morta a Massa il 10 ottobre del 1635, fu data in moglie al conte Ercole Pepoli di Bologna, che il principe Alfonso d'Este, il quale poi salì sul trono col nome d'Alfonso III e, deposta la corona, si ascrisse tra' Cappuccini, pigliando il nome di fr. Giambattista d'Este, fece assassinare a Ferrara nel decembre del 1617. Cfr. Niccolò Rodolico, *L'abdicazione di Alfonso III d'Este, racconto storico*, Bologna, Zanichelli, 1901; in-16°.

(4) Claudio Achillini, *Rime e prose, in questa nuova impressione accresciute di molti sonetti et altre compositioni non più stampate, con aggiunta di diverse bellissime lettere di proposta e risposta del medesimo autore*, In Venetia, M.DC.LVI. Per Giacomo Bortoli, p. 14.

Digitized by Google

Monsignore, e sovrafatto dalle maraviglíe di quei bellissimi paesi accenna le loro eccellenze „. Eccone un saggio:

Qui tosto gionto io vidi
Quel Carrion famoso,
Che limpido distilla
Dal Carrarese eterno
Che in faccia de l'oblio
Per le memorie altrui sviscera i fianchi.
Ditelo voi, Romani,
I cui gesti superbi
Su le carte defonti
Vivono in questi marmi:
E ditelo pur voi
Di tanti e tanti Eroi ossa honorate,
Che fredde e incenerite
Da questi sassi ancor gloria spirate.
E poco dopo i' vidi
Quel vostro maggior fiume
Che Frigido di nome e di tributo
Parte da l'Alpi e move
Lite con sue dolcezze al Mar vicino,
E col valor de le purissime acque,
Distillate fra l'Agate e i Diaspri,
Vince il tesor de le mie bionde arene.
O sconsolati amanti,
Le cui rigide donne
Portano al vostro duolo il ciglio asciutto,
Guidate le crudeli
Con voi di questo fiume a l'aspre rive,
Che mentre mireranno
Lagrimare i Diaspri,
Impareranno forsi
Da le pietre durissime pietade.
Qui vidi ancor ne gli adorati fianchi
Di quest'altissim'Alpi
E mille aranci, e mille
Offrir con ricca fronde
A i passaggieri Alpini i pomi d'oro,
Qui stupito vagheggio,
Fino a le stelle alzarsi,
Emola de le Quercie
A l'aura di Nettuno,

Digitized by Google

La dignità de' fortunati Ulivi.
Ma più, ma più ne' cori
De' popoli soggetti
Una pace beata,
Sotto l'aura coltura
De la mano di Carlo, hoggi verdeggia.
Qui gli ombrosi Castagni,
Sparsi su le freschissime pendici,
Offrono al passaggier cibo e riposo.
A quest'ombre beate
Mille puri ruscelli
Mormoran, tormentati
Dal perpetuo martire
De' sassosi sentieri,
E questi arbori intanto
Dal pietoso spettacolo nudriti
Spiegano in un sol punto
Al Ciel cortese ed al terreno amico
(O che belle campagne!)
Una chioma che ride, un piè che piagne.
Da una stessa pendice io qui rimiro
Le battaglie di Cerere e di Teti.
. . . . . .
Quasi pianta del volgo
L'odorata Siringa
In habito di neve
Sveglia il riso a l'Aprile,
E con gli odori il Peregrin conforta.
Su questi colli, ove perpetuo è il verde,
Si scaldano i Pastori
Ne' preziosi geli
Al foco de' Ginebri e de gli Allori (1).

È innegabile: son brutti versi, per quanto usciti da una penna in que' giorni famosa.

---

(1) Op. cit., pp. 72-78.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 4 Dicembre 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. CORRADO SEGRE
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Salvadori, Foà e Mattirolo.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza (20 novembre 1921).

Il Socio Segre si dice lieto di poter assicurare i colleghi, che il miglioramento nelle condizioni di salute dell'amato Presidente è progressivo e che dà affidamento di prossima guarigione.

Comunica una lettera del collega Daniele Rosa, colla quale, annunziando il suo trasferimento all'Università di Modena, chiede di passare nella categoria dei Soci nazionali non residenti (Art. 22 dello Statuto).

Presentano in omaggio:

Il Socio Sacco la sua Memoria *Il glacialismo della valle di Susa*, che riassume.

Il Socio Parona un suo volumetto dal titolo *Caratteri ed aspetti geologici del Piemonte.*

Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

Digitized by Google

Si presentano e sono accettati per la stampa negli *Atti* i seguenti lavori:

Sui composti degli α-ossiminochetoni col cobalto del Socio G. Ponzio.

Sul galvanometro a corda di Einthoven del Socio A. Pochettino.

Le proprietà superficiali del mercurio dedotte da misure voltaiche del prof. Eligio Perucca, presentato dal Socio A. Pochettino.

Sulle varietà a k *dimensioni contenenti almeno* ∞^k *rette,* Nota I di Eugenio G. Togliatti, presentato dal Socio C. Segre.

Intorno ad un teorema di Picard relativo alle curve di un complesso lineare di rette di Giuseppe Gherardelli, presentato dal Socio C. Segre.

Le funzioni plurisimmetriche in più gruppi di variabili e le interpretazioni in geometria numerativa del colonnello Giovanni Corte, presentato dal Segretario a nome del Socio Mattirolo.

Digitized by Google

LETTURE

Sui composti degli α-ossiminochetoni col cobalto

Nota del Socio nazionale residente GIACOMO PONZIO

Secondo Tschugaeff [1] l'α-benzilmonossima $C_6H_5 . C(:NOH) . CO . C_6H_5$ trattata con un sale *cobaltoso* dà il composto *cobaltico* $[C_6H_5 . C(:NO) . CO . C_6H_5]_3Co$ e la proprietà di formare analoghi composti a cobalto *trivalente* sarebbe comune a tutti gli α-ossiminochetoni. I risultati delle esperienze più avanti riferite dimostrano in modo indubbio che l'asserzione di detto Autore, esatta per l'α-benzilmonossima, non è valida per gli α-ossiminochetoni da me presi in esame durante il proseguimento delle mie ricerche sulle diossime.

L'errore di generalizzazione in cui è incorso un chimico così distinto come lo Tschugaeff non è facilmente spiegabile, anche perchè nelle due Note sopra citate mancano del tutto i dati sperimentali [2] che egli dice riservarsi di comunicare in altro luogo [3]; ma, forse, è dovuto al fatto che Egli, scopritore dei sali nichelosi delle α-diossime, non era riuscito ad ottenerne i sali *cobaltosi*, bensì soltanto composti *cobaltici* complicati [4]. Io, che non avevo i preconcetti di Tschugaeff, poichè ho già, da tempo, preparato i sali a cobalto bivalente di alcune α-diossime (e li descriverò in una prossima comunicazione) e che ho speri-

---

[1] " Z. anorg. „ *76*, 88 (1907) e *B. 41*, 1684 (1908).

[2] Per questa ragione i composti ottenuti da Tschugaeff non sono descritti nella letteratura ed io li ignoravo all'inizio del mio lavoro, essendomi occupato dell'α-benzilmonossima soltanto per ultimo.

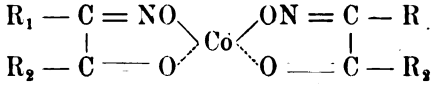
[3] Probabilmente in qualche periodico russo che io non conosco, ma certo di data non molto posteriore al 1917.

[4] " Z. anorg. „ *46*, 160 (1905).

Digitized by Google

mentato su composti contenenti il gruppo α-ossiminochetonico — C(:NOH).CO — unito con radicali differenti nei diversi casi, posso assicurare, nel modo più assoluto, in base non soltanto alla determinazione dell'azoto, ma anche di quella, veramente probatoria, del cobalto, che gli α-ossiminochetoni $R_1.CO.C(:NOH).CO.R_2$ ed $R_1.CO.C(:NOH)H$ ove R_1 ed R_2 sono CH_3 ovvero C_6H_5, se trattati, in soluzione acquosa od alcoolica, con soluzione acquosa di acetato cobaltoso, dànno origine a composti *cobaltosi* (con cobalto bivalente) e non a composti *cobaltici* (con cobalto trivalente).

I sali cobaltosi degli α-ossiminochetoni che qui descrivo sono tutti più o meno solubili in molti degli ordinari solventi organici, dai quali si separano in cristalli ben definiti che verranno studiati nell'Istituto di Mineralogia diretto dal prof. Zambonini. Hanno tutti un colore *anormale* rosso-bruno e, se in polvere, rosso-aranciato, e siccome non dànno nessuna reazione dei ioni cobaltosi si devono considerare come sali complessi del tipo



di una grande stabilità e nei quali il numero di coordinazione del cobalto è quattro.

Ciò premesso, è chiaro che le considerazioni fatte da Tschugaeff (loc. cit.) sui composti a cobalto trivalente degli α-ossiminochetoni perdono ogni valore. Inoltre, avendo io ottenuto i sali cobaltosi dell'isonitrosoacetilacetone $CH_3.CO.C(:NOH).CO.CH_3$ e dell'isonitrosoacetofenone $C_6H_5.CO.C(:NOH)H$ e confermata l'esistenza del sale cobaltico dell'α-benzilmonossima $C_6H_5.CO.C(:NOH).C_6H_5$ è evidente che non si possa più mettere in relazione, come ritenne di poter fare Tschugaeff, la configurazione degli ossiminocomposti colla capacità di formare sali metallici; infatti l'isonitrosoacetilacetone non ha isomeri geometrici, l'isonitrosoacetofenone è la forma β (*anti*) [1] $C_6H_5.CO.C(=N-OH)-H$ e l'α-benzilmonossima è la forma *sin* $C_6H_5.C(=N-OH)-CO.C_6H_5$.

[1] Söderbaum, *B*, *24*, 1381 (1891).

Digitized by Google

Sale cobaltoso dell'isonitrosoacetilacetone $[CH_3.CO.C(:NO).CO.CH_3]_2Co$. Si separa in fiocchi rosso-mattone mescolando, in soluzione acquosa, l'isonitrosoacetilacetone $CH_3.CO.C(:NOH).CO.CH_3$ con acetato cobaltoso e completando la reazione con un leggero riscaldamento.

Cristallizzato dalla ligroina si presenta in grossi prismi di colore rosso-sangue, fusibili a 164° senza decomposizione.

I. Sostanza gr. 0,2110 : N cc. 17 a 19° e 736,862 mm.
II. Sostanza gr. 0,3046 : $CoSO_4$ gr. 0,1746.

Per $C_{10}H_{12}O_6N_2Co$: calc. % N 8,89 Co 18,72
trov. N 9,16, Co 18,45
(per $C_{15}H_{18}O_9N_3Co$: calc. % N 9,48, Co 13,31).

È solubile a freddo in alcool, etere, benzene, acetone, cloroformio; pochissimo solubile negli eteri di petrolio; discretamente a caldo e poco a freddo in ligroina. Si scioglie alquanto nell'acido acetico al 50 % bollente; facilmente a freddo nell'acido solforico concentrato e negli idrossidi di sodio e di ammonio con colorazione rosso-aranciata scura. È un po' solubile nell'acqua con colorazione aranciata: la soluzione non dà nessuna reazione dei ioni cobaltosi.

Sale cobaltoso dell'isonitrosobenzoilacetone $[CH_3.CO.C(:NO).CO.C_6H_5]_2Co$. Trattando la soluzione alcoolica dell'isonitrosobenzoilacetone $CH_3.CO.C(:NOH).CO.C_6H_5$ con soluzione di acetato cobaltoso si ha dapprima un liquido limpido rosso-scuro, ma scaldando leggermente si inizia tosto la separazione di aghi appiattiti di colore aranciato-bruno, la quale si completa col raffreddamento e col riposo e fornisce senz'altro un prodotto perfettamente puro fusibile a 220° con decomposizione.

I. Sostanza gr. 0,1676 : N cc. 9,6 a 19° e 736,616 mm.
II. Sostanza gr. 0,2544 : $CoSO_4$ gr. 0,0912.

Per $C_{20}H_{16}O_6N_2Co$: calc. % N 6,37, Co 13,43
trov. N 6,51, Co 13,64
(per $C_{30}H_{24}O_9N_3Co$: calc. % N 6,67, Co 9,37).

È quasi insolubile anche a caldo nell'alcool, nell'etere, nella ligroina e nell'acido acetico al 50 %; solubile a freddo in benzene ed in cloroformio; discretamente solubile a caldo e meno

Digitized by Google

a freddo nell'acetone, dal quale si può cristallizzare. È insolubile nell'acqua; solubile a freddo nell'acido solforico concentrato e negli idrossidi di sodio e di ammonio con colorazione gialla.

Sale cobaltoso dell'isonitrosoacetofenone $[C_6H_5.CO.C(:NO)H]_2Co$. Si forma scaldando leggermente una soluzione acquoso-alcoolica di isonitrosoacetofenone $C_6H_5.CO.C(:NOH)H$ con soluzione acquosa di acetato cobaltoso. Cristallizzato dal benzene si presenta in laminette aranciato-brune; riscaldato comincia ad alterarsi verso 100°-120°, poi si decompone, talvolta violentemente, verso 240°-244°, con sublimazione di acido benzoico.

I. Sostanza gr. 0,2188 : N cc. 15,8 a 18° e 738,203 mm.
II. Sostanza gr. 0,2928 : $CoSO_4$ gr. 0,1314.

Per $C_{16}H_{12}O_4N_2Co$: calc. % N 7,88, Co 16,61
trov. N 8,26, Co 17,07
(per $C_{24}H_{18}O_6N_3Co$: calc. % N 5,56, Co 11,72).

È un po' solubile in alcool, etere, acetone; solubile a freddo in cloroformio; molto solubile a caldo e meno a freddo in benzene; insolubile in ligroina, in acqua e negli idrossidi di sodio e di ammonio; solubile a freddo nell'acido solforico concentrato con colorazione rosso-aranciata; alquanto solubile in acido acetico al 50 % bollente, dal quale cristallizza per raffreddamento.

Sale cobaltico della α-benzilmonossima $[C_6H_5.CO.C(:NO).C_6H_5]_3Co$. Questo composto, ottenuto ma non descritto da Tschugaeff (loc. cit.), si separa poco a poco scaldando leggermente l'α-benzilmonossima $C_6H_5.CO.C(:NOH).C_6H_5$, in soluzione alcoolica, con soluzione acquosa di acetato cobaltoso. Cristallizzato da una miscela di acetone e di cloroformio si presenta in prismi rosso-bruni, i quali riscaldati si decompongono violentemente talora a 195°, talora a temperatura alquanto più elevata.

I. Sostanza gr. 0,1704 : N cc. 7,7 a 10° e 734,341 mm.
II. Sostanza gr. 0,2214 : $CoSO_4$ gr. 0,0464.

Per $C_{42}H_{30}O_6N_3Co$: calc. % N 5,74, Co 8,07
trov. N 5,29, Co 7,97
(per $C_{28}H_{20}O_4N_2Co$: calc. % N 5,22, Co 11,63).

Digitized by Google

È solubile a freddo in cloroformio e benzene; pochissimo solubile in alcool, etere, acetone, ligroina e nell'acido acetico glaciale bollente. Non si scioglie nell'acqua e negli idrossidi di potassio e di ammonio; si scioglie invece a freddo nell'acido solforico concentrato con colorazione rosso-bruna.

Sale ramico dell'isonitrosoacetilacetone $[CH_3.CO.C(:NO).CO.CH]_2Cu$. Lo descrivo qui perchè si ottiene allo stesso modo dei precedenti sali mescolando in soluzione acquosa isonitrosoacetilacetone $CH_3.CO.C(:NOH).CO.CH_3$ ed acetato ramico. È una polvere verde-olivo, insolubile nell'acqua e nei comuni solventi organici. Riscaldato si decompone violentemente verso 140°.

Sostanza gr. 0,1400 : CuO gr. 0,0353.

Per $C_{10}H_{12}O_6N_2Cu$: calc. % Cu 20,15

trov. Cu 19,89.

È solubile nell'idrossido di sodio con colorazione giallo-verde, nell'idrossido di ammonio con colorazione verde-azzurra, nell'acido cloridrico diluito con colorazione gialla, nell'acido acetico diluito con colorazione verde. Siccome dà alcune delle reazioni dei ioni ramici, dev'essere considerato come un sale complesso meno stabile dei sali cobaltosi degli α-ossiminochetoni.

Torino, Istituto Chimico della R. Università.
Novembre 1921.

Digitized by Google

Le funzioni plurisimmetriche in più gruppi di variabili e le interpretazioni in Geometria numerativa

Nota di GIOVANNI CORTE

Presentata dal Socio Mattirolo

Nella Nota *Alcune proprietà delle funzioni simmetriche caratteristiche*, "Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, 38, 1903, il Giambelli inizia in modo sistematico la teoria delle funzioni simmetriche caratteristiche, della quale qualche cenno trovasi pure nell'importante lavoro di E. D. Roe, *Note on Systematic Functions*, "American Journal of Math. „, 25, 1903, pag. 97.

Inoltre il Trudi, *Intorno ad un determinante più generale, etc.*, "Giornale di Matematica „, 2, 1864, Nota 1ª, pag. 151-58, il Muir nei *Determinanten*, 1882, § 129, ed il Gordan nell'*Invariantentheorie*, 1885, vol. 1°, §§ 171-72, trovano formole che vennero scritte poi dal Giambelli in modo conveniente per l'applicabilità alla teoria delle funzioni simmetriche caratteristiche.

Questa teoria, come rilevasi dalla Memoria del Giambelli, *Risoluzione del problema degli spazi secanti*, "Mem. R. Acc. delle Scienze di Torino „, (2), 52, 1902, presenta notevoli semplificazioni in questioni di Geometria numerativa. Un intimo collegamento fra le formole di incidenza, di posizione speciale, anzi relative a configurazioni di spazi, ed alcune classi di forme invariantive, che sono funzioni simmetriche in più gruppi di variabili non indipendenti, viene reso evidente coll'altra sua Nota, *La teoria delle formole d'incidenza, etc.*, "Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, 40, 1905.

Nella presente Nota mi propongo anzitutto di studiare le funzioni simmetriche in più gruppi di variabili incidenti, mettendo in evidenza l'interpretazione numerativa delle formole d'incidenza per un gruppo di spazi che a due a due si appartengono.

Digitized by Google

Tale interpretazione numerativa, già da me applicata nella Nota *Il principio di dualità per le funzioni plurisimmetriche relative a due gruppi di variabili incidenti*, " Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e lettere „, vol. 54, 1921, permette ancora di studiare le funzioni simmetriche anche per il notevole gruppo di variabili non indipendenti: *configurazione elementare di 4 gruppi di variabili.*

1. — Proprietà fondamentali delle funzioni simmetriche caratteristiche.

Siano $h_0, h_1, ..., h_r$ interi positivi, zero incluso. Seguendo una notazione del GIAMBELLI, *Alcune proprietà delle funzioni simmetriche, etc.*, col simbolo $\{h_0, h_1, ..., h_r\}_x$ si denota il quoziente:

$$\begin{vmatrix} x_0^{h_0} & x_1^{h_0} & \dots & x_r^{h_0} \\ x_0^{h_1} & x_1^{h_1} & \dots & x_r^{h_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_0^{h_r} & x_1^{h_r} & \dots & x_r^{h_r} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_0 & x_1 & \dots & x_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_0^r & x_1^r & \dots & x_r^r \end{vmatrix}.$$

La funzione simmetrica delle $x_0, x_1, ..., x_r$, $\{h_0, h_1, ..., h_r\}_x$ è identicamente nulla se le $h_0, h_1, ..., h_r$ non sono tutte diverse fra loro.

Supposte le $h_0, h_1, ..., h_r$ disposte in ordine crescente, la $\{h_0, h_1, ..., h_r\}_x$ si chiama funzione simmetrica caratteristica; risulta di grado (o di ordine) $h_0 + h_1 + ... + h_r - \frac{r(r+1)}{2}$.

Analogo è il significato dei simboli $\{h_0, h_1, ..., h_r\}_y$ nelle $y_0, y_1, ..., y_r$, $\{h_0, h_1, ..., h_{r'}\}_y$ nelle $y_0, y_1, ..., y_{r'}$, etc.

In particolare si ha:

$$\{0, 1, ..., r-i, r-i+2, ..., r+1\}_x = S_i^{(x)}$$
$$\{0, 1, ..., r-1, r+i\}_x = V_i^{(x)}$$

dove $S_i^{(x)}$ è la funzione simmetrica fondamentale di grado i nelle $x_0, x_1, ..., x_r$, ossia è la funzione simmetrica che si ottiene sommando tutti i prodotti delle $x_0, x_1, ..., x_r$ prese i ad i senza ripetizione; mentre $V_i^{(x)}$ è la funzione aleph di Wronski di grado (o di ordine) i, cioè è la somma dei prodotti delle $x_0, x_1, ..., x_r$ prese ad i ad i con ripetizione.

Digitized by Google

Inoltre: $S_0^{(x)} = V_0^{(x)} = 1$, e poi siano per convenzione nulle le $S_i^{(x)}$, $V_i^{(x)}$ colla i negativa, e le $S_i^{(x)}$ colla i maggiore di $r+1$, s'intende che in questo caso le $S_i^{(x)}$ si riferiscono alle $r+1$ variabili $x_0, x_1, \ldots, x_r$.

Vale la formola fondamentale di moltiplicazione:

$$(1) \qquad \{ h_0, h_1, \ldots, h_r \}_x \, S_i^{(x)} = \Sigma \{ h_0 + k_0, h_1 + k_1, \ldots, h_r + k_r \}_x$$

essendo la sommatoria estesa a tutti i valori interi, positivi o nulli delle $k_0, k_1, \ldots k_r$, la cui somma è i ed ognuno dei quali vale zero, oppure uno.

Il Giambelli introduce il simbolo operativo Δ tale che, detto $\varphi^{(x)}$ un qualsiasi polinomio nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, con

$$\varphi^{(x)} \Delta \{ h_0, h_1, \ldots, h_r \}_x$$

si denota ciò che diventa $\varphi^{(x)}$ quando in luogo di ogni termine $x_0^{c_0} x_1^{c_1} \ldots x_r^{c_r}$ si ponga:

$$\{ h_0 + c_0, h_1 + c_1, \ldots, h_r + c_r \}_x .$$

Pertanto la formola (1) si può scrivere:

$$\{ h_0, h_1, \ldots, h_r \}_x \, . \, S_r^{(x)} = S_2^{(x)} \Delta \{ h_0, h_1, \ldots, h_r \}_x .$$

Si osservi che se più funzioni $\varphi^{(x)}$ soddisfano all'equazione simbolica:

$$(2) \qquad \{ h_0, h_1, \ldots, h_r \}_x \, . \, \varphi^{(x)} = \varphi^{(x)} \Delta \{ h_0, h_1, \ldots, h_r \}_x$$

soddisfa pure all'equazione (2) ogni funzione uguale alla somma oppure al prodotto delle dette funzioni.

Quindi siccome ogni funzione simmetrica intera delle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ è una funzione razionale delle $S_1^{(x)}, S_2^{(x)}, \ldots, S_{r+1}^{(x)}$, si conclude che all'equazione simbolica (2) soddisfano pure tutte le funzioni simmetriche razionali intere.

Essendo $\varphi^{(x)}$ una qualsiasi funzione simmetrica di grado d nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, posto $h_i = i$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, r)$ dalla (2), si deduce:

$$(3) \qquad \varphi^{(x)} = \varphi^{(x)} \Delta \{ 0, 1, \ldots, r \}_x$$

dalla quale relazione risulta che $\varphi^{(x)}$ si esprime linearmente nelle funzioni caratteristiche di grado d nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$.

Digitized by Google

Concludendo segue:

Teorema della linearità delle funzioni simmetriche caratteristiche. — " Qualsiasi funzione simmetrica intera di grado d nelle $x_0, x_1, ..., x_r$ è una combinazione lineare delle funzioni simmetriche caratteristiche di grado d delle $x_0, x_1, ..., x_r$.

" Le funzioni simmetriche caratteristiche di grado d nelle $x_0, x_1, ..., x_r$ sono linearmente indipendenti ".

La seconda parte di questo teorema costituisce l'indipendenza lineare delle funzioni simmetriche caratteristiche. La dimostrazione si trova nella citata Nota del GIAMBELLI, *Alcune proprietà delle funzioni, etc.*

***

2. — Funzioni plurisimmetriche relative a due gruppi di variabili incidenti.

Due gruppi di variabili $x_0, x_1, ..., x_r$; $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$ tali che sia $x_0 = y_0, x_1 = y_1, ..., x_r = y_r$ si dicono *incidenti.*

Le funzioni simmetriche sia nelle $x_0, x_1, ..., x_r$, sia nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$, essendo i due gruppi $x_0, x_1, ..., x_r$; $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$ incidenti, si diranno brevemente anche funzioni simmetriche di due gruppi di variabili incidenti, oppure funzioni plurisimmetriche per i detti due gruppi di variabili incidenti.

Si chiamino $S_{i,r}$ $(i = 1, 2, ..., r+1)$ e $S_{i,r+r'}$ $(i = 1, 2. ..., r+r'+1)$ le rispettive funzioni simmetriche fondamentali di grado i nelle $x_0, x_1, ..., x_r$ e nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$ e si ponga $S_{0,r} = 1$, $S_{0,r+r'} = 1$, $S_{i,r} = 0$ quando i è negativo o maggiore di $r+2$; si scriverà anche semplicemente S_i in luogo di $S_{i,r}$ ed S_i' invece di $S_{i,r+r'}$, se $r' = 1$.

Si osservi che

$$S_i S_k = (S_i' - y_{r+1} S_{i-1}) S_k = S_k S'_i - S_{i-1} y_{r+1} S_k = \\ = S_k S'_i - S_{i-1} (S'_{k+1} - S_{k+1})$$

onde si conclude la formola:

$$S_i S_k = S_{i-1} S_{k+1} - S_{i-1} S'_{k+1} + S_k S'_1 \tag{4}$$

$$(i = 1, 2, ..., r+1;\ k = 1, 2, ..., r+1).$$

Digitized by Google

Dalle (4) si ottiene il sistema di formole:

$$\begin{aligned}
S_{i-1}S_{k+1} &= S_{i-2}S_{k+2} - S_{i-2}S'_{k+2} + S_{k+1}S'_{i-1}\\
S_{i-2}S_{k+2} &= S_{i-3}S_{k+3} - S_{i-3}S'_{k+3} + S_{k+2}S'_{i-2}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
S_1 S_{i+k-1} &= S_{i+k} - S'_{i+k} + S_{i+k}S'_1 .
\end{aligned}$$

Sommando membro a membro queste formole colle (4) e riducendo otteniamo:

$$(5)\qquad S_i S_k = S_{i+k} + S_{i+k-1}S'_1 + \ldots + S_k S'_i - S_{i-1}S'_{k+1} - S_{i-2}S'_{k+2} - \ldots - S'_{i+k}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, r+1;\ k = 1, 2, \ldots, k+1).$$

La formola (5) serve a trasformare un prodotto di due funzioni simmetriche fondamentali delle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ in una combinazione lineare di funzioni simmetriche fondamentali delle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, i cui coefficienti sono funzioni simmetriche fondamentali delle $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$ essendo incidenti i gruppi $x_0, x_1, \ldots, x_r$; $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$.

Applicando ripetutamente la (5) e tenendo poi conto del teorema della linearità delle funzioni simmetriche caratteristiche segue: " Qualunque prodotto di funzioni simmetriche fondamentali delle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ si trasforma colla ripetuta applicazione della (5) in una combinazione lineare di prodotti di una funzione simmetrica fondamentale delle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ e di una funzione simmetrica caratteristica delle $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$ essendo incidenti i gruppi $x_0, x_1, \ldots, x_r$; $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$ ".

Tenendo infine conto anche del teorema fondamentale sulle funzioni simmetriche, si conclude:

Teorema I. — " Qualunque funzione simmetrica intera sia nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, sia nelle $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$ essendo incidenti i gruppi di variabili $x_0, x_1, \ldots, x_r$; $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$ può trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti di una funzione simmetrica caratteristica nelle $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$ per una funzione simmetrica fondamentale (eventualmente di grado nullo) nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ ".

Si considerino i tre gruppi di variabili $x_0, x_1, \ldots, x_r$; $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$; $z_0, z_1, \ldots, z_{r+2}$, tali che i primi due siano fra loro

Digitized by Google

incidenti e così pure il secondo ed il terzo, cioè, come si potrà dire, i tre gruppi di variabili siano fra loro incidenti.

Applicando due volte il precedente teorema ed indicando con ω_n'' le funzioni simmetriche caratteristiche nelle $z_0, z_1, \ldots, z_{r+2}$, segue:

" Qualunque funzione simmetrica intera sia nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, sia nelle $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$, sia nelle $z_0, z_1, \ldots, z_{r+2}$, essendo incidenti i tre gruppi di variabili $x_0, x_1, \ldots, x_r$; $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$; $z_0, z_1, \ldots, z_{r+2}$, può trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti del tipo:

$$S_i \, S_k' \, \omega_n'' \, .$$

In particolare, qualunque funzione $\varphi(x; y)$ simmetrica intera sia nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, sia nelle $y_0, y_1, \ldots, y_{r+2}$, può trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti del tipo $S_i \, S_k' \, \omega_n''$, ove qui e nel seguito le ω_n'' si riferiscono alle variabili $y_0, y_1, \ldots, y_{r+2}$; cioè si avrà:

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_k' \, \omega_n'', \tag{6}$$

essendo C_n coefficienti numerici.

Quindi dalla (6):

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_k \, \omega_n'' + y_{r+1} \, \Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_{k-1} \, \omega_n''.$$

Se si scambiano y_{r+1} e y_{r+2} la $\varphi(x; y)$ si muta in se stessa e perciò si ha pure:

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_k \, \omega_n'' + y_{r+2} \, \Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_{k-1} \, \omega_n''.$$

Sottraendo segue:

$$(y_{r+1} - y_{r+2}) \, \Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_{k-1} \, \omega_n'' = 0$$

cioè:

$$\Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_{k-1} \, \omega_n'' = 0$$

e quindi:

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n \, C_n \, S_i \, S_k \, \omega_n''.$$

Pertanto si deduce:

Teorema II. — " Qualunque funzione simmetrica intera sia nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, sia nelle $y_0, y_1, \ldots, y_{r+2}$, essendo incidenti i

Digitized by Google

gruppi di variabili $x_0, x_1, ..., x_r; y_0, y_1, ..., y_{r+2}$, può trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti di una funzione simmetrica caratteristica nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+2}$ e di due funzioni simmetriche fondamentali (eventualmente di grado nullo) nelle $x_0, x_1, ..., x_r$; cioè del tipo:

$$S_i S_k \omega_n'' \ _n.$$

Questo teorema è un caso particolare del seguente:

TEOREMA III. — " Qualunque funzione simmetrica intera sia nelle $x_0, x_1, ..., x_r$, sia nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$, essendo incidenti i gruppi di variabili $x_0, x_1, ..., x_r; y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$, può sempre trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti di una funzione simmetrica caratteristica nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$ e di r' funzioni simmetriche fondamentali (eventualmente di grado nullo) nelle $x_0, x_1, ..., x_r$, cioè di prodotti del tipo:

$$S_{i_1} S_{i_2} ... S_{i_{r'}} \omega_n^{(r')},$$

ove con $S_{i_1}, S_{i_2}, ..., S_{i_{r'}}$ si indicano funzioni simmetriche fondamentali (eventualmente di grado nullo) nelle $x_0, x_1, ..., x_r$ e con $\omega_n^{(r')}$ funzioni simmetriche caratteristiche nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$ ".

Ammesso questo teorema vero per r' lo si dimostra per $r'+1$.

Perciò consideriamo il gruppo di variabili $z_0, z_1, ..., z_{r+r'+1}$ tale che i due gruppi $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}; z_0, z_1, z_{r+r'+1}$ risultino incidenti.

Per il teorema III per r' e per il teorema I abbiamo:

Qualunque funzione simmetrica intera sia nelle $x_0, x_1, ..., x_r$, sia nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$, sia nelle $z_0, z_1, ..., z_{r+r'+1}$, essendo incidenti i tre gruppi di variabili $x_0, x_1, ..., x_r; y_0, y_1, ..., y_{r+r'}; z_0, z_1, ..., z_{r+r'+1}$, può trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti del tipo:

$$S_{i_1} S_{i_2} ... S_{i_r} S_k^{(r')} \omega_n^{(r'+1)},$$

ove con $S_k^{(r')}$ si indicano funzioni simmetriche fondamentali nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'}$ e con $\omega_n^{(r'+1)}$ funzioni simmetriche caratteristiche nelle $z_0, z_1, ..., z_{r+r'+1}$.

In particolare qualunque funzione simmetrica intera $\varphi(x; y)$ sia nelle $x_0, x_1, ..., x_r$, sia nelle $y_0, y_1, ..., y_{r+r'+1}$, essendo incidenti i due gruppi di variabili $x_0, x_1, ..., x_r; y_0, y_1, ..., y_{r+r'+1}$,

Digitized by Google

può trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti del tipo:

$$S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(r')} \omega_n^{(r'+1)},$$

ove qui e nel seguito le $\omega_n^{(r'+1)}$ si riferiscono alle variabili $y_0, y_1, \dots, y_{r+r'+1}$.

Pertanto:

$$(7) \qquad \varphi(x; y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(r')} \omega_n^{(r'+1)}$$

e da quest'ultima:

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(r'-1)} \omega_n^{(r'+1)} + \\ + y_{r+r'} \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(r'-1)} \omega_n^{(r'+1)},$$

dove $S_k^{(r'-1)}$ indicano funzioni simmetriche fondamentali nelle $y_0, y_1, \dots, y_{r+r'-1}$.

Se si permutano $y_{r+r'}$ e $y_{r+r'+1}$, la $\varphi(x; y)$ si trasforma in sè stessa epperciò si ha pure:

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(r'-1)} \omega_n^{(r'+1)} + \\ + y_{r+r'+1} \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(r'-1)} \omega_n^{(r'+1)}.$$

Colla solita operazione di sottrazione si ottiene:

$$(y_{r+r'} - y_{r+r'+1}) \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(r'-1)} \omega_n^{(r'+1)}$$

ossia:

$$\Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(r'-1)} \omega_n^{(r'+1)} = 0$$

e quindi:

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(r'-1)} \omega_n^{(r'+1)}.$$

Se si applica nuovamente il metodo d'induzione, basta dimostrare la formola:

$$(8) \qquad \varphi(x; y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(t)} \omega_n^{(r'+1)},$$

ammettendola vera per $t+1$.

Per questa ipotesi si ha:

$$\varphi(x; y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_r} S_k^{(t+1)} \omega_n^{(r'+1)} = \\ = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(t)} \omega_n^{(r'+1)} + \\ + y_{t+1} \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(t)} \omega_n^{(r'+1)}.$$

Digitized by Google

Se si scambia y_{t+1} con y_{t+2}, la $\varphi(x;y)$ si muta in sè stessa epperciò si ottiene pure:

$$\varphi(x;y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_k^{(t)} \omega_n^{(r'+1)} + \\ + y_{t+2} \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(t)} \omega_n^{(r'+1)}.$$

E come al solito se si sottrae:

$$(y_{t+1} - y_{t+2}) \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(t)} \omega_n^{(r'+1)} = 0,$$

ossia:

$$\Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(t)} \omega_n^{(r'+1)} = 0,$$

eppertanto:

$$\varphi(x;y) = \Sigma_n C_n S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_{r'}} S_{k-1}^{(t)} \omega_n^{(r'+1)},$$

ossia la (8).

Dalla (8) per $t = 0$ segue il teorema.

***

3. — Funzioni plurisimmetriche per più gruppi di variabili incidenti.

L'argomento trattato nel paragrafo 1° si può estendere alle funzioni simmetriche in più gruppi di variabili incidenti.

Essendo

$$r_1 < r_2 < \dots < r_t,$$

i t sistemi di variabili

$$\begin{matrix} x_{10} & x_{11} & \dots & x_{1r_1} \\ x_{10} & x_{21} & \dots & x_{2r_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{t0} & x_{t1} & \dots & x_{tr_t} \end{matrix}$$

si dicono incidenti, se sono soddisfatte le relazioni:

$$\begin{aligned} x_{1n} = x_{2n} = x_{3n} = \dots = x_{tn} \qquad & (n = 0, 1, \dots, r_1) \\ x_{2n} = x_{3n} = \dots = x_{tn} \qquad & (n = r_1 + 1, r_1 + 2, \dots, r_2) \\ x_{3n} = \dots = x_{tn} \qquad & (n = r_2 + 1, r_2 + 2, \dots, r_3) \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot & \\ x_{t-1,n} = x_{tn} \qquad & (n = r_{t-2} + 1, r_{t-2} + 2, \dots, r_{t-1}) \end{aligned}$$

Digitized by Google

cioè se sono incidenti i due gruppi di ciascuna delle $t-1$ coppie

$$x_{n0}, x_{n1}, \ldots, x_{nr_n}; x_{n+1,0}, x_{n+1,1}, \ldots, x_{n+1,r_{n+1}} \quad (n=1, 2, \ldots, t-1).$$

Nel caso che siano sempre incidenti i t gruppi di variabili

$$x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}; \ldots; x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$$

una funzione simmetrica sia nelle $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}, \ldots$, sia nelle $x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$ si dice brevemente anche *funzione simmetrica di più gruppi di variabili incidenti* od anche plurisimmetrica per i detti gruppi di variabili incidenti.

Per la brevità è utile introdurre questa definizione del Giambelli: Si dirà *monomio fondamentale simmetrico* di specie k delle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ il prodotto $S_{i_1}^{(x)} S_{i_2}^{(x)} \ldots S_{i_k}^{(x)}$ di k funzioni simmetriche fondamentali nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$, essendo i numeri $i_1, i_2, \ldots, i_k$ sia distinti, sia uguali fra loro in parte o totalmente.

Teorema. — " Qualunque funzione simmetrica intera sia nelle $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}, \ldots$, sia nelle $x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$, essendo incidenti i t gruppi di variabili $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}; \ldots; x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$, si può sempre trasformare in una combinazione lineare di prodotti di una funzione simmetrica caratteristica delle $x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$ e di $t-1$ monomi fondamentali simmetrici di specie $r_2 - r_1$, o minore, delle $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}$; di specie $r_3 - r_2$, o minore, delle $x_{20}, x_{21}, \ldots, x_{2r_2}$; ..., di specie $r_t - r_{t-1}$, o minore, nelle $x_{t-1,0}, x_{t-1,1}, \ldots, x_{t-1,r_{t-1}}$ ".

Per mezzo del solito metodo d'induzione dimostreremo il teorema per t gruppi di variabili incidenti coll'ipotesi che sia vero per $t-1$ gruppi di variabili incidenti, poichè questo teorema se $t=2$ è precisamente il teorema III del precedente paragrafo, che è stato dimostrato.

Indichiamo col simbolo $M_k^{(n)}$ un monomio fondamentale simmetrico di specie k, o minore, delle $x_{n0}, x_{n1}, \ldots, x_{nr_n}$.

Se applichiamo il teorema per i $t-1$ gruppi di variabili incidenti $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}; \ldots; x_{t-1,0}, x_{t-1,1}, \ldots, x_{t-1,r_{t-1}}$ si deduce:

Qualunque funzione simmetrica intera nei t gruppi di variabili incidenti $x_{n0}, x_{n1}, \ldots, x_{nr_n}$ $(n=1, 2, \ldots, t)$ può sempre trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti del tipo:

$$M_{r_2-r_1}^{(1)} M_{r_3-r_2}^{(2)} \ldots M_{r_{t-1}-r_{t-2}}^{(t-2)} \omega^{(r_{t-1})} \omega^{(r_t)}$$

ove con $\omega^{(r_{t-1})}$ vengono indicate funzioni simmetriche caratteri-

Digitized by Google

stiche delle $x_{t-1,0}$, $x_{t-1,1}$, ..., $x_{t\ 1,r_{t-1}}$ e con $\omega^{(r_t)}$ funzioni simmetriche caratteristiche delle x_{t0}, x_{t1}, ..., x_{tr_t}.

Per il teorema III del paragrafo 2° applicato ai gruppi di variabili incidenti $x_{t-1,0}$, $x_{t-1,1}$, ..., $x_{t-1,r_{t-1}}$ e x_{t0}, x_{t1}, ..., x_{tr_t} i prodotti delle funzioni simmetriche caratteristiche $\omega^{(r_{t-1})}\ \omega^{(r_t)}$ si trasformano in combinazioni lineari di prodotti del tipo $M_{r_t-r_{t-1}}^{(t-1)}\ \omega^{(r_t)}$.

Perciò qualunque funzione simmetrica intera nei t gruppi di variabili x_{n0}, x_{n1}, ..., x_{nr_n} $(n=1, 2, ..., t)$ può sempre trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti del tipo:

$$M_{r_2-r_1}^{(1)}\ M_{r_3-r_2}^{(2)} \dots M_{r_{t-1}-r_{t-2}}^{(t-2)}\ M_{r_t-r_{t-1}}^{(t-1)}.$$

onde è vero il teorema.

*
* *

4. — Interpretazioni nella Geometria numerativa.

La teoria delle funzioni plurisimmetriche per più gruppi di variabili incidenti si collega a quella dei covarianti di un sistema di forme binarie $f_1\ f_2 \dots f_t$, tali che f_u $(u=2, 3, ..., t)$ risulti divisibile per f_{u-1}.

Si può stabilire una corrispondenza fra la teoria delle formole d'incidenza e di posizione speciale e quella di forme binarie dei covarianti di convenienti sistemi come risulta dalla citata Nota del GIAMBELLI, *La teoria delle formole d'incidenza, etc.* Tale concetto ha già avuto un'applicazione nella mia Nota già citata: *Il principio di dualità, etc.*

Esporrò qui di seguito l'interpretazione numerativa del paragrafo precedente.

Essendo $0 \leq r_1 < r_2 < \dots < r_{t-1} < r_t$ ed inoltre interi, si abbiano t spazi S_{r_1}, S_{r_2}, ..., S_{r_t} tali che S_{r_u} $(u=1, 2, ..., t-1)$ giaccia in $S_{r_{u+1}}$; il sistema degli spazi S_{r_1}, S_{r_2}, ..., S_{r_t} secondo lo SCHUBERT (*Allgemeine Anzahlfunctionen für kegelschnitte, Flächen und Räume zweiten Grades in* n *Dimensionen*, § 4, " Math. Ann. ", 46, 1894) si chiama *incidenza di spazi*, e più precisamente, secondo il GIAMBELLI (Lezioni di Geometria Superiore dell'anno 1917-18 nella R. Università di Messina), *incidenza di spazi di specie* t.

Digitized by Google

Se con $[n]$ si indica lo spazio ambiente, o fondamentale, con $\varsigma_v(r_u)$ $(u=1, 2, ..., t;\ v=1, 2, ..., r_u+1)$ si rappresenta la condizione imposta allo spazio S_{r_u} di tagliare in uno spazio $[v-1]$ un dato spazio $[n-r_u+v-2]$ di $[n]$; inoltre per convenzione $\varsigma_0(r_u)=1$.

Definiamo *monomio* ς *simmetrico di specie p* per lo spazio S_{r_u} il prodotto $\varsigma_{i_1}(r_u)$, $\varsigma_{i_2}(r_u)$ ... $\varsigma_{i_p}(r_u)$ di p condizioni caratteristiche $\varsigma_{i_1}(r_u)$, $\varsigma_{i_2}(r_u)$ ... $\varsigma_{i_p}(r_u)$ imposto allo spazio S_{r_u}, essendo gli indici $i_1, i_2, ..., i_p$ sia distinti, sia uguali fra loro in parte o totalmente.

Abbiamo:

" Qualsiasi combinazione lineare di prodotti di condizioni caratteristiche imposte agli spazi S_{r_1}, S_{r_2}, ..., S_{r_t} di un sistema costituente un'**incidenza** di spazi di specie t si può esprimere come una combinazione lineare di prodotti di una condizione caratteristica imposta allo spazio S_{r_t} e di $t-1$ monomi ς simmetrici e precisamente: uno di specie non maggiore di r_2-r_1 per lo spazio S_{r_1}, uno di specie non maggiore di r_3-r_2 per lo spazio S_{r_2}, ..., uno di specie non maggiore di r_t-r_{t-1} per lo spazio $S_{r_{t-1}}$ ".

Di questo risultato generale è notevole il caso particolare $r_1=r_2-1=r_3-2=...=r_{t-1}-(t-2)=r_t-(t-1)=0$, che si riferisce all'ente incidenza di spazi di specie t, costituito da un punto, da una retta, da un piano, ..., da uno spazio S_{t-2}, da uno spazio S_{t-1} che mutuamente si appartengono e che per brevità si può definire *incidenza di Schubert di specie* t. Questi spazi punto, retta, piano, ..., S_{t-1} si dicono appartenenti all'ente incidenza.

Pertanto si deduce:

" Qualsiasi combinazione lineare di prodotti di condizioni caratteristiche imposte ai $t+1$ spazi punto, retta, ..., S_{t-1}, S_t costituenti un ente incidenza di Schubert di specie $t+1$, si può esprimere come una combinazione lineare di prodotti di una condizione caratteristica imposta allo spazio S_t e di una condizione del tipo $\varsigma_v(0)$ $(v=0, 1)$ imposta al punto, di una condizione del tipo $\varsigma_v(1)$ $(v=0, 1, 2)$ imposta alla retta, di una $\varsigma_v(2)$ $(v=0, 1, 2, 3)$ imposta al piano, ..., di una $\varsigma_v(t-1)$ $(v=0, 1, 2 ... t)$ imposta allo spazio S_t ".

L'ente incidenza di Schubert di specie t s'incontra facilmente nelle ricerche di Geometria algebrica.

Si abbia una curva γ, algebrica o, se non algebrica, anali-

Digitized by Google

tica. cioè tale che le coordinate dei suoi punti generici si possano considerare come funzioni analitiche di Weierstrass di un parametro, ed appartenente a S_t (ossia S_t è lo spazio d'immersione).

Possiamo definire *incidenza di Schubert osculatrice di specie* t in un punto P di γ l'ente costituito dal punto P e dai rispettivi $S_1, S_2, \ldots, S_{t-1}$ osculatori qualora esistano; collo S_1 osculatore s'intende la tangente in P.

Il risultato precedente si può applicare, ad es., ai sistemi algebrici di *incidenze di Schubert osculatrici* di specie t di tutti i punti delle curve algebriche appartenenti ad S_t formanti un sistema algebrico (od in particolare lineare) tracciato sopra una data varietà algebrica.

La curva γ, algebrica, od analitica qualora non sia algebrica, offre pure altri esempi di incidenze di Schubert; per es.: l'*incidenza di Schubert normale di specie* t in un punto P generico, che così possiamo definire:

In un punto P generico di γ esistono gli spazi $S_u (u=1,2,\ldots,t)$ osculatori alla curva, ove per facile convenzione si intende che lo S_t osculatore sia lo spazio S_t a cui appartiene γ.

Si può pertanto chiamare u^{ma} $(u = 1, 2, \ldots, t-1)$ normale in P alla curva γ la perpendicolare in P allo spazio S_u osculatore che giace nello S_{u+1} osculatore in P. Così si può definire $S_u (u = 1, 2, \ldots, t-1)$ normale alla curva γ in P lo spazio individuato dalle normali $1^a, 2^a, \ldots, u^{ma}$ e quindi incidenza di Schubert normale di specie t nel punto generico P di γ l'ente costituito dal punto P e dagli spazi $S_1, S_2, \ldots, S_{t-1}$ normali in P.

Ma non è necessario ricorrere ad una curva per ottenere esempi di enti incidenza di Schubert di specie t: s'incontrano già nella stessa Geometria sia elementare sia proiettiva degli iperspazi.

Indichiamo con $I(u)$ $(u = 1, 2, \ldots, t)$ un ente incidenza di Schubert di specie u, costituito da spazi appartenenti allo spazio S_t.

Diremo che $I(u)$ passa per lo spazio S_v $(v = 0, 1, 2, \ldots, u-2)$, se S_v appartiene ad $I(u)$; e che $I(u)$ giace in S_v $(v \geq u-1)$, se in S_v giace ogni spazio di $I(u)$; se S_u è improprio, l'ente $I(u)$ si chiamerà improprio o giacitura.

Di $I(u)$ $(u = 1, 2, \ldots, t-1)$ chiamiamo proiezione da O che non appartiene allo S_u, in cui giace $I(u)$, l'ente $I(u+1)$ ottenuto considerando O e gli u spazi congiungenti O con gli u spazi appartenenti all'ente $I(u)$.

Digitized by Google

Nella polarità rispetto ad una quadrica di S_t ad un $I(t)$ corrisponde un $I(t)$ che si dirà *polare*. Quando $I(t)$ passa per il centro il suo $I(t)$ polare giace nell'iperpiano improprio.

Nella polarità della sfera dei punti ciclici di S_t alla giacitura $I(t-1)$ corrisponde pure una giacitura $I(t-1)$ polare, che metricamente si può chiamare la *giacitura ortogonale* (*) alla $I(t-1)$.

Le coppie di giaciture ortogonali $I(t-1)$ *si corrispondono in una involuzione* nell'assoluto di S_t.

Dette ortogonali due $I(t)$ che proiettano da un punto proprio due giaciture ortogonali $I(t-1)$ si ha:

Le coppie di I(t) *ortogonali passanti per uno stesso punto appartengono ad una medesima involuzione.*

Due $I(u)$ si chiamano paralleli quando ciascun S_u ($u = 1, 2, \ldots, t-1$) dell'uno è parallelo allo S_u dell'altro.

Quando poi i due $I(u)$ di S_t paralleli sono tali che lo spazio $[v+1]$ congiungente i due $[v]$ ($v = 0, 1, \ldots, u-2$) paralleli risulti ortogonale ad entrambi gli spazi $[v+1]$ dei due $I(u)$, si dicono *ortogonalmente paralleli.*

Un angoloide di S_t formato da t rette uscenti da un punto $a_1, a_2, \ldots, a_t$ a due a due perpendicolari contiene $t!$ enti $I(t)$, tali che lo $I(t)$ ortogonale di ciascuno di essi appartiene ancora all'angoloide.

Un parallelepipedo (parallelotopo) a t dimensioni contiene, come è noto, $2^{t-u}\binom{t}{u}$ facce ad u ($u = 0, 1, \ldots, t-1$) dimensioni. Questi elementi, vertici, spigoli, facce piane, etc., facce a $t-1$ dimensioni formano:

$$2 \cdot 2 \cdot \binom{2}{1} \cdot 2 \cdot \binom{3}{2} \cdot \ldots \cdot 2\binom{t}{t-1} = 2^t \cdot t!$$

enti $I(t)$.

Nel parallelepipedo a t dimensioni a ciascun suo $I(t)$ sono paralleli $2^{t-1} I(t)$ ad esso appartenenti, ma di questi uno solo è ortogonalmente parallelo.

(*) Per il concetto di ortogonalità v. il § 12 della Memoria del D'Ovidio, *Le funzioni metriche fondamentali negli spazi di quante si vogliano dimensioni e di curvatura costante*, "R. Accad. dei Lincei", 1877. Le formole metriche del D'Ovidio si potrebbero poi estendere alle coppie di incidenza ortogonali.

Digitized by Google

***

5. — Funzioni simmetriche in quattro gruppi di variabili costituenti una configurazione elementare.

Nella citata Nota del GIAMBELLI, *La teoria delle formole d'incidenza, etc.*, è accennata, come seguito alla teoria delle formole d'incidenza, quella delle configurazioni lineari. Inoltre nelle citate Lezioni del Giambelli sono stati esposti i principi di questa teoria collegandola al concetto di *configurazione lineare regolare di spazi di specie* n.

Seguendo il BERTINI nel Cap. 1° della *Introduzione alla Geometria proiettiva degli iperspazi*, ed anche nella Nota *Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche*, " Rend. Accad. Lincei " [5], 18, 1° sem. 1909, indichiamo con $i_1, i_2, \ldots, i_t$ $(1 \leq t \leq n)$ una qualsiasi combinazione semplice di classe t dei numeri $1, 2, \ldots, n$; con $[a_{i_1 i_2 \ldots i_t}]$ chiamiamo, qualora esista, l'intersezione degli spazi $[a_{i_1}], [a_{i_2}], \ldots, [a_{i_t}]$. Quando esiste lo spazio $[a_{i_1 i_2 \ldots i_t}]$ ed inoltre si trova in posizione regolare rispetto agli spazi $[a_{1 i_2 \ldots i_t}]$, $[a_{2 i_3 i_4 \ldots i_t}], \ldots, [a_{i_{t-1} i_t i_{t+1} \ldots i_{t-1}}]$, (che sempre si suppongono esistenti), intendendo le $i_1, i_2, \ldots, i_t$ estese a tutte quelle combinazioni di classe t $(1 < t \leq n-2)$ dei numeri $3, 4, \ldots, h$ compatibili colle limitazioni $i_t > i_{t-1} > \ldots > i_2 > i_1 > r$, diremo che il sistema degli spazi $[a_1], [a_2], \ldots, [a_n]$ è in posizione regolare.

Il sistema di questi spazi $[a_1], [a_2], \ldots, [a_n]$ con tutti gli spazi congiungenti ed intersezione presi 2 a 2, 3 a 3, etc. ..., dà luogo ad una configurazione lineare regolare di specie n, la quale è costituita da

$$2^n + 2^n - n - 2 = 2^{n+1} - (n+2) \text{ spazi.}$$

Nelle dette Lezioni del Giambelli (*) è stato accennato alla corrispondenza fra la teoria numerativa delle *configurazioni lineari regolari* e quella delle funzioni simmetriche in più gruppi di variabili linearmente indipendenti.

(*) Nelle Lezioni di Geometria superiore poi del 1919-20, R. Università di Messina, il concetto di configurazione lineare regolare è stato pure esteso con varie applicazioni alla teoria dei moduli di forme algebriche.

Digitized by Google

La configurazione lineare regolare di 2^a specie è costituita da una coppia di spazi $[a]$, $[b]$ che si tagliano in un $[c]$ e giacciono in un $[a+b-c]$ alla quale corrisponde la *configurazione elementare* dei quattro gruppi di variabili

$$x_0, x_1, \ldots, x_a; \quad y_0, y_1, \ldots, y_b; \quad z_0, z_1, \ldots, z_c; \quad t_0, t_1, \ldots, t_{a+b-c},$$

tali che

$$\begin{gathered} x_0 = y_0 = z_0 = t_0; \quad x_1 = y_1 = z_1 = t_1; \ \ldots; \quad x_c = y_c = z_c = t_c; \\ x_{c-1} = t_{c+1}; \quad x_{c+2} = t_{c+2}; \ \ldots; \quad x_a = t_a; \\ y_{c-1} = t_{a+1}; \quad y_{c+2} = t_{a+2}; \ \ldots; \quad y_b = t_{a+b-c}. \end{gathered}$$

Indichiamo

con $S_u^{(z)}$ $(u = 1, 2, \ldots, c+1)$ la funzione simmetrica fondamentale di grado n delle $z_0, z_1, \ldots, z_c$;

con $S_u^{(x)}$ $(u = 1, 2, \ldots, a+1)$ quella delle $x_0, x_1, \ldots, x_a$;

con $S_u^{(y)}$ $(u = 1, 2, \ldots, b+1)$ „ $y_0, y_1, \ldots, y_b$;

con $S_u^{(t)}$ $(u = 1, 2, \ldots, a+b-c+1)$ „ $t_0, t_1, \ldots, t_{a+b-c}$.

Inoltre come al solito le S d'indice zero sono uguali ad 1, e sono nulle quelle d'indice maggiore di $c+1$ per le variabili z, di $a+1$ per le x, di $b+1$ per le y, di $a+b-c+1$ per le t.

Si ha il sistema di relazioni fondamentali:

$$\begin{gathered} S_u^{(x)} + S_{u-1}^{(x)} S_1^{(y)} + \ldots + S_1^{(x)} S_{u-1}^{(y)} + S_u^{(y)} = \\ = S_u^{(z)} + S_{u-1}^{(z)} S_1^{(t)} + \ldots + S_1^{(z)} S_{u-1}^{(t)} + S_u^{(t)} \\ (u = 1, 2, \ldots, a+b-c+1). \end{gathered}$$

Da questo sistema di relazioni otteniamo:

Teorema I. — " Le funzioni simmetriche fondamentali relative ad uno dei quattro gruppi di variabili di una configurazione elementare si possono esprimere per mezzo delle funzioni simmetriche fondamentali relative agli altri tre gruppi di variabili „.

Eliminando le funzioni simmetriche delle $y_0, y_1, \ldots, y_b$, per il teorema del paragrafo 3° si ricava:

Teorema II. — " Qualunque funzione simmetrica intera, sia nelle $z_0, z_1, \ldots, z_c$, sia nelle $x_0, x_1, \ldots, x_a$, sia nelle $y_0, y_1, \ldots, y_b$, sia nelle $t_0, t_1, \ldots, t_{a+b-c}$, ove questi quattro gruppi di variabili formino una configurazione elementare, può sempre trasformarsi

Digitized by Google

in una combinazione lineare di prodotti di una funzione simmetrica caratteristica nelle $t_0, t_1, \ldots, t_{a+b-c}$ e di due monomi fondamentali simmetrici, uno di specie $a - c$, o minore, nelle $z_0, z_1, \ldots, z_c$, l'altro di specie $b - c$, o minore, nelle $x_0, x_1, \ldots, x_a$ ".

Eliminando invece le funzioni simmetriche delle $z_0, z_1, \ldots, z_c$, per il medesimo teorema del paragrafo 3° ricaviamo:

TEOREMA III. — " Qualunque funzione simmetrica intera, sia nelle $z_0, z_1, \ldots, z_c$, sia nelle $x_0, x_1, \ldots, x_a$, sia nelle $y_0, y_1, \ldots, y_b$, sia nelle $t_0, t_1, \ldots, t_{a+b-c}$, ove questi quattro gruppi di variabili formino una configurazione elementare, può sempre trasformarsi in una combinazione lineare di prodotti di una funzione simmetrica caratteristica nelle $t_0, t_1, \ldots, t_{a+b-c}$ e di due monomi fondamentali simmetrici, uno di specie $b - c$, o minore, nelle $x_0, x_1, \ldots, x_a$, l'altro di specie $a - c$, o minore, nelle $y_0, y_1, \ldots, y_b$ ".

***

6. — Osservazioni sul principio di dualità per le funzioni plurisimmetriche per più gruppi di variabili incidenti.

Colla ripetuta applicazione del principio di dualità per le funzioni plurisimmetriche per più gruppi di variabili incidenti si ricava dal teorema del § 3 un risultato, che mi pare utile enunciare.

Chiamiamo secondo il Giambelli *monomio alephiano simmetrico* di specie k delle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ il prodotto $V_{i_1}^{(x)} V_{i_2}^{(x)} \ldots V_{i_k}^{(x)}$ di k funzioni aleph nelle $x_0, x_1, \ldots, x_r$ essendo $i_1, i_2, \ldots, i_k$ distinti, oppure uguali fra loro in parte o totalmente.

Dal detto teorema del paragrafo 3 per dualità si ricava:

TEOREMA. — " Qualunque funzione simmetrica intera, sia nelle $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}; \ldots;$ sia nelle $x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$, essendo incidenti i t gruppi di variabili $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}; \ldots; x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$ può sempre trasformarsi in una combinazione di prodotti di una funzione simmetrica caratteristica nelle $x_{10}, x_{11}, \ldots, x_{1r_1}$ e di $t - 1$ monomi alephiani simmetrici di specie $r_2 - r_1$, o minore, nelle $x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2r_2}$; di specie $r_3 - r_2$, o minore, nelle $x_{30}, x_{31}, \ldots, x_{3r_3}; \ldots;$ di specie $r_t - r_{t-1}$, o minore, nelle $x_{t0}, x_{t1}, \ldots, x_{tr_t}$ ".

Torino, settembre 1921.

Digitized by Google

Sul galvanometro a corda di Einthoven

Nota del Socio nazionale residente ALFREDO POCHETTINO

I lavori finora dedicati alla teoria del galvanometro a corda [1] sono in generale di indole troppo matematica e non considerano molti dei casi più comunemente occorrenti nella pratica. Mi propongo di esporre in questa Nota un modo semplice e breve di presentare questa teoria, occupandomi del comportamento di questo utile strumento in alcuni casi pratici specialmente importanti.

Siano: t il tempo; l la lunghezza, m la massa e T la tensione della corda; r la resistenza elettrica del circuito che la comprende; x la distanza di un punto della corda da un suo estremo; y la deviazione del punto x dalla posizione di riposo; J l'intensità della corrente elettrica passante per la corda; H il campo magnetico esterno, che supporremo costante ed uniforme; E la f. e. m. agente nel circuito comprendente la corda; k' il coefficiente di smorzamento, che supporremo costante, dovuto alla resistenza del mezzo in cui si muove la corda stessa. Poniamo $a^2 = \frac{Tl}{m}$ e $\rho = \frac{m}{l}$; se ammettiamo ancora, ciò che è permesso solo per piccoli valori della y, che la forza ponderomotrice elettromagnetica agente su la corda sia parallela alla elongazione y [2], sarà:

$$(A)\quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -k'\frac{\partial y}{\partial t} + a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{HJ}{\rho}, \quad \text{essendo } rJ = E - H\int_0^l \frac{\partial y}{\partial t}\,dx.$$

[1] P. Hertz, *Zeit. f. Math. u. Phys.*, *58*, p. 1, 1909; L. Ornstein, *Proc. Amsterdam*, *17*, 1914; A. C. Crehore, *Phil. Mag.* (6), *28*, p. 207, 1914; R. Förster, *Elektr. Zeit.*, *35*, p. 146, 1914.

[2] In questa ipotesi la forma della corda deviata da una corrente costante non è circolare, come calcola dapprima Crehore, ma parabolica, come egli stesso finisce per ammettere solo allo scopo di semplificare i calcoli.

Digitized by Google

La equazione del moto della corda sarà quindi:

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + k' \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{HE}{\rho r} - \frac{H^2}{\rho r} \int_0^l \frac{\partial y}{\partial t} dx.$$

Poniamo, come di consueto:

$$(2) \qquad y = \Sigma_s y_s = \Sigma_s u_s \varphi_s,$$

ove le u_s sono le *funzioni normali* (della sola x) e le φ_s le *coordinate normali* (funzioni della sola t), ed $s = 1, 2, 3, \ldots$; allora, tenendo conto delle condizioni ai limiti ($y_s = 0$, per $x = 0$ e per $x = l$), si ha: $u_s = \operatorname{sen} \frac{s\pi x}{l}$ e le φ_s saranno definite dalla equazione:

$$(3) \qquad \frac{d^2\varphi_s}{dt^2} + k' \frac{d\varphi_s}{dt} + n_s^2 \varphi_s = \frac{2}{l\rho} \Phi_s,$$

ove Φ_s è la *forza esterna generalizzata* data dall'espressione [1]:

$$\Phi_s = \int_0^l \rho \left(\frac{H}{r\rho} E - \frac{H^2}{\rho r} \int_0^l \frac{\partial y}{\partial t} dx \right) \operatorname{sen} \frac{s\pi x}{l} dx \quad \text{ed} \quad n_s = \frac{s\pi a}{l}.$$

La (3) diventa allora:

$$\frac{d^2\varphi_s}{dt^2} + k' \frac{d\varphi_s}{dt} + n_s^2 \varphi_s =$$
$$= \frac{2H}{rs\pi\rho} (1 - \cos s\pi) E - \frac{2H^2 l}{\rho r s^2 \pi^2} (1 - \cos s\pi)^2 \frac{d\varphi_s}{dt},$$

ossia:

$$(4) \qquad \frac{d^2\varphi_s}{dt^2} + 2k_s \frac{d\varphi_s}{dt} + n_s^2 \varphi_s = m_s E,$$

essendosi posto:

$$(4') \qquad \frac{2H}{rs\pi\rho} (1 - \cos s\pi) = m_s$$
$$\frac{2H^2 l}{r\rho s^2 \pi^2} (1 - \cos s\pi)^2 + k' = k_s' + k' = 2k_s.$$

Il coefficiente k_s' rappresenta lo smorzamento del moto della corda dovuto alle azioni elettromagnetiche; esso è tanto

---

[1] RAYLEIGH, *Theory of Sound*, I, § 128.

Digitized by Google

minore quanto più piccolo è s. Di questo fatto ci si può render ragione riflettendo che assumere s grande vuol dire considerare quel moto della corda in corrispondenza al quale questa vibra dividendosi in un gran numero di parti oscillanti con fasi opposte, di guisa che le f. e. m. indotte in due consecutive di esse dal campo H, si elidono mutuamente. Se s è pari, $m_s = 0$, $k_s' = 0$, $2k_s = k'$, cioè lo smorzamento elettromagnetico è nullo, come risulta evidente da quanto si è detto; se s è dispari, allora: $m_s = \frac{4H}{rs\pi\rho}$, $k_s' = \frac{8H^2 l}{r\rho s^2\pi^2}$.

La y è dunque della forma: $y = \Sigma_s \operatorname{sen} \frac{s\pi x}{l} \varphi_s$ e ogni termine della somma conterrà le due costanti arbitrarie dell'integrale generale della equazione (4) corrispondente. Il calcolo di questa doppia serie di costanti si fa al solito modo mediante i valori iniziali di y e $\frac{dy}{dt}$.

Per esempio, nel caso del ritorno a zero della corda deviata in modo che la elongazione del suo punto di mezzo sia δ, si otterrà una prima serie di equazioni ponendo $t = 0$ nella espressione di y e paragonando i coefficienti delle funzioni normali con i coefficienti dei termini corrispondenti nello sviluppo in serie di Fourier dell'equazione della parabola che rappresenta la forma della corda deviata, ossia [1]:

$$y = \frac{32}{\pi^3}\delta\left\{\operatorname{sen}\frac{\pi x}{l} + \frac{1}{3^3}\operatorname{sen}\frac{3\pi x}{l} + \frac{1}{5^3}\operatorname{sen}\frac{5\pi x}{l} + \ldots\right\}.$$

Una seconda serie di equazioni si ha, per la condizione $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0} = 0$, eguagliando a zero i coefficienti delle funzioni normali che compaiono nella serie rappresentante $\frac{dy}{dt}$, fattovi $t = 0$. Dalle due serie di equazioni condizionali potrà ricavarsi la duplice serie delle costanti arbitrarie.

Passiamo ora a considerare alcuni casi che si presentano nella pratica, discutendo la (4) che è del tipo:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + 2k\frac{d\psi}{dt} + n^2\psi = F(t) \quad . \tag{5}$$

---

[1] Vedi Crehore, l. c., p. 211.

Digitized by Google

e limitandoci a considerare il moto corrispondente ad $s=1$; è facile passare poi al caso generale.

Come è chiaro, il grafico, tracciato dall'immagine del punto di mezzo della corda su la striscia di carta fotografica dell'apparecchio registratore che si usa con il galvanometro a corda, risulta dalla composizione dei due grafici che corrisponderebbero rispettivamente al moto proprio della corda e a quello impressole dalla corrente passante per essa. Se si vuole un grafico che riproduca fedelmente l'andamento della $F(t)$ è necessario in primo luogo conoscere i coefficienti k ed n; perciò, fissata la tensione della corda al valore più conveniente per il genere di corrente da studiare, si provocherà nel galvanometro una deviazione costante applicando agli estremi della corda una f. e. m. costante e aspettando un tempo sufficiente a che sia ridotta praticamente a zero l'influenza del moto proprio della corda, quindi s'interromperà il circuito e si registrerà il ritorno della corda alla posizione di equilibrio. L'equazione di questo moto è:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2k'\frac{dy}{dt} + n^2y = 0;$$

se è $n^2 > k'^2$ allora $y = Ae^{-k't}\operatorname{sen}(\sqrt{n^2-k'^2}\,t + \alpha)$ e dal grafico ottenuto si potranno determinare la durata di un'oscillazione $T = \frac{2\pi}{\sqrt{n^2-k'^2}}$ e il decremento logaritmico $\Lambda = \frac{k'T}{2}$; noti Λ e T, si potrà, dai loro valori, calcolare n e k'. Se invece $n^2 < k'^2$, allora $y = Ae^{\alpha t} + Be^{\beta t}$, essendo $\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix} = -k' \pm \sqrt{k'^2-n^2}$. Poniamo $e^{\alpha} = a$, $e^{\beta} = b$; sarà $y = Aa^t + Bb^t$; determiniamo sul grafico ottenuto le ordinate $y_0\, y_1\, y_2\, y_3$ corrispondenti ai tempi 0, 1, 2, 3, contati a partire dall'inizio del moto, avremo allora $y_0 = A + B$, $y_1 = Aa + Bb$, $y_2 = Aa^2 + Bb^2$, $y_3 = Aa^3 + Bb^3$, e i valori di a e b saranno [1] le due radici dell'equazione: $\begin{vmatrix} 1 & x & x_2 \\ y_0 & y_1 & y_2 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = 0.$

Scegliendo altri gruppi di 4 ordinate corrispondenti pure a tempi equidistanti si potranno avere altre coppie di valori di a e di b, dalla cui media ricaveremo i valori medi di a e di b e quindi

[1] F. Aigner und L. Flamm, *Wien. Ber.*, 121, p. 2033, 1912.

Digitized by Google

di α e β e perciò di k' e di n. Noti i valori di k' ed n, si può dal grafico ottenuto, nel caso che interessa, determinare punto per punto i valori di $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{dy}{dt}$ e y e formare quindi il grafico di $\frac{d^2y}{dt^2} + 2k\frac{dy}{dt} + n^2y$, cioè di $F(t)$, in funzione di t. Può accadere che, per la rapidità con cui avvengono le variazioni di $F(t)$, il grafico sperimentale risulti tale che la determinazione di $\frac{d^2y}{dt^2}$ e di $\frac{dy}{dt}$ non si possa effettuare con una precisione conveniente. Si può allora procedere così: alle ordinate del grafico $y(t)$ si aggiungono i valori corrispondenti del prodotto $\alpha\varphi$, φ essendo l'integrale generale di $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2k\frac{d\varphi}{dt} + n^2\varphi = 0$, scegliendo il valore della costante α in modo che il nuovo grafico $x(t) = y(t) + \alpha\varphi(t)$ ci permetta di determinare graficamente con comodità le quantità $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{dx}{dt}$, x punto per punto. Se ora si calcola l'espressione $\frac{d^2x}{dt^2} + 2k\frac{dx}{dt} + n^2x$ in corrispondenza ai vari valori di t, il grafico ottenuto non è altro che il grafico di $\frac{d^2y}{dt^2} + 2k\frac{dy}{dt} + n^2y$, ossia quello di $F(t)$.

I. *Deviazione balistica.* L'equazione (5) si riduce in questo caso alla omogenea corrispondente con le condizioni iniziali $y_0 = 0$, $y_0' = A$. Allora se $k^2 > n^2$ (caso aperiodico): $y = \frac{A}{\alpha - \beta}(e^{\alpha t} - e^{\beta t})$; donde, ponendo $\epsilon = \frac{n}{k}$ e $T_0 = \frac{2\pi}{n}$, avremo che la deviazione massima impulsiva si raggiunge in un tempo

$$t_1 = \frac{\epsilon T_0}{4\pi\sqrt{1-\epsilon^2}} \log \frac{-1+\sqrt{1-\epsilon^2}}{-1-\sqrt{1-\epsilon^2}}.$$

Se invece $k^2 < n^2$ (caso periodico) sarà, con le stesse condizioni iniziali, $y = \frac{A}{n_1} e^{-kt} \operatorname{sen} n_1 t$, essendo $n_1 = \sqrt{n^2 - k^2}$; la deviazione impulsiva massima sarà raggiunta dopo un tempo $t_2 = \frac{\epsilon T_0}{2\pi\sqrt{\epsilon^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\epsilon^2 - 1}$.

II. Sia $F(t) = \text{cost} = F$, e la tensione T della corda tale che si abbia $k^2 > n^2$; allora, ponendo $k^2 - n^2 = \nu^2$, la soluzione della (5) è:

Digitized by Google

$$y = e^{-kt}(Ae^{\nu t} + Be^{-\nu t}) + \frac{F}{n^2}\left\{1 - \frac{e^{-kt}}{\nu}(k \operatorname{senh} \nu t + \cosh \nu t)\right\}$$

ove A e B sono le due costanti da determinarsi con le condizioni iniziali. La elongazione definitiva $\bar{y}$ del punto di mezzo della corda $\left(x = \frac{l}{2}\right)$ è:

$$\bar{y} = \frac{4 H l^2}{\pi^3 T} \frac{E}{r}. \tag{6}$$

La sensibilità è dunque direttamente proporzionale ad H e ad l^2, inversamente proporzionale a T, *e indipendente da m*. La (6) applicata al caso di una corda di platino, del diametro di 1 μ, lunga 10 cm., posta in un campo magnetico di intensità $H = 10000$ e soggetta a una tensione T uguale al proprio peso, permette di prevedere uno spostamento dell'immagine del punto di mezzo della corda stessa (quando si adoperi l'ingrandimento usuale di 1000 volte) di circa $^1/_2$ mm. per una corrente di 10^{-11} amp.; questa sensibilità deve essere considerata come la massima possibile per una corda e un campo come sopra.

Se la tensione T_1 è tale che sia $k^2 < n^2$, ponendo $n^2 - k^2 = n_1^2$, si ha:

$$y_1 = e^{-kt}(A \cos n_1 t + B \operatorname{sen} n_1 t) + \\ + \frac{F}{n^2}\left\{1 - \frac{e^{-kt}}{n_1}(k \operatorname{sen} n_1 t + n_1 \cos n_1 t)\right\}$$

e la deviazione definitiva $\bar{y}_1$ è allora $\bar{y}_1 = \frac{4 H l^2}{\pi^3 T_1} \frac{E}{r}$, analogamente al caso precedente; ma poichè è $T_1 > T$, sarà $\bar{y}_1 < \bar{y}$.

III. Sia $F(t) = V \operatorname{sen} pt = m_1 E_0 \operatorname{sen} pt$. Lasciamo da parte il caso in cui sia $k^2 < n^2$ che non presenta interesse pratico, e limitiamoci al caso in cui sia $k^2 < n^2$. Poniamo ancora $n_1^2 = n^2 - k^2$. Allora:

$$y = e \quad (A \operatorname{sen} n_1 t + B \cos n_1 t) - \frac{2 k p V}{(n^2 - p^2)^2 + 4 k^2 p^2} \cos pt + \\ + \frac{(n^2 - p^2)^2 V}{(n^2 - p^2)^2 + 4 k^2 p^2} \operatorname{sen} pt.$$

Il moto si compone quindi di un battimento la cui frequenza dipende dai valori di p e di n, e di una oscillazione di ampiezza

Digitized by Google

e fase variabili con il tempo; dopo un intervallo di tempo sufficientemente lungo la y si riduce alla solita forma:

$$y_1 = \frac{V}{\sqrt{(n^2-p^2)^2+4k^2p^2}} \operatorname{sen}(pt-a) \quad \text{essendo} \quad \operatorname{tg} a = \frac{2kp}{n^2-p^2}.$$

L'ampiezza dell'elongazione del punto di mezzo della corda in corrispondenza alla vibrazione fondamentale sarà:

$$\delta_1 = \frac{4HE_0}{r\pi\rho} \frac{1}{\sqrt{(n^2-p^2)+4k_1^2p^2}}.$$

Se il periodo della f. e. m. è $p=\sqrt{n_1^2-k_1^2}$ (massimo di risonanza), quell'ampiezza di elongazione diventa:

$$\delta_2 = \frac{2HE_0}{r\pi\rho} \frac{1}{k_1\sqrt{n^2-k_1^2}};$$

e se è $p=n$, allora:

$$\delta_3 = \frac{4HE_0}{r\pi\rho} \frac{1}{k_1\sqrt{4p^2+k_1^2}}.$$

IV. Consideriamo il caso in cui la nostra corda, sottoposta a una tensione tale che sia $k^2 > n^2$, riceva una serie di impulsi periodici che si verifichino nell'istante $t=0$ e successivamente a intervalli uguali θ di tempo minori dell'intervallo necessario a che la corda si riduca, dopo ogni impulso, praticamente alla posizione di riposo. Dalla equazione $\frac{d^2y}{dt^2}+2k\frac{dy}{dt}+n^2y=0$ ricavo: $y=e^{-kt}(A\operatorname{sen}n_1t+B\cos n_1t)$ e $\dot{y}=e^{-kt}\{-(kA+n_1B)\operatorname{sen}n_1t+(n_1A-kB)\cos n_1t\}$. Se ammettiamo inizialmente $y=y_0$ e $\dot{y}=v$, essendo v la velocità impressa da ogni impulso, i valori di A e di B valevoli per l'intervallo di tempo $0<t<\theta$ saranno $A_1=\frac{v}{n_1}$, $B_1=0$. Le condizioni iniziali per il 2° intervallo di tempo, $\theta<t<2\theta$, saranno $y_0=\frac{ve^{-k\theta}}{n_1}\operatorname{sen}n_1\theta$ e $\dot{y}_0=$ $=e^{-k\theta}\left(-k\frac{v}{n_1}\operatorname{sen}n_1\theta+v\cos n_1\theta\right)+v$ e quindi i valori di A e B valevoli per $\theta<t<2\theta$ saranno:

$$A_2=\frac{v}{n_1}(1+e^{-k\theta}\cos n_1\theta) \qquad B_2=\frac{v}{n_1}e^{-k\theta}\operatorname{sen}n_1\theta.$$

Digitized by Google

Continuando, si trova che i valori delle costanti A e B valevoli per l'intervallo di tempo $(\nu - 1)\theta \leq t < \nu\theta$ saranno:

$$A = \frac{r}{n_1}\left(1 + \sum_1^{\nu} e^{-ik\theta} \cos i n_1 \theta\right) \qquad B_\nu = \frac{r}{n_1} \sum_0^{\nu} e^{-ik\theta} \operatorname{sen} i n_1 \theta$$

e quindi, per quell'intervallo, sarà:

$$y_\nu = e^{-kt}\left\{\frac{r}{n_1}\left(1 + \sum_1^{\nu} e^{-ik\theta} \cos i n_1 \theta\right) \operatorname{sen} n_1 t + \right.$$
$$\left. + \frac{r}{n_1} \sum_0^{\nu} e^{-ik\theta} \operatorname{sen} i n_1 \theta \cos n_1 t \right\}.$$

Se si regola la tensione della corda in modo che sia $n_1\theta = 2\pi$, allora. ponendo $t = m\theta + T$, otteniamo:

$$\bar{y}_\nu = e^{-kT} \frac{r}{n_1} (1 + e^{-k\theta} + e^{-2k\theta} + \ldots + e^{-\nu k\theta}) \operatorname{sen} n_1 T$$

e per ν molto grande:

$$\bar{y} = \frac{r}{n_1} e^{-kT} \frac{1}{1 - e^{-k\theta}} \operatorname{sen} n_1 T,$$

formola che varrà per ogni vibrazione singola che segue un impulso a partire da un certo numero molto grande di questi; essa rappresenta una vibrazione smorzata; l'esame del suo grafico potrà servire a determinare r.

V. Sia ancora $k^2 < n^2$ ed $F(t) = V_0 e^{-ht} \operatorname{sen} pt$. Allora:

$$y = e^{-kt}(A \operatorname{sen} n_1 t + B \cos n_1 t +$$
$$+ \frac{V_0}{\sqrt{h(h-2k) + n^2 - p^2\}^2 + (2k-2h)^2 p^2}} e^{-ht} \operatorname{sen}(pt - \delta)$$

essendo:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2(k-h)p}{h(h-2k) + n^2 - p^2}.$$

Se la forza esterna comincia ad agire con una certa ampiezza, la corda si mette a vibrare in un modo molto complicato, e se h e k sono molto differenti, dopo un tempo brevis-

Digitized by Google

simo, uno dei due moti si riduce praticamente a zero e non resta che una vibrazione smorzata.

Se c'è risonanza e la corda è inizialmente nella sua posizione di riposo, l'ampiezza delle sue oscillazioni cresce fino ad un massimo e poi diminuisce tendendo asintoticamente a zero; nel caso in cui, per es., $k = 0.2$ e $h = 0{,}08$, si può mostrare che l'ampiezza dell'oscillazione risultante parte da zero, cresce fino all'ottava oscillazione e poi diminuisce.

VI. Sia ora $k^2 > n^2$ e $F(t) = F(1 - e^{-\alpha t})$; avremo:

$$y = A e^{\mu_1 t} + B e^{\mu_2 t} = F\left(\frac{1}{n^2} - \frac{e^{-\alpha t}}{n^2 - 2k\alpha + \alpha^2}\right),$$

essendo μ_1 e μ_2 le radici dell'equazione $\mu^2 + 2k\mu + n^2 = 0$. Dopo un tempo sufficientemente lungo, y assumerà il valore $\frac{F}{n^2}$ che si potrà dedurre subito dal grafico ottenuto. Se dal grafico di $y - \frac{F}{n^2}$ in funzione del tempo ricavo 6 ordinate $y_0 y_1 y_2 y_3 y_4 y_5$ corrispondenti a 6 intervalli di tempo uguali potremo ricavare i valori di e^{μ_1}, e^{μ_2}, $e^{-\alpha}$ che saranno le tre radici dell'equazione:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ y_0 & y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{vmatrix} = 0.$$

Se di questa equazione, algebricamente o graficamente, possiamo calcolare le radici, potremo subito ricavare i valori di A, B ed $\frac{F}{n^2 - 2k\alpha - \alpha^2}$ da una terna di ordinate ricavate in corrispondenza a tempi noti. Se $F(t) = Fe^{-\alpha t}$ avremo $y = Ae^{\mu_1 t} + Be^{\mu_2 t} + \frac{Fe^{-\alpha t}}{n^2 - 2\alpha k + \alpha^2}$ e un procedimento analogo al precedente permetterà di calcolare α ed F.

Se nel circuito della corda c'è un'autoinduzione L. la seconda delle equazioni (A) diventa $rJ = E - L\frac{dJ}{dt} - H\int_0^l \frac{\partial y}{\partial t}\, dx$, donde, derivando per t la prima delle (A) e sostituendovi il valore di $\frac{dJ}{dt}$ ricavato dalla precedente, si ottiene:

Digitized by Google

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + k' \frac{\partial y}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{H}{\rho} \frac{E}{r} - \\ - \frac{L}{r}\left(\frac{\partial^3 y}{\partial t^3} + k' \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t}\right) - \frac{H^2}{r\rho} \int_0^l \frac{\partial y}{\partial t}\, dx .$$

Le funzioni φ_s saranno in questo caso definite dalla:

$$\text{(B)} \qquad \frac{d^3\varphi_s}{dt^3} + \left(k' + \frac{r}{L}\right)\frac{d^2\varphi_s}{dt^2} + \left(\frac{rk'}{L} + n_s^2 + \frac{k_s}{L}\right)\frac{d\varphi_s}{dt} + \\ + \frac{n_s^2 r}{L}\varphi_s = \frac{m_s}{L} E,$$

ove k_s, m_s ed n_s hanno i valori già ricordati.

Il moto proprio dei vari punti della corda sarà o aperiodico tendente a zero o armonico smorzato, poichè essendo positivi tutti i coefficienti della caratteristica della (B), essa non avrà radici reali positive. Il caso che più interessa la pratica è quello in cui nel circuito della corda agisca una f. e. m. periodica: E_0 sen pt (per es. nel caso in cui si vogliano paragonare delle intensità sonore con il metodo delle correnti telefoniche); la (B) è allora della forma:

$$\dddot{\varphi} + a\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + c\varphi = A \operatorname{sen} pt .$$

Il moto definitivo dei vari punti della corda corrisponderà all'equazione:

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{(p^3 - bp)^2 + (ap^2 - c)^2}} \operatorname{sen}(pt + \theta), \text{ essendo } \operatorname{tg}\theta = \frac{p^3 - bp}{ap^2 - c};$$

e il massimo di risonanza si avrà quando sia verificata la condizione: $p^4 - \frac{4b - 2a^2}{3} p^2 + \frac{b^2 - 2ac}{3} = 0$.

Se nel circuito della corda si trovasse una capacità C, l'equazione corrispondente alla (B) sarebbe:

$$\frac{d^3\varphi_s}{dt^3} + \left(k' + \frac{1}{Cr} + k_s\right)\frac{d^2\varphi_s}{dt^2} + \left(\frac{k'}{Cr} + n_s^2\right)\frac{d\varphi_s}{dt} + \frac{n_s^2}{Cr}\varphi_s = m_s \frac{dE}{dt},$$

che è della stessa forma della (B).

Digitized by Google

Le proprietà superficiali del mercurio dedotte da misure voltaiche

Nota di ELIGIO PERUCCA

§ 1. — Le esperienze qui esposte hanno condotto ai seguenti risultati:

1) Le proprietà voltaiche delle superfici fresche di Hg, preparate nel vuoto, sono costantemente riproducibili entro 0.005 *volt*, e variano pochissimo in seguito all'introduzione, nel vuoto, di sensibili quantità di aria, aria privata di ossigeno, H_2, CO_2 ben secchi. È così giustificato l'uso delle superfici fresche di Hg, come superfici di riferimento nelle mie precedenti esperienze (1).

2) La superficie fresca di Hg è sede di un processo di assettamento molecolare o atomico tanto più rapido quanto minore è la pressione del gas sovrastante. Ne risulta un notevole appoggio alla teoria di Langmuir sulla costituzione dello strato superficiale dei liquidi.

3) Sono fissati alcuni fatti sperimentali che provano la stretta dipendenza tra tensione superficiale e proprietà voltaiche di una superficie.

§ 2. **L'apparecchio.** — La disposizione sperimentale è analoga a quella delle citate mie esperienze. Ma, trattandosi qui di una sola superficie fresca, quella del Hg, la parte fondamentale dell'apparecchio ne è risultata molto semplificata.

(1) « C. R. », *173*, p. 551, 1921; la relazione dettagliata comparirà prossimamente nel « N. Cim. ».

Digitized by Google

Nella gabbia di Faraday G (fig. 1) potevo produrre il vuoto, o introdurre i gas occorrenti alle esperienze, mediante l'attacco V. Le superfici del condensatore variabile per la misura dell'effetto Volta erano costituite dal Hg del piattello H e dal disco M, l'uno in comunicazione col potenziometro mediante P, l'altro coll'elettrometro mediante E. Per la misura dell'effetto Volta occorreva sollevare o abbassare il disco M; ciò si otteneva mediante il succhiamento magnetico del nucleo di ferro F per parte dell'una o dell'altra delle due elettrocalamite sovrapposte A. Potendosi notevolmente ridurre la distanza MH, e rapidamente sollevare M, l'effetto Volta veniva misurato fino a 0,005 *volt* senza difficoltà. Con un montaggio accurato si è potuta render nulla la perturbazione delle correnti di A sull'elettrometro.

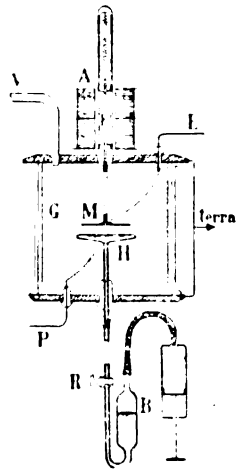


Fig. 1.

Scartati Au e Ag, perchè troppo sensibili ai vapori di Hg; Pt e Fe, perchè troppo sensibili all'idrogeno; il nichel, perchè in precedenti esperienze (2) si era dimostrato un pessimo campione voltaico, ho usato come superficie-campione, in quasi tutte le esperienze, quella di un disco di ottone; le esperienze nell'aria sono state ripetute usando come campione una superficie di Pt (3).

Le cure e la condotta delle esperienze sono le stesse avute per le precedenti esperienze (1).

§ 3. Esperienze con superfici di Hg preparate nel vuoto. — Da queste esperienze risulta:

a) *Le superfici fresche di* Hg *hanno proprietà voltaiche riproducibili entro 0,005 volt.*

(2) " N. Cim. ,, 22, p. 55, 1921. Così pure in alcune prove eseguite durante questa ricerca.

(3) Se il mercurio di H (fig. 1) tocca il disco M di ottone, le proprietà voltaiche di questo mutano di colpo di circa —0,5 volt (— cioè in senso elettronegativo), ma in qualche ora tornano allo stato normale.

Se il disco M è di platino, il suo contatto col mercurio non produce alcun disturbo.

Il platino da me usato era platino laminato.

Digitized by Google

Invero se l'ottone era stato tenuto nell'aria a pressione ordinaria per varie ore, fino al momento in cui producevo il vuoto in *G*, l'effetto Volta iniziale tra Hg fresco e ottone risultava $+ 0{,}12$ *volt* $\pm 0{,}02$ ($+$ perchè il Hg era elettropositivo). Se l'ottone era stato tenuto preventivamente per molte ore nel vuoto (effettivamente nel vapore saturo di Hg mescolato a tracce dei seguenti gas secchi: aria, aria privata dell'ossigeno, H_2, CO_2), l'effetto Volta iniziale risultava $- 0{,}03 \pm 0{,}02$ *volt*. Se, infine, l'ottone era tenuto a lungo nell'aria rarefatta, poi nel vuoto spinto, l'effetto Volta iniziale risultava intermedio tra $+ 0{,}12$ e $- 0{,}03$; mentre che, se l'ottone era tenuto a lungo in aria deossigenata, in H_2, in CO_2, il valore iniziale dell'effetto Volta risultava oscillante tra $- 0{,}02$ e $- 0{,}06$ *volt*.

Sebbene un argomento decisivo non possa aversi che da misure fotoelettriche, tutto induce a ritenere che tali lentissime variazioni dell'effetto Volta iniziale nel vuoto tra Hg e ottone, siano dovute all'ottone e non al Hg.

Tutte le volte che varie superfici fresche di Hg sono state preparate successivamente nel vuoto, a pochi minuti d'intervallo, si è riprodotto il valore iniziale dell'effetto Volta entro 0,005 *volt*.

A conferma di ciò, l'effetto Volta iniziale nel vuoto tra Hg fresco e Pt è risultato nella prima esperienza $+ 0{,}43$ *volt*, ma poi in *tutte* le prove successive tal valore iniziale è stato $+ 0{,}36$ *volt* $\pm 0{,}005$.

I valori $+ 0{,}12$ dell'effetto Volta iniziale della coppia Hg ottone, e $+ 0{,}43$ della coppia Hg Pt, permettono di fissare nell'ordinaria scala di Volta la posizione che spetta alle superfici metalliche fresche da me recentemente studiate [1].

Ad es., tra Zn fresco e Pt risulta un effetto Volta di circa $+ 0{,}6$ V (Zn elettropositivo), notevolmente inferiore al valore ordinario; ma non risultano confermati i risultati di A. L. Hugues [4]. Per quanto sia estremamente difficile fissare la causa di questo disaccordo, io credo che sui risultati di questo autore possano aver influito varie delle cause di errore da me recentemente considerate [1], in particolare l'ionizzazione prodotta dalle scariche verificanti la rarefazione raggiunta.

[4] " Phil. Mag. ", *28*, p. 337, 1914.

Digitized by Google

b) *Sulle superfici fresche di* Hg *preparate nel vuoto, l'introduzione di sensibili quantità di aria, aria deossigenata,* H_2, CO_2 *secchi, non produce quasi alcun mutamento voltaico.* Fanno eccezione il vapor d'acqua (vedi c)) e l'aria viziata producente rapidamente l'invecchiamento del Hg, studiato da me recentemente (5). Se nell'apparecchio è penetrata aria viziata, nel produrre il vuoto la pompa a condensazione di vapori di Hg funziona in modo particolare (vedi § 5); viene ancor prodotto il vuoto spinto, ma anche in esso il Hg fresco va invecchiando rapidamente. Soltanto dopo molte ore di funzionamento della pompa e ripetuti lavaggi di *G* mediante H_2 o, meglio, CO_2, si ritorna in buone condizioni sperimentali.

Per ridurre al minimo le variazioni voltaiche dell'ottone, questo veniva tenuto per qualche ora nel gas e alla pressione stabilite per l'esperienza; poi veniva rapidamente prodotto il vuoto spinto, formata la superficie fresca di Hg, misurato durante pochissimi minuti l'effetto Volta tra Hg e ottone, poi introdotto il gas, alla pressione voluta.

Il grafico qui unito giustifica la conclusione b). Le curve disegnate si riferiscono ai casi seguenti:

I. Hg e ottone nel vuoto, poi aria secca, press. 0,5 mm.
II. „ „ , poi aria deossigenata, press. 2 mm.
III. „ „ , poi idrogeno, press. 3 mm.
IV. „ „ , poi CO_2, press. 5 cm.
V. „ „ spinto, con tracce di aria viziata.

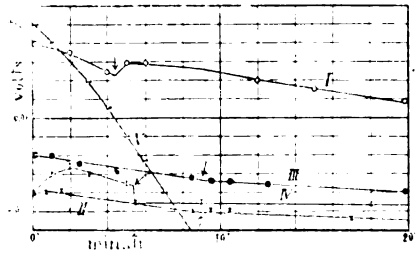


Fig. 2.

Le lievi ondulazioni di queste curve non sono dovute a errori accidentali, perchè si sono costantemente riprodotte in tutte le prove. Le pressioni indicate sono approssimate.

c) *Il vapor d'acqua,* introdotto nel vuoto, sull'ottone tenuto in ambiente secco da molti giorni e sulla superficie fresca di Hg ha influito grande-

(5) " Att. R. Acc. Sc. Torino „, 55, p. 440, 1921; " N. Cim. „, 21, pp. 84, 275, 1921; " id. „, 22, p. 55, 1921.

Digitized by Google

mente sull'effetto Volta; *la modificazione della differenza di potenziale prodotta dal vapor d'acqua è reversibile, in parte rapidamente, in parte sol dopo molte ore di essiccamento* (mediante collegamento con tubo a P_2O_5 e funzionamento della pompa a diffusione).

Ecco la tabella numerica di una esperienza:

Tempi	Pressioni di H_2O	Effetto Volta
0′	vuoto spinto	$-0{,}01_5$ Hg fresco
1′	„	$-0{,}02$
5′	„	$-0{,}05$
5′20″	vapore di H_2O - 10 mm.	
5′30″	„ „	$-0{,}09$
6′	„ „	$-0{,}15$
7′30″	„ „	$-0{,}22_5$
10′	„ „	$-0{,}26$
12′	„ „	$-0{,}28$
16′	„ „	$-0{,}30$
16′10″	„ 3 mm.	$-0{,}28$
16′30″	„ 0,2 mm.	$-0{,}25$
20′	vuoto spinto	$-0{,}24$
20′30″	vapore di H_2O - 10 mm.	
21′	„ „	$-0{,}31$
23′	„ 1 mm.	$-0{,}26$
25′	vuoto spinto	$-0{,}24_5$ Hg fresco
dopo circa 2 ore in vuoto spinto		$-0{,}15$ „
„ 3 „	„	$-0{,}11$ „
„ 15 „	„	$+0{,}02$ „

Anche qui ritengo che l'umidità e l'essiccamento abbiano agito sull'ottone; si noti che durante le ore di essiccamento le superfici fresche di Hg hanno fornito, rispetto all'ottone, valori iniziali varianti regolarmente da $-0{,}24_5$ a $+0{,}02$.

Come conferma di ciò servono i risultati ottenuti con la superficie campione di Pt. Se la modificazione dovuta al vapor d'acqua fosse avvenuta essenzialmente nel Hg, avremmo dovuto ritrovarla. Al contrario:

Digitized by Google

Tempi	Pressioni di vapor d'acqua	Effetto Volta
0′	vuoto spinto	Hg fresco
2′	„	+ 0,37
3′	„	+ 0,37$_5$
5′	„	+ 0,38
5′30″	vapor di H_2O - 10 mm.	
5′45″	„	+ 0,37
6′	„	+ 0,34
7′	„	+ 0,34
8′	„	+ 0,34
10′	„	+ 0,33
10′30″	comunicazione con P_2O_5	
10′45″	vapor di H_2O - press. 3 mm.	+ 0,36
11′	„ „ 0,5 mm.	+ 0,38
12′	„ „ 0,2 mm.	+ 0,38
13′	„ „ 10 mm.	
13′10″	„ „ „	+ 0,32
14′	„ „ „	+ 0,32
15′	„ „ „	+ 0,32
16′	„ „ 0,5 mm.	+ 0,35
17′	„ „ 0,1 mm.	+ 0,36
21′	vuoto spinto	+ 0,37

Dunque si osserva questa volta una brusca variazione dell'effetto Volta, *rapidamente reversibile*, poi più nulla.

§ 4. — Esperienze con superfici di Hg preparate nei vari gas a varie pressioni.

Dò il grafico che riunisce i risultati di alcune delle esperienze.

Per comodità di figura, le curve ottenute col campione di Pt sono spostate verso il basso, parallelamente all'asse delle ordinate, di 0,36 *volt*, e le varie curve di ciascun fascio sono un po' spostate parallelamente all'asse dei tempi per evitarne la sovrapposizione in corrispondenza dell'istante iniziale.

Curve analoghe sono state ottenute per il Hg preparato in un ambiente occupato da vapor d'acqua.

Digitized by Google

Qui si deve assolutamente escludere che le variazioni osservate siano dovute al campione. Esse, per la loro grandezza e per il loro andamento, non possono confondersi con le variazioni studiate al § 3.

Tali variazioni sono, almeno in prima approssimazione, indipendenti dalla natura del gas; sono indipendenti dalla libertà concessa al gas sulla superficie di mercurio, perchè avvengono identicamente se il disco M è tenuto costantemente lontano dal mercurio, tranne gli istanti della misura dell'effetto Volta, o se tale disco è tenuto costantemente vicinissimo al mercurio. Solo dipendono, tali variazioni, dalla pressione del gas, risultando tanto più rapide quanto minore è la pressione. A pressione atmosferica esse risultano ancora sensibilissime e molto rapide nella fase iniziale (due o tre minuti primi).

Anche con esperienze triboelettriche, nell'aria a pressione ordinaria, ho potuto aver cenno di tali variazioni.

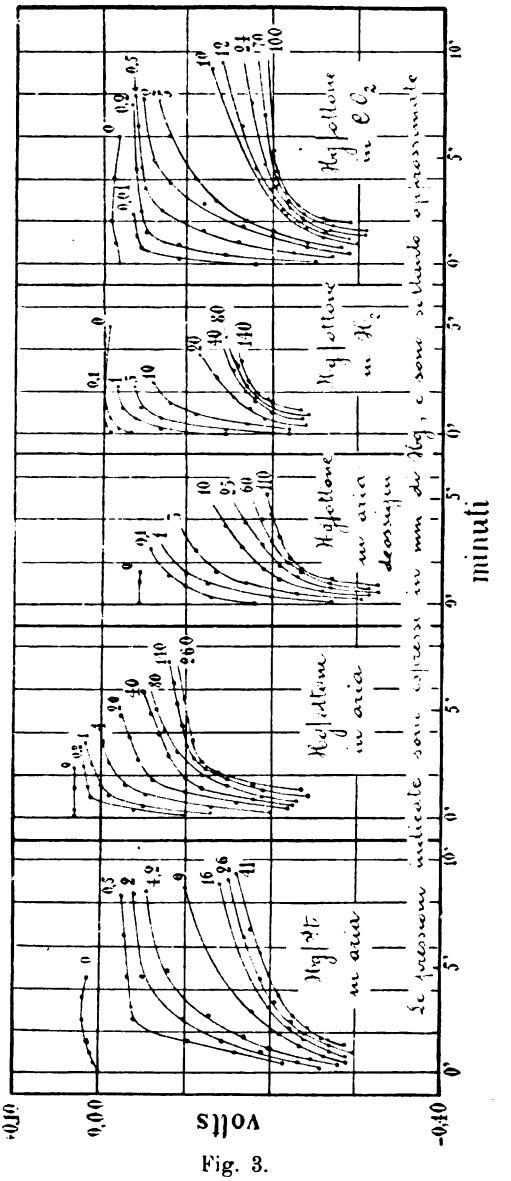


Fig. 3.

Esperienze ripetute immediatamente l'una dopo l'altra dànno curve concordanti entro gli errori sperimentali. Se le esperienze

Digitized by Google

sono ripetute cambiando la massa gassosa che occupa G, senza mutarne la natura chimica nè la pressione, si notano lievi discordanze, di poco superiori agli errori sperimentali (6).

Ma se il gas nel quale si compiono le esperienze è l'aria, allora si sovrappone al fenomeno in istudio l'invecchiamento da me descritto (7), che, con la sua incostanza, disturba molto le esperienze.

In tutti i casi, tenendo conto per l'aria dell'influenza dell'invecchiamento, il valore limite a cui tende l'effetto Volta è sensibilmente quello che si ottiene immediatamente, quando la superficie fresca di Hg venga preparata nel vuoto.

Lo stesso mercurio può servire a tutte le esperienze, perchè non dà traccia di " stanchezza „, purchè si abbia cura di ben rinnovarlo.

A mio parere, i risultati di queste esperienze conducono necessariamente a concludere che: *la superficie fresca di* Hg *va alterandosi nei primi istanti della sua vita, per assumere un assettamento molecolare o atomico di massima stabilità, a cui corrisponde la massima elettropositività del* Hg, *cioè il minimo potenziale intrinseco* (8), *e quindi la minima energia potenziale del doppio strato superficiale.* Tale assettamento avviene in un tempo brevissimo (tempo di rassettamento molecolare?) nel vuoto, ma è rallentato potentemente nel suo compiersi dagli urti molecolari del gas sovrastante se la superficie è preparata in esso; se la superficie di mercurio, nel vuoto, ha avuto modo di raggiungere l'assettamento definitivo, gli urti molecolari del gas introdotto non sono più capaci di distruggerlo (esperienze del § 3).

Non può sfuggire ad alcuno la connessione tra questa conclusione e le recenti teorie di Langmuir (9) sulla costituzione degli strati superficiali in cui ha origine la tensione superficiale. Forse qui, più che nei casi considerati da Langmuir, siamo con-

---

(6) Non tutte le curve relative a un dato gas e riportate nella fig. 3 sono state eseguite con la stessa massa gassosa e a breve intervallo di tempo l'una dall'altra. Inoltre il mercurio che è servito per le esperienze col Pt non era lo stesso che ha servito per le altre esperienze.

(7) " Atti R. Acc. Torino „, 55, p. 440, 1921; " N. Cim. „, lav. citati.

(8) Supposto di segno normale.

(9) V. per es. W. C. Mc. Lewis. *Physical Chemistry*, vol. I, p. 461 e segg., London, 1918.

Digitized by Google

dotti necessariamente all'ipotesi di un assettamento molecolare o atomico superficiale nei liquidi.

§ 5. **Tensione superficiale ed effetto Volta.** — La relazione che così si profila tra queste due grandezze è, nel fatto, la natural conseguenza delle idee moderne, secondo le quali l'origine delle proprietà voltaiche di un metallo deve risiedere nella superficie libera del metallo (cioè non a contatto con l'altro metallo), nello stesso strato, cioè, che è responsabile della tensione superficiale; essa relazione è già stata posta a base di una suggestiva teoria, proposta dal Frenkel [10]. Secondo questo autore, tensione superficiale e potenziale intrinseco (e quindi carattere voltaico) di una superficie sarebbero strettamente legati, sicchè ad una variazione dell'uno deve accompagnarsi una variazione dell'altra.

Ora, stabilite le variazioni precedenti nell'effetto Volta, esistono le corrispondenti variazioni di tensione superficiale?

Il mio apparecchio non si prestava a far misure in proposito, ma su due fatti, ora del tutto frammentari, desidero richiamar l'attenzione:

a) La superficie di Hg, invecchiata nell'aria viziata, presenta una forte adesione al vetro e al ferro, nettamente diversa dall'adesione del mercurio fresco; in particolare, quando nell'apparecchio della fig. 1 introducevo aria viziata, il mercurio in *H* invecchiava voltaicamente in pochissimi minuti, e così pure il mercurio della pompa a diffusione. Nel successivo funzionamento della pompa a diffusione, la condensazione del mercurio avveniva sotto forma di grosse gocce fortemente aderenti al vetro della pompa.

b) Recenti esperienze di J. Popesco [11], confermando il fatto già noto dell'esistenza di lente variazioni della tensione superficiale del Hg, dovute alla presenza di un gas, ne stabiliscono la reversibilità, mentre le modificazioni dell'effetto Volta sono di regola irreversibili.

Le esperienze di Popesco e le mie non sono paragonabili; ma noterò che [12] ho osservato variazioni lentamente ma netta-

---

[10] " Phil. Mag. „, *33*, p. 229, 1917.

[11] " C. R. „, *172*, p. 1474, 1921.

[12] Oltre il caso Cd Hg nell'aria, del lavoro precedente.

Digitized by Google

mente reversibili dell'effetto Volta, da non confondersi con le piccole ma brusche variazioni reversibili che accompagnano le forti variazioni di pressione, nei casi seguenti:

1) nell'azione del vapore d'acqua sulla coppia Hg ottone (v. § 3, c)),

2) nell'azione dell'idrogeno sulla coppia Hg/ottone.

Ecco i risultati di una delle prove:

	Pressione di H_2	Tempi	Effetto Volta
	—	—	—
Hg fresco	vuoto spinto	0	— 0,02
	"	5′	— 0,03
	3 mm.	1h 10′	— 0,06
	74 cm.	1h 40′	— 0,09
	74 cm.	15h	— 0,07
	10 cm.	15h 3′	— 0,06
	1 cm.	15h 4′	— 0,06
	0,01 mm.	15h 8′	— $0{,}05_5$
	vuoto spinto	15h 12′	— 0,05
	"	16h	— 0,02
Hg fresco	"	16h 10′	— 0,03

Analogamente sono lentamente reversibili le variazioni dell'effetto Volta esposte al § 3, a), 1° capov.

Non ho potuto ottenere alcun cenno di reversibilità per l'invecchiamento del mercurio nell'aria viziata, anche in seguito a produzione e mantenimento del vuoto spintò per molte ore. D'accordo con ciò, in tal vuoto spinto *non* si è avuto alcun cenno di diminuzione della forte adesione del mercurio invecchiato al ferro del piattello.

Ho fissato questi fatti, del tutto qualitativi e slegati, per giustificare il mio convincimento che il legame tra tensione superficiale e proprietà voltaiche debba essere stretto come vuole la teoria di Frenkel; ma solo un lavoro sperimentale sistematico potrà dare le prove necessarie a convalidarla o abbatterla.

Della ospitalità e dei mezzi fornitimi con larghezza perchè questa ricerca potesse aver luogo, ringrazio pubblicamente, con animo grato, il Ch.mo Prof. Pochettino.

R. Istituto Fisico della R. Università,
Torino, 2 dicembre 1921.

Digitized by Google

Sulle varietà a k dimensioni contenenti almeno ∞^k rette

Nota di EUGENIO G. TOGLIATTI

1. — In varie ricerche di geometria a più dimensioni si presentano naturalmente delle varietà V_k, a k dimensioni, per ogni punto delle quali passano infinite rette giacenti sulle V_k stesse. Data una tale V_k, se per ogni suo punto generico passano ∞^i ($i \geq 1$) rette giacenti su di essa, essa viene a contenere ∞^{k+i-1} rette. Si può supporre senz'altro $i \leq k-2$ (perchè per $i = k-1$ la V_k si riduce ad un S_k: così, per $k=2$, si ha il fatto notissimo che i piani sono le sole superficie con ∞^2 rette). Per $k=3$ tali varietà son tutte note: se per ogni punto di una V_3 passano ∞^1 rette della V_3 stessa, questa è una quadrica non degenere di S_4, oppure si compone di ∞^1 piani (1). Per $k>3$ non è a mia conoscenza alcun teorema analogo al precedente; è però facile dare esempi di varietà del tipo voluto.

Così, è tale una V_k che sia luogo di ∞^{k-i-1} spazi S_{i+1}; o, più generalmente, una V_k luogo di $\infty^{k-k'}$ varietà $V_{k'}$ (con $i+1 \leq k' \leq k-1$) dello stesso tipo di cui si vuole che venga V_k.

Così, ancora, presa in S_n una forma algebrica generica di ordine r, le rette giacenti su essa ed uscenti da un suo punto generico formano una V^1_{n-r} (2), sono cioè ∞^{n-r-1}, e perciò effettivamente infinite quando $r \leq n-2$.

Più in generale, siano $V', V'', \ldots, V^{(l)}$ delle forme algebriche *generiche* di un S_{k+l}, di ordini rispett. $r_1, r_2, \ldots, r_l$, tutti non su-

(1) SEVERI, *Intorno ai punti doppi impropri* ecc.; « Rend. Palermo », 15 (1901), pp. 33-51, n° 10.

(2) V. ad es. BERTINI, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi*; Pisa, Spoerri, 1907, Cap. 8°, n° 15.

Digitized by Google

periori a $k+l-2$. Per un punto generico P della $V_k^{r_1 r_2 \dots r_l}$ loro intersezione passano infinite rette di ciascuna di esse, costituenti rispett. delle varietà $V_{k-l-r_1}^{r_1!}$, $V_{k-l-r_2}^{r_2!}$, ..., $V_{k+l-r_l}^{r_l!}$ (coni di vertice P); queste son tagliate dall'S_k tangente in P alla V_k secondo dei coni $V_{k-r_1+1}^{r_1!}$, $V_{k-r_2+1}^{r_2!}$, ..., $V_{k-r_l}^{r_l!}$, i quali possono avere in comune ancora infinite generatrici, costituenti un cono di rette della V_k uscenti da P. Ad es. se:

$$(k-r_1+1)+(k-r_2+1)+\dots+(k-r_l+1)-(l-1)k=2,$$

cioè se: $$r_1+r_2+\dots+r_l=k+l-2.$$

quelle generatrici comuni sono ∞^1, e formano un cono V_2 d'ordine $r_1!\, r_2! \dots r_l!$, sicchè V_k viene a contenere ∞^k rette; in tal caso, dovendo essere $r_i \geq 2$, e quindi $r_1+r_2+\dots+r_l \geq 2l$, risulta $2l \leq k+l-2$, cioè $l \leq k-2$. Così sono V_4 con ∞^4 rette: la V_4^3 generale di S_5, la V_4^4 base d'un fascio generico di quadriche di S_6; sono V_5 con ∞^5 rette: la V_5^4 generale di S_6, la V_5^6 di S_7 intersezione d'una quadrica V_6^2 con una forma cubica, la V_5^8 di S_8 intersezione di tre quadriche V_7^2, ecc. (3).

La Nota presente porta un primo contributo alla ricerca delle V_k contenenti almeno ∞^k rette, cominciando col caso di $k=4$. (È superfluo avvertire che quelle rette devono ricoprire la V_k). Delle V_k considerate non supporremo che siano algebriche, ma solo continue.

2. — Per $k=4$ può essere $i=2$ od $i=1$; se $i=2$, si ha una V_4 con ∞^5 rette, la quale è tagliata da un iperpiano generico secondo una V_3 contenente ∞^3 rette, che potrà essere una quadrica non degenere di S_4, oppure una V_3 luogo di ∞^1 piani (1): la V_4 sarà dunque una quadrica di S_5 (eventualmente degenere di 1ª specie), oppure (come subito si vede) si comporrà di ∞^1 S_3.

Escluso questo caso, in seguito supporremo sempre $i=1$; introduciamo inoltre l'ipotesi che la V_4 considerata stia almeno in un S_7 (3).

(3) Le V_k con ∞^k rette così ottenute stanno in spazî S_n di dimensione $\leq 2k-2$; si badi che solo per $n > 2k-2$ comincia ad essere eccezionale il fatto che una V_k di S_n ha in comune con un suo S_k tangente generico una V_2 (il cono delle ∞^1 rette di V_k uscenti dal punto di contatto).

Digitized by Google

Supponiamo anzitutto che esistano su essa due sistemi continui distinti Σ, Σ', di ∞^4 rette ciascuno, in modo che le rette di uno almeno di questi, ad es. le rette di Σ, non si distribuiscano su ∞^2 piani o su ∞^1 V_3^2; consideriamo poi i due coni γ_p, γ_p' formati dalle rette di Σ, Σ' rispett. che passano per un punto generico P della V_4 (coni che stanno nell'S_4 tangente a V_4 in P). Per le ipotesi fatte, γ_p non sarà un piano; perciò le rette di Σ uscenti dai punti di γ_p costituiranno un sistema ∞^3, che diremo Σ_0; questo non potrà ricoprire solo una V_3 [1]: di tali rette ne passerà dunque qualcuna per ogni punto di V_4. In particolare, quelle di esse incidenti anche a γ_p', e che stanno nell'S_4 tangente a V_4 in P, si può pensare che siano ∞^2 od ∞^1.

Nel primo caso esse formerebbero una V_3 (e non una V_2) comune a V_4 ed al suo S_4 tangente in P; ma allora la V_4, che non sta per ipotesi in S_5, si comporrebbe di ∞^1 S_3 [4]; caso già escluso.

Meno semplice è il caso in cui le rette di Σ_0 incidenti a γ_p' siano solo ∞^1. In tal caso, dal fatto che, per ipotesi, nessuno dei due sistemi Σ, Σ' contiene l'altro, segue: 1°) che quelle ∞^1 rette stanno su γ_p' senza poter passare tutte per P; sicchè γ_p' è un piano; e V_4 è luogo di ∞^2 piani le cui ∞^4 rette sono quelle di Σ'; 2°) che le rette di Σ uscenti dai punti del piano γ_p' sono ∞^3 (e non ∞^2), e quindi, non potendo, per ipotesi, formare una V_3, ricoprono tutta la V_4; 3°) che una generatrice generica di γ_p non sta in alcun piano γ', sicchè i piani γ' passanti per i singoli punti di γ_p sono ∞^3, ossia son tutti i piani γ' (si noti che se ogni piano γ' incidente a γ_p tagliasse γ_p in una linea non retta, l'S_4 tangente a V_4 in P conterrebbe ∞^1 piani γ', ricoprenti certo una V_3, e si ritroverebbe, come sopra, una V_4 luogo di ∞^1 S_3). Ciò posto, sia Q un punto generico di V_4; per Q passano: almeno un piano γ_q' incidente a γ_p in un punto $A \equiv\!\!\!| P$; almeno una retta m di Σ_0 incidente a γ_p in un punto B distinto (da P e) da A, altrimenti m starebbe in γ_p', sicchè ogni retta di Σ_0, e

[4] Del Pezzo, *Sugli spazî tangenti ad una superficie o ad una varietà immersa in uno spazio di più dimensioni*; "Rend. Acc. Napoli", 25 (1886), pp. 176-180, n° 12. Del resto le superficie-sezioni della V_4 qui considerata conterrebbero certo ∞^2 linee piane; v. Segre, *Le superficie degli iperspazi con una doppia infinità di curve piane o spaziali*; "Atti R. Acc. Torino", 56 (1921), pp. 143-157, n° 1.

Digitized by Google

quindi anche ogni retta di Σ, starebbe in Σ'; ed infine almeno una retta n di Σ incidente a γ_p' in un punto C, distinto (da P, ed anche) da A e B (da A se no verrebbe, come sopra, che n sta in Σ'; da B se no ogni retta m di Σ_0 incontrerebbe γ_p', e starebbe perciò nell'S_4 tangente a V_4 in P, cosa chiaramente assurda).

Ora, se i punti A, B, C non sono allineati, gli S_4 tangenti a V_4 in P e Q, cioè due S_4 tangenti generici di V_4, si taglierebbero in un piano; sicchè le superficie-sezioni generiche di V_4, che per ipotesi sta almeno in S_7, avrebbero i loro piani tangenti incidenti a due a due in un punto, sarebbero cioè delle superficie di VERONESE (5): e quindi V_4 sarebbe un S_1-cono proiettante dalla sua retta-vertice una tale superficie (6); e ciò è assurdo, perchè allora V_4 non potrebbe contenere alcuna retta fuori dei suoi piani generatori.

Se invece A, B, C son sempre allineati comunque si prenda Q su V_4, e si fa muovere Q su γ_q', A resta fisso, e la retta ABC, che è una corda di γ_p, si può pensare che assuma ∞^2 od ∞^1 posizioni. Nel primo caso, B descrive tutto γ_p, sicchè, facendo poi muovere γ_q', si trova che tutte le corde di γ_p sarebbero incidenti a γ_p', in modo che γ_p e γ_p' starebbero in uno stesso S_3 (si pensi che una sezione iperpiana generica di γ_p avrebbe le sue tangenti tutte incidenti ad una retta, di γ_p'; sarebbe cioè una curva piana, ecc.). Nel secondo caso, il luogo di B, al variare di Q su γ_q', sarebbe una linea, la quale, al variare di γ_q', dovrebbe descrivere tutto γ_p; se ne trae facilmente che il cono γ uscente da un punto generico di γ_p, e perciò tutti i coni γ, sarebbero coni di S_3; e poichè, d'altra parte, al variare di Q su V_4, il punto C descrive tutto il piano γ_p', questo verrebbe a stare di nuovo nell'S_3 di γ_p.

Detto σ_p lo S_3 di γ_p e γ_p', si ha quindi che σ_p e $\sigma_{p'}$, cioè due spazî σ generici, avrebbero una retta comune, la ABC; e le rette secondo cui σ_p è tagliato dagli altri spazî σ dovrebbero

---

(5) V. ad es. BERTINI, loc. cit. nella nota (2), Cap. 14, n° 7.

(6) SEGRE, *Sulle varietà normali a tre dimensioni composte di serie semplici razionali di piani*; "Atti R. Acc. Torino", 21 (1885-1886), pp. 95-115, nota a pp. 95-96. V. anche BERTINI, loc. cit. nella nota (2), Cap. 14°, n° 10, e nota (1) a p. 342.

Digitized by Google

riempire tutto σ_p (ciò perchè la varietà ricoperta da tali rette contiene γ_p e γ_p'). Ma allora, com'è facile vedere, per un punto generico di σ_p passerebbero ∞^2 spazî σ, sicchè questi ricoprirebbero una V_5; ora, una V_5, di un S_n, con ∞^4 S_3 è tagliata da un S_{n-2} generico in una V_3 con ∞^4 rette, ossia in un S_3, e perciò dev'essere essa stessa un S_5; cosa per noi assurda, perchè la V_4 data sta almeno in un S_7.

Concludendo: *Se una* V_4 *di* S_n, *con* $n \geq 7$, *senza contenere* ∞^5 *rette, è ricoperta da due sistemi continui distinti di* ∞^4 *rette ciascuno, le rette di ciascuno di questi si distribuiscono su* ∞^2 *piani o su* ∞^1 *quadriche* V_3^2 *non degeneri di* S_4 (In seguito esamineremo più a fondo questo caso).

3. — D'ora in poi supporremo che le rette del sistema Σ, ∞^4, che consideriamo su V_4 non si distribuiscano su ∞^2 piani o su ∞^1 V_3^2 non degeneri. Allora V_4 non sarà in alcun modo luogo di piani o di V_3^2; di più, dal fatto che per ogni suo punto deve passare qualche retta di Σ incidente al cono γ_p del n° prec., si trae che due coni γ generici hanno qualche punto comune.

Supponiamo che il cono γ_p stia in un S_3, σ_p. Allora due spazî σ generici avranno qualche punto comune; ragionando come al n° prec., si può escludere che essi si taglino in un piano od in una retta; essi avranno perciò in comune *un* punto, situato sui coni γ che essi contengono.

D'altra parte, è facile vedere che i coni γ sono ora dei coni quadrici. Infatti, γ_p, ad es., sta su σ_p ed anche sui coni quadrici V_3^2 tangenti in P alle sezioni iperpiane di V_4 che hanno in P un punto doppio; per dedurne che γ_p è un cono quadrico basta quindi provare che quei coni V_3^2 non possono contenere tutti σ_p come parte. Ora, se ciò avvenisse, proiettando in modo generico la V_4 su un S_5 si otterrebbe una V_4' per la quale i coni quadrici V_3^2 delle tangenti principali avrebbero tutti un S_2 (od un S_3) doppio, ossia una V_4' luogo di piani (o di S_3) (7); e ciò è assurdo perchè tale non è, per ipotesi, la V_4 data.

Ne segue che tutte le rette contenute negli spazî σ son corde di V_4. Supposto allora che la V_4 stia in S_7 (in caso contrario la si proietterà in un S_7), gli ∞^4 spazî σ dovranno riem-

(7) SEGRE, *Preliminari di una teoria delle varietà luoghi di spazi*; « Rend. Palermo », 30 (1910$_2$), pp. 87-121, n° 27.

Digitized by Google

pire l'S_7, se no, tagliando V_4 con un S_5 generico, si avrebbe su questo una (superficie le cui ∞^4 corde non riempirebbero l'S_5, cioè una) F^4 di VERONESE (8), caso che abbiamo già riconosciuto impossibile (n° 2). Si può anzi affermare, più precisamente, che di quegli spazî σ ne passerà uno solo per un punto generico dell'S_7; ed allora la superficie sezione di V_4 con un S_5 generico avrà un solo punto doppio apparente, sarà cioè una F^4 rigata o una F^5 a sezioni iperpiane ellittiche (8). Il 1° caso va escluso perchè esige, com'è facile vedere, che la V_4 data contenga ∞^5 rette, e quindi sia luogo di S_3; il secondo anche, perchè allora essa sarebbe sezione d'una ben nota V_6^5 di S_9 (9), in modo che il cono γ_p non potrebbe stare in S_3.

Perciò: *Se una* V_4 *di* S_n, *con* $n \geq 7$, *è ricoperta da un sistema continuo* Σ *di* ∞^4 *rette, non distribuite su* ∞^2 *piani o su* ∞^1 V_3^2 *non degeneri di* S_4, *le rette di* Σ *uscenti da un punto generico di* V_4 *formano un cono immerso nell'*S_4 *ivi tangente alla* V_4.

4. — Prima di procedere facciamo le seguenti osservazioni:

a) Data in S_n una V_4, i coni quadrici V_3^2 tangenti in un suo punto generico P alle ∞^{n-5} sezioni iperpiane che hanno in P un punto doppio formano, entro l'S_4 tangente a V_4 in P, un sistema lineare che, in generale, è anche ∞^{n-5} (10). Se invece quei coni sono solo $\infty^{n-5-\rho}$, allora la V_4 rappresenta ρ equazioni di LAPLACE linearmente indipendenti tra loro e indipendenti da quelle, in numero di $14 - n$, che si avrebbero quando fosse $n \leq 13$ (11).

b) Si abbia in un S_n una V_4 che rappresenti più di 6, e precisamente $6 + m$, eq. di LAP. lin. ind., con $1 \leq m \leq 3$; per un teorema noto (12), quella V_4 starà sopra una U_ϱ luogo di ∞^h S_ρ,

---

(8) SEVERI, loc. cit. nella nota (1), n^i 8 e 9.

(9) SCORZA, *Le varietà a curve sezioni ellittiche*; "Ann. di Matem.", (3) 15 (1908), pp. 217-273, § 3.

(10) SEGRE, loc. cit. nella nota (7), n° 17.

(11) Ciò si vede con ovvia estensione d'un ragionamento noto: SEGRE, *Su una classe di superficie degli iperspazî legate colle equazioni lineari alle derivate parziali di 2° ordine*; "Atti R. Acc. Torino", 42 (1906-1907), pp. 1047-1079, n° 14.

(12) TERRACINI, *Sulle* V_k *che rappresentano più di* $\frac{k(k-1)}{2}$ *equazioni di* LAPLACE *linearmente indipendenti*; "Rend. Palermo", 33 (1912_1), pp. 176-186, n° 3.

Digitized by Google

tale che gli S_t ad essa tangenti nei punti di un S_p stanno in un S_{3-h-m}, con $0 \leq h \leq 4-m$. Se si discutono i varî casi possibili a seconda dei valori di m e di h, introducendo inoltre le ipotesi che la V_4 sia immersa almeno in S_7, e contenga un sistema Σ di ∞^4 rette non distribuite su ∞^2 piani o su ∞^1 V_3^2 (escludendo quindi, in base al n° 2, le V_4 luoghi di piani o di S_3), si ottengono i risultati seguenti:

La V_4 non può rappresentare 9 eq. di LAP. lin. ind. Se la V_4 rappresenta 8 eq. di LAP. lin. ind., essa deve comporsi di ∞^1 V_3 entro ∞^1 S_4 aventi come luogo una U_5 che lungo ognuno di quegli S_4 ammette un S_5 tangente fisso. Ma ciò è assurdo. Infatti, in tal caso, le rette di Σ incidenti ad una di quelle V_3 non potrebbero essere solo ∞^3 (se no ricoprirebbero la V_3 stessa, che risulterebbe perciò luogo di piani o una V_3^2, contro l'ipotesi), perciò esaurirebbero Σ; d'altra parte, dovendo esse stare entro l'S_5 tangente alla U_5 lungo l'S_4 di quella V_3, la V_4 data starebbe essa pure entro quell'S_5.

Se la V_4 rappresenta 7 eq. di LAP. lin. ind., essa deve: 1°) o stare in S_7; 2°) o comporsi di ∞^1 V_3 entro ∞^1 S_4 generatori di una U_5 che ha lungo ciascuno di essi un S_6 tangente fisso; 3°) o comporsi di ∞^1 V_3 entro ∞^1 S_5 generatori di una U_6 che ha lungo ognuno di essi un S_6 tangente fisso; 4°) o comporsi di ∞^2 V_2 entro ∞^2 S_3 generatori di una U_5 che ha lungo ciascuno di essi un S_5 tangente fisso; 5°) o, infine, contenere un sistema di ∞^3 rette in modo da avere lungo ognuna di esse un S_4 tangente fisso. I casi 2° e 3° si escludono come sopra. Il 4° caso va similmente escluso, perchè le rette di Σ incidenti ad una di quelle V_2 dovrebbero essere ∞^3 e ricoprire V_4, che verrebbe a stare in un S_5. Nel 5° caso, le ∞^2 rette di Σ incidenti ad una retta generica g del sistema ∞^3 dovrebbero ricoprire una V_3 situata nell'S_4 tangente a V_4 lungo g, sicchè V_4, avendo una V_3 comune con ogni S_4 tangente, dovrebbe, come in principio del n° 2, stare in S_5, oppure comporsi di ∞^1 S_3.

Una delle nostre V_4 non può dunque rappresentare più di 7 eq. di LAP. lin. ind.; e se ne rappresenta 7, ciò proviene dal fatto che essa sta in S_7.

5. — Di qui, e dal n° 3, si traggono varie conseguenze.

Anzitutto, i coni V_3^2 considerati al n° 4 *a*) saranno almeno ∞^2, se no la V_4, che per ipotesi sta almeno in S_7, rappresenterebbe

Digitized by Google

più di 7 eq. di LAP. lin. ind.; perciò il cono γ_p, come intersezione (totale o parziale) di due di essi, sarà algebrico; anzi, sarà almeno di 3° ordine, visto che esso deve essere immerso in S_4 (n° 3), e non può contenere dei piani come parti. Ed allora i coni V_3^2 anzidetti saranno proprio ∞^2, sicchè γ_p sarà un cono cubico razionale normale irriducibile.

Ne segue anzitutto, come subito si vede, che la V_4 rappresenta 7 eq. di LAP. lin. ind., e quindi (n° 4) deve stare in S_7: ne segue in secondo luogo che essa sarà algebrica, potendo essere definita come un insieme di coni (algebrici) γ che si appoggiano (n° 3), in uno o più punti, ad un certo numero di tali coni.

6. — Dopo ciò, è facile caratterizzare completamente le V_4 in questione. Perciò osserviamo che una sezione iperpiana generica della V_4 è una V_3 rigata (con ∞^2 rette); sicchè gli S_3 tangenti ad essa nei punti di una sua retta r, se non coincidono in uno solo, formano un cono quadrico avente r come retta doppia ed appartenente al più ad un S_5 ([13]). Per la V_4 iniziale si potranno quindi presentare i seguenti casi: *a*) lungo ogni retta r di Σ la V_4 ammette un piano tangente fisso π_r, e gli S_4 ad essa tangenti nei punti di r formano un S_2-cono quadrico, Γ_r, di vertice π_r, situato entro un S_6 che risulta tangente a V_4 lungo r; *b*) il cono Γ_r di cui sopra diviene un S_3-cono quadrico, di vertice un S_3, ω_r, passante per r; *c*) gli S_4 tangenti a V_4 nei punti di r formano un fascio entro un S_5; *d*) V_4 ha lungo r un S_4 tangente fisso.

Il caso *d*) è chiaramente assurdo, perchè quell'S_4 risulterebbe tangente a V_4 in (tutti i punti delle rette di Σ incidenti al cono γ relativo ad un punto generico di r, cioè in) tutti i punti di V_4.

Il caso *c*) va escluso perchè l'S_5 tangente a V_4 lungo r conterrebbe le ∞^2 rette di Σ incidenti ad r, e quindi taglierebbe V_4 in una V_3, ma allora un S_5 generico taglierebbe V_4 in una superficie con ∞^4 curve di S_3, il che è assurdo ([14]).

Per esaminare i casi *a*) *b*) consideriamo gli S_6, che diremo Ω ed Ω_1, tangenti a V_4 lungo due generatrici generiche r, r_1 del

---

([13]) SEGRE, loc. cit. nella nota ([7]), n° 12.

([14]) SEGRE, loc. cit. nella nota ([4]), n° 2. Il caso che quegli S_5 sian meno che ∞^4 si esclude facilmente con considerazioni simili a quelle fatte sinora.

Digitized by Google

cono γ_p; Ω (e così Ω_1) contiene le rette di Σ incidenti ad r (o rispett. ad r_1); anzi, le V_3 ricoperte da quelle rette danno le totali intersezioni di V_4 con Ω ed Ω_1, altrimenti Ω taglierebbe V_4 in una V_3 riducibile, sicchè V_4 conterrebbe ∞^4 sezioni iperpiane riducibili. (Di nuovo, il caso che gli S_6 come Ω sian solo ∞^3 si esclude facilmente). Ma allora un S_5 generico taglierebbe V_4 in una superficie con ∞^4 sezioni iperpiane riducibili, il che è impossibile nel caso nostro. Ciò posto, Ω ed Ω_1 si tagliano in un S_5 contenente il cono γ_p; ma questo cono, che è solo di 3° ordine, non può esaurire la superficie intersezione di V_4 con quell'S_5, perchè altrimenti V_4, risultando di 3° ordine, starebbe al più in un S_6 ([15]). L'intersezione residua φ si deve comporre sia di rette incidenti ad r che di rette incidenti ad r_1; d'altra parte non esistono in Σ infinite rette nel piano $r r_1$, nè infinite rette uscenti da P fuori del cono γ_p; ne segue che φ dovrà contenere due diverse schiere di rette, le une incidenti ad r e le altre ad r_1, cioè φ sarà una quadrica. Dunque V_4 è di 5° ordine; ed allora le sue curve-sezioni, come C^5 di S_4, saranno al più di genere 1; escluso che siano razionali, il che si può fare in base a teor. noti ([16]), e fondandosi sopra ricerche, già citate, del prof. SCORZA ([9]), si conclude che la nostra V_4^5 è sezione della V_6 di S_9 che rappresenta, al modo di GRASSMANN, le rette di un S_4.

Riassumendo tutto possiamo dire: *Se una* V_4 *è ricoperta da* ∞^4 *rette (e non da* ∞^5*), essa è luogo di* ∞^2 *piani, oppure è luogo di* ∞^1 *quadriche* V_3^2 *non degeneri (di* S_4*), oppure appartiene al più ad un* S_7*, nel qual caso si ottiene tagliando con un* S_7 *la* V_6^5 *di* S_9 *che rappresenta, al modo di* GRASSMANN*, le rette di un* S_4.

7. — All'ultima conclusione si può anche giungere, indipendentemente dalle ricerche dello SCORZA, per quest'altra via, suscettibile forse di estensione a varietà con più di 4 dimensioni.

Precisiamo anzitutto, riprendendo il ragionamento del n° prec., che l'esistenza della quadrica φ entro l'$S_5 \equiv \Omega\Omega_1$ è incompatibile con l'ipotesi *b)* del n° 6, nella quale V_4 ammette un S_3 tangente lungo r. Infatti, per la genericità di r_1, la quadrica φ non potrebbe stare in quell'S_3 (che verrebbe allora a stare su V_4); ma

---

([15]) V. ad es. BERTINI, loc. cit. nella nota ([2]), Cap. 9°, n° 6.

([16]) ENRIQUES, *Sui sistemi lineari di superficie algebriche ad intersezioni variabili iperellittiche*; "Math. Ann.", 46 (1895), pp. 179-199, n° 9.

Digitized by Google

allora gli S_4 tangenti a V_4 nei punti di r sarebbero quelli che proiettano da quell'S_3 le generatrici di φ incidenti ad r, cioè formerebbero un fascio entro un S_5, contro l'ipotesi.

Invece, nel caso *a*), il cono quadrico Γ_r contiene, oltre gli S_4 tangenti a V_4 nei punti di r, anche una seconda schiera di S_4 generatori; uno di questi taglia ciascuno dei primi in un S_3, il quale contiene una generatrice del corrispondente cono γ: son le ∞^1 rette di φ incidenti ad r. Si vede poi anche che per r passano ∞^1 quadriche φ, una per ciascun S_4 generatore della seconda schiera del cono Γ_r; sicchè le quadriche φ sono ∞^4; per due rette r, r_1 di Σ, fra loro incidenti in P, ne passa una, sì che per P ne passano ∞^2, date dalle ∞^2 coppie di generatrici del cono γ_P.

Premesso questo, la dimostrazione procede, per sommi capi, nel modo seguente:

a) *gli iperpiani tangenti a* V_4 *sono* ∞^6. Infatti, quelli tangenti nei punti di r, poichè proiettano dal piano π_r gli iperpiani tangenti d'una quadrica-inviluppo degenere di un S_4, sono ∞^3; ne segue che quelli tangenti nei punti d'un cono γ sono ∞^4; ed allora, poichè due coni γ generici hanno in comune solo un numero finito di punti, il sistema degli S_6 tangenti a V_4 contiene ∞^4 sistemi ∞^4, due generici dei quali hanno in comune solo dei sistemi ∞^2, perciò è ∞^6.

b) *ogni* S_6 *passante per una quadrica* φ *è tangente a* V_4. Infatti, se r, r_1 son le rette di φ uscenti da un suo punto P, tra gli ∞^2 S_6 tangenti a V_4 in P, e che contengono tutti il piano rr_1, ve ne sono ∞^1 che contengono anche l'S_3 di φ: essi formano un fascio; al variare di P su φ, si hanno così, entro la stella ∞^3 degli S_6 contenenti φ, ∞^2 fasci di S_6 tangenti a V_4; e questi debbono esaurire la stella, se no gli S_6 di quei fasci sarebbero in tutto solo ∞^2, sì che ognuno di essi, vale a dire l'S_6 tangente generico di V_4, toccherebbe V_4 in ∞^1 punti, e gli S_6 tangenti a V_4 sarebbero solo ∞^5. In altre parole: *gli* ∞^6 S_6 *tangenti di* V_4 *si distribuiscono in* ∞^4 *stelle* ∞^3, i cui sostegni sono gli S_3 delle quadriche φ. Diciamo S le stelle ∞^3 anzidette.

c) *ogni* S_6 *tangente a* V_4 *sta in* ∞^1 *stelle* S, cioè contiene ∞^1 quadriche φ. Infatti, le quadriche φ che stanno in un S_6 tangente a V_4 in P vanno cercate tra le ∞^2 che passano per P, ed in modo che il piano tangente in P ad una tale quadrica,

Digitized by Google

ossia il piano delle rette r, r_1 di V_4 uscenti da P che la definiscono, stia sul cono V_3^2 tangente in P alla V_3 sezione di V_4 con quell'S_6. Ora, un tal cono V_3^2 contiene ∞^1 piani generatori in ciascun dei quali stanno due generatrici del cono γ_p; dette r, r_1 due di esse, l'S_6 considerato taglia l'S_6 tangente a V_4 lungo r in un S_5 che contiene l'S_4 tangente a V_4 in P e quindi anche un S_4 generatore della seconda schiera del cono Γ_p: la quadrica φ esistente in quest'ultimo sta nell'S_6 iniziale, e il suo piano tangente in P, dovendo stare sul cono V_3^2, è proprio il piano rr_1.

d) due stelle S *generiche hanno un* S_6 *comune*; anzi, più precisamente, due quadriche φ generiche hanno un punto comune. Due quadriche φ generiche passanti per uno stesso punto P non possono avere in comune una linea uscente da P, perchè questa non potrebbe essere una retta dal momento che quelle due quadriche son definite con due coppie di generatrici distinte del cono γ_p, e, d'altra parte, due quadriche φ contenenti una stessa generatrice r di γ_p si vede subito che hanno in comune solo r (esse stanno in S_4 generatori distinti del cono Γ_p). Ed allora, fissata una quadrica φ, quelle che la incontrano sono ∞^4; cioè tutte, onde due quadriche φ generiche hanno qualche punto comune; che ne abbiano uno solo si prova ragionando come alla fine del n° 2.

e) infine, gli S_6 *comuni ad una stella* S *generica e alle* ∞^1 *stelle* S *che contengono un dato* S_6 *tangente di* V_4 *formano un fascio.* Riprendendo quanto s'è detto in *b*), rileviamo che, tra gli S_6 contenenti una quadrica φ, vi sono, in particolare, gli S_6 tangenti a V_4 lungo le generatrici di φ; essi si distribuiscono in due serie ∞^1, che diremo s, s_1, e che devono essere due fasci, perchè ciascuno degli ∞^2 fasci considerati in *b*) contiene un elemento di s ed uno di s_1, ed inoltre un S_6 generico contenente φ sta in uno solo di quei fasci essendo tangente a V_4 in un solo punto P di φ (*uno*, e non di più, se no, tenendo fissi P e l'S_6, e tenendo conto di quanto si è detto in *c*) *d*), si avrebbe che quell'S_6 tocca V_4 in ∞^1 punti). Ciò posto, tra le quadriche φ fissiamone una, φ_0, e poi consideriamo un S_6 tangente a V_4 in un punto generico P (non di φ_0), e sia α; esso contiene ∞^1 quadriche φ che tagliano φ_0 nei punti di una conica ϵ (situata nel piano comune a quell'S_6 ed all'S_3 di φ_0). La conica ϵ produce una proiettività tra le due schiere di φ_0, perciò gli

Digitized by Google

∞^1 fasci di S_6 contenenti φ_0 e tangenti a V_4 nei punti di ϵ hanno per sostegni gli S_5 intersezioni delle coppie di S_6 omologhi in una proiettività tra i due fasci s, s_1 considerati sopra; ne segue che tali S_5 ricoprono un S_3-cono quadrico di vertice l'S_3 di φ_0; e gli ∞^1 S_6 contenenti φ_0 e rispett. le ∞^1 quadriche φ giacenti in α saranno gli ∞^1 S_6 tangenti dell'S_3-cono che passano per P, cioè contengono l'$S_4 \equiv \varphi_0 P$. Per concludere che essi formano un fascio basta provare che l'$S_4 \equiv \varphi_0 P$ sta sull'S_3-cono. Ora ciò segue dal rilevare: in primo luogo che delle ∞^3 rette di Σ incidenti a φ_0 (rette che ricoprono tutta V_4) ne passa una sola per un punto generico di V_4, se no si avrebbero due quadriche φ con due punti comuni; ed in secondo luogo che *la* retta r di V_4 uscente da P ed incidente a φ_0, stando su una delle quadriche φ giacenti in α, deve incontrare la conica ϵ, sicchè gli S_6 tangenti dell'S_3-cono che provengono dal punto $r\epsilon$ contengono tutti r e perciò l'$S_4 \equiv \varphi_0 P$, il che è quanto occorreva.

Ed allora, raccogliendo tutti i fatti esposti, ed applicando un teor. noto ([17]), dopo averlo dualizzato, si ritrova la conclusione del n° 6.

In Note successive studieremo altri casi di V_k con ∞^k rette.

Torino, 21 novembre 1921.

([17]) TERRACINI, *Sulle varietà di spazi con carattere di sviluppabili*; "Atti R. Acc. Torino „, 48 (1912-1913), pp. 411-433, n° 10. Le considerazioni fatte in *e*) sostituiscono la restrizione per la dimensione dello spazio ambiente esistente nel teor. citato; infatti, per la proprietà *e*), è sempre valido il ragionamento del n° 9 di quella Nota.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'11 Dicembre 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Valmaggi, Faggi, Luzio. Funge da Segretario il Socio Prato.

Scusa l'assenza il Socio Segretario Stampini.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del giorno 27 novembre u. s.

Il Presidente offre alla Classe, a nome del Socio Cian, il suo studio *Annibal Caro traduttore dell'Eneide* (Torino, Paravia, 1921), segnalandone l'importanza scientifica e didattica.

Il Socio De Sanctis chiede informazioni sulle modalità ed i criteri con cui dovrà procedersi alla pubblicazione della seconda parte del volume delle *Memorie*, deliberata dal Consiglio di Amministrazione.

Il Socio Tesoriere spiega che il Consiglio stanziò per l'anno prossimo un primo fondo di lire cinquemila destinato a tal uopo. Questa seconda parte del volume spetta alla Classe morale, essendo la prima parte occupata dai contributi della Classe fisica. Tocca quindi alla nostra Classe stabilire le norme di pubblicazione. Il Socio Einaudi ritiene si debbano modificare i criteri

Digitized by Google

che prima si praticavano rispetto ai limiti del contributo ed ai diritti di presentazione di ciascun Socio in relazione ai costi assai aumentati, e pur tenendosi conto che ancora abbiamo disponibile, presso la tipografia Bona, un sufficiente quantitativo di carta acquistata ai prezzi antichi.

Il Socio De Sanctis vorrebbe si ritornasse invece semplicemente ai criteri normali.

Dopo discussione a cui partecipano i Soci Ruffini, Einaudi, De Sanctis, Prato, su proposta del Vicepresidente Ruffini si riconosce in massima, concordemente, la necessità di apportare qualche modificazione ai vecchi metodi in dipendenza dei nuovi costi, e si dà incarico al Tesoriere di preparare un preventivo della spesa che oggi importano le *Memorie*, per foglio di stampa, presentandolo alla Classe nella prossima adunanza.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Dicembre 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. CORRADO SEGRE
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti: il Socio Faggi della Classe di Scienze morali ed i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Salvadori, Foà e Mattirolo.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente, del giorno 4 dicembre corr.

Il Direttore della Classe conferma il progressivo miglioramento nelle condizioni di salute del Presidente, e la Classe ne prende atto con vivo compiacimento.

Il Segretario presenta il *Cours de Béton Armé* inviato in omaggio dall'autore Socio corrispondente Augustin Mesnager, che il Presidente ringrazierà a nome della Classe.

Il Socio Majorana legge la *Commemorazione di Augusto Righi* accolta da vivi applausi dei presenti e dai ringraziamenti del Presidente. La Commemorazione sarà pubblicata negli *Atti*.

Digitized by Google

LETTURE

COMMEMORAZIONE

DI

AUGUSTO RIGHI

letta dal Socio nazionale residente QUIRINO MAJORANA

Nell'assolvere il còmpito di commemorare Augusto Righi, affidatomi, or è più di un anno, da questa Accademia, penso non solo di inchinarmi al desiderio dei Colleghi, che sia qui rievocata la figura del più grande fisico che abbia avuto l'Italia negli ultimi anni, ma di compiere un atto doveroso verso chi fondò ed avviò con tanto amore e successo l'Istituto Fisico che io mi onoro di dirigere. E debbo dire, per altro, che mentre mi sembrava prima assai difficile comprendere taluni lati della vita del Righi, ed ardito il doverne dare qui un riassunto, la mia permanenza recente ed ancora non lunga fra le mura del detto Istituto, in contatto con gli allievi devoti del Maestro, ancora dolenti per il recente lutto che colpì la scienza sperimentale, la visione continua dei cimelii numerosissimi che dal Righi furono lasciati, le tracce evidenti di tante ricerche da lui eseguite e talvolta solo tentate, talchè di esse non è nemmeno fatto cenno nelle sue pubblicazioni, il vivere insomma dove lo spirito dell'insigne sperimentatore deve ancora aleggiare, mi ha dato quel coraggio che forse a me prima mancava, necessario per dirvi qualcosa di Lui.

Premetto ora che, per evidenti ragioni, io non posso aver la pretesa, nel poco tempo che l'Accademia può concedermi, di rievocare tutti gli aspetti della figura del Righi, mirabile come

Digitized by Google

uomo, come insegnante, come scienziato insigne. D'altra parte, essendo già trascorso più di un anno dalla sua morte, autorevoli Colleghi ed ammiratori hanno saputo in altre sedi assolvere tale còmpito con ogni competenza ed efficacia. Perciò mi limiterò a dire quale sia stata la vita scientifica del RIGHI, e mi accontenterò di dare notizia sommaria e sintetica dei varii gruppi di ricerche da lui affrontate.

Anzitutto osservo che metodo costante del RIGHI fu quello di intraprendere una ricerca sperimentale, solo dopo aver vagliato con acume profondo, e possibilmente averne formulata la teoria, un certo fenomeno od un dato gruppo di fenomeni, in precedenza imperfettamente conosciuti; talchè, da questo esame potesse nettamente scaturire un piano ben prestabilito di lavoro. Questo suo modo di procedere, accompagnato da un'estrema prudenza nell'avanzare ipotesi nuove, salvo che esse fossero imposte dalla impossibilità di servirsi di quelle già ammesse dalla Scienza, spiega in parte perchè raramente l'opera del RIGHI ha dato luogo a scoperte sensazionali; dico raramente, intendendo con ciò riferirmi al gran numero delle sue ricerche. Ma realmente più d'una di queste ha arricchito la scienza Fisica della conoscenza di fenomeni veramente nuovi. E con ciò non voglio che si creda voler io muovere appunto alla attività del RIGHI, chè anzi, ritengo esser dote eccelsa, quella di saper guardar la natura, scrutandone i segreti e le leggi, senza eccessive pretese innovatrici. Frequentemente tale pretesa, che di solito è posseduta da coloro che sono più che altro desiderosi di affermare la propria personalità, oltre che rimanere sterile, o dar luogo ad interpretazioni errate di quanto si osserva, può togliere quella serenità di vedute del mondo esteriore, che mai deve scompagnare l'opera del fisico.

Più d'una volta è avvenuto al RIGHI, in conseguenza di questo suo modo di procedere, che l'esame preventivo di una data questione non sia stato seguìto dalla ricerca sperimentale, e ciò in conseguenza di difficoltà o di impossibilità di vario genere; ma non perciò i suoi lavori, dirò così, puramente teorici sono privi di interesse; in essi si può agevolmente scorgere la mente del Maestro, sempre pronta all'indagine sperimentale.

Passando ad una enumerazione rapida delle ricerche del RIGHI, osserviamo anzitutto come esse si sieno svolte quasi esclusiva-

Digitized by Google

mente nel campo dell'elettricità e dell'ottica, cioè nei due capitoli più suggestivi della Fisica moderna. E si può così procedere ad una suddivisione delle sue più che 200 Memorie e Note, che in un cinquantennio circa (dal 1872 al 1920) il Righi ha pubblicato, in una diecina di Gruppi od Argomenti distinti, quantunque nello studio di ciascuno di essi Egli sia spesso ritornato a più riprese, nel corso della sua vita. Parlando dunque rapidamente e successivamente di tali Gruppi, non potrò rispettare l'ordine cronologico delle singole pubblicazioni; ma con ciò si potrà render conto più sintetico dell'opera del Righi.

Le prime ricerche del Righi riguardano l'*Elettrostatica*; si tratta di ricerche sui coibenti, sull'elettroforo, sull'elettrostrizione, sulle forze elettromotrici di contatto. In esse già si rivela il singolare acume nella interpretazione dei fatti, e l'abilità sperimentale; Egli immagina in tale occasione anche nuovi congegni di misura dei fenomeni, come l'elettrometro a induzione, quello per alti potenziali e, più recentemente, un elettrometro idiostatico. In tutti questi lavori Egli mostra chiaramente la sua tendenza a considerare l'elettricità come qualcosa di materiale e non una forma di energia, rivelandosi così come precursore delle più belle teorie fisiche moderne.

Più tardi, ma sempre, si può dire, all'inizio della sua carriera, Egli si dedica allo studio della *scarica elettrica attraverso i gas, a pressione ordinaria od a pressione ridotta*. Tali ricerche, che formano uno dei campi più preferiti del Righi, lo occuparono saltuariamente sino agli ultimi anni della sua vita. Accennerò, anzitutto, a quelle relative alla distanza esplosiva ed alla struttura delle scintille nell'aria; con esse mette in evidenza, anche con la fotografia, particolarità interessantissime del fenomeno. Le ricerche, ormai classiche, sulle ombre elettriche, con le quali il Righi fa vedere l'analogia che esiste tra la scarica in un tubo Crookes e quella di una punta nell'aria, mostrano come Egli, in un'epoca in cui l'ipotesi ardita del fisico inglese, circa la materia raggiante, non era ben accetta, si fosse orientato nel senso più consono alle teorie fisiche, più tardi definitivamente accettate. Lo studio delle lunghe scariche elettriche attraverso l'aria, gli permette di trovare poi l'interessante e curioso fenomeno del loro enorme allungamento alla superficie dell'acqua.

Più complesso e laborioso è il gruppo di ricerche riguardanti

Digitized by Google

la scarica elettrica nei gas rarefatti, la quale, come è noto, offre particolarità tanto svariate da costituire, si può dire ancor oggi, fonte inesauribile di nuovi studii. Di tale fenomeno il RIGHI dà minuziosissima interpretazione, nelle sue varie pubblicazioni, studiando e spiegando molte particolarità che di solito erano sfuggite ai fisici. Guidato dal suo metodo dovuto a spirito eminentemente deduttivo, fa anzitutto vedere come gradatamente si può passare dalla convezione elettrica (o, secondo sue altre ricerche di cui si dirà appresso, fotoelettrica) a pressione ordinaria, a quella a bassissima pressione, stabilendo così ancora quel parallelismo con i fenomeni del tubo Crookes, di cui si è detto. Interessantissime sono poi le ricerche su talune forme di scarica da lui realizzate, e paragonate alle folgori globulari; l'analogia, almeno apparente, è giustificata dal moto progressivo e quasi visibile ad occhio, della scarica, da un elettrodo all'altro, e dalla durata di questa, che può raggiungere sino ad $^1/_6$ di minuto secondo.

Più tardi, Egli riesce a causare la periodicità della corrente traversante un piccolo tubo di scarica con circuito derivato, contenente un condensatore, ottenendo la produzione di suoni, analogamente a quanto avviene nel circuito Duddell, quantunque la teoria di questo ultimo apparecchio sia notevolmente diversa.

E, restando sempre nell'argomento della scarica elettrica attraverso i gas, veniamo finalmente ad un gruppo importantissimo di ricerche del RIGHI, col quale, servendosi di speciali dispositivi adatti all'osservazione di singolari effetti, Egli ha aperto tutto un nuovo campo di studii. Voglio dire dell'azione del magnetismo sulle scariche elettriche. Troppo lungo qui sarebbe riassumere tali ricerche; basti ricordare infatti che il RIGHI, non contento di esporre man mano il loro risultato in più anni di indefesso lavoro, negli *Atti* accademici, ha minutamente e con ordine narrato tutte le sue esperienze in più d'una pubblicazione separata di notevole mole. Comunque, volendo dare un accenno sommario di questo periodo dell'attività righiana, ricorderò che i fenomeni in discorso si possono dividere in tre categorie distinte: Raggi magnetici, Magnetojonizzazione, Rotazioni jonomagnetiche. Per la spiegazione di esse il RIGHI è indotto ad avanzare tre nuove ipotesi fisiche, alle quali, per altro, Egli stesso non dà, con ragione, eguale peso, come ora dirò.

Lo studio di tutto l'argomento derivò dalle indagini incom-

Digitized by Google

plete del Villard, sopra una specie di scarica elettrica in un gas rarefatto, alla pressione di circa un millimetro di mercurio, osservabile sotto l'azione di un campo magnetico, e che lo stesso Villard chiamò: Raggi Magnetocatodici. Ora il Righi, studiando particolarmente tale fenomeno, che disse semplicemente Raggi Magnetici, emise l'ipotesi della formazione di certi doppietti, costituiti da un elettrone girante intorno ad un jone positivo, resi più stabili dalla presenza del campo magnetico. Forse la discussione di una tale stabilità non apparisce del tutto rigorosa, anche per voluta semplicità espositiva del Righi, ma occorre notare come Egli ripetutamente dica che non si debba dare gran peso all'ipotesi stessa, e dichiara di avanzarla soltanto come una *ipotesi di lavoro*; la quale, cioè, non debba servire che ad indicare la via più opportuna per ulteriori ricerche sperimentali. Effettivamente però, quando si osservano i fenomeni dei raggi magnetici studiati dal Righi, come ho potuto fare esaminando in queste ultime settimane i numerosi modelli di tubi da lui costruiti o fatti costruire, quell' ipotesi appare perfettamente d'accordo con i fenomeni stessi; così dicasi della deviazione del fascio magnetico lungo le linee di forza, della formazione dell'anodo virtuale (zona oscura così denominata dal Righi), e della deviazione trasversale, rispetto alle linee di forza magnetica, del fascio luminoso al di là dei raggi magnetici. Ma poichè si tratta di un complesso di fenomeni assai svariato, anche in conseguenza della discontinuità della scarica che ad essi dà luogo, all'ipotesi del Righi non va dato valore superiore a quello voluto dal suo autore.

Il fatto poi constatato dal Righi, di una maggior facilità nel passaggio della scarica sotto l'azione del campo magnetico, lo ha indotto ad emettere anche l'ipotesi della magnetojonizzazione analoga alla jonizzazione causata da un campo elettrico; si tratta, quindi, di un ordine di fenomeni più semplice di quello dei raggi magnetici, e come Egli fa notare, l'interpretazione così data di esso, ha un grado di probabilità maggiore di quella dei doppietti jone-elettrone.

Un terzo ordine di fenomeni è quello delle rotazioni jonomagnetiche. Queste si osservano con dispositivi svariatissimi: sono piccoli mulinelli, tamburi di carta o di altra sostanza, più o meno grandi, semplici alette di mica, ecc., sospesi nell'interno

Digitized by Google

dei tubi di scarica, sia in vicinanza degli elettrodi, che alquanto discosti. Tutti questi congegni mobili prendono a rotare vivacemente quando la scarica passa nei tubi, sotto l'azione di un campo magnetico; le rotazioni mutano di segno con quello del campo, e se ne possono osservare contemporaneamente di segno opposto nello stesso tubo. Le esperienze che così si eseguono sono tanto evidenti e sicure, anche al mutare delle loro singole modalità, da meritare di trovar posto tra le più classiche della fisica. Per render conto di esse, il RIGHI è indotto a supporre una certa azione del campo magnetico sulle trajettorie delle particelle elettrizzate a cui è dovuta la scarica elettrica. È ancora questa un'ipotesi, ma fra le tre che Egli ha avanzato in questo interessantissimo suo periodo di attività sperimentale, è quella che assurge quasi al grado di certezza.

Nel campo dell'*Elettromagnetismo*, e seguendo in esso l'ordine cronologico, vediamo il RIGHI interessarsi all'invenzione del telefono, ideandone un nuovo modello in unione ad uno speciale microfono, felicemente provato anche a distanze considerevoli per i tempi in cui l'esperienza avvenne. Ma, quantunque con ciò Egli avesse dimostrato anche delle attitudini inventive, non si lasciò sedurre da tale indirizzo, e ritornò presto alle questioni sperimentali di scienza pura. Così sono degne di nota le delicate ricerche sulla magnetizzazione dell'acciaio, fatte in un periodo di tempo anteriore alla scoperta dell'isteresi magnetica. E, sempre in questo campo di studii, Egli ebbe agio di compiere due vere scoperte, con l'osservare il fenomeno Hall con intensità enormemente superiore alla solita, in un corpo mai sperimentato per lo innanzi: il bismuto; e col constatare in seguito, come le conducibilità elettrica e calorifica di questo metallo siano dipendenti dalla intensità del campo magnetico in cui essa è immersa. È nota l'applicazione che fu fatta dal Lenard di questo fatto all'elettrotecnica, quantunque di solito non si citi il nome dello scopritore del fenomeno.

Fra gli studii che possono dirsi puramente teorici del RIGHI, citerò quello sull'importante questione del campo magnetico generato da cariche elettriche in movimento; da esso si rileva il desiderio dell'autore di ricercare controlli sperimentali in aggiunta alla classica esperienza di Rowland; ma mentre non arriva a ciò per le difficoltà da Lui stesso rilevate, tali studi

Digitized by Google

debbono essere tenuti presenti da chi volesse intraprendere ricerche del genere, anche seguendo il moderno sviluppo della teoria elettronica.

Nel campo dell'ottica, il RIGHI aveva acquistato tale padronanza, sia dal lato teorico che sperimentale, che Egli potè a più riprese affrontare delicatissime ricerche sull'argomento. Così, mentre si osserva che le ingegnosissime disposizioni per la composizione dei movimenti pendolari (paralleli od ortogonali), possono riguardarsi come una conferma dell'orientamento della sua mente verso lo studio dei moti vibratorii in genere, ed in particolare dell'ottica; in questo campo stanno a far fede del suo sagace spirito indagatore il polistereoscopio, lo studio della sovrapposizione di due reticoli, il polarimetro a penombra, ed in particolare, delicatissime e svariate ricerche sull'interferenza e sulla diffrazione della luce: più notevole, in tale campo, è la questione, da Lui studiata, della possibilità di ottenere dei battimenti luminosi, la cui dimostrazione appare chiara, malgrado l'opinione diversa manifestata da autorevoli fisici stranieri.

La *Magnetoottica* e la *Elettroottica*, stabilendo un intimo legame tra i capitoli della Fisica che più interessarono l'attività di Augusto RIGHI, fornirono a Lui argomenti svariati e proficui per delicatissime ricerche. Così, Egli, già dal 1877, sperimentando con corpi trasparenti in un campo magnetico, osservò come le velocità di propagazione delle due componenti circolari inverse, di un raggio polarizzato, sieno differenti; e prende poi a studiare il fenomeno magnetico di Kerr, fissandone, con tutta precisione, le complicate leggi, sia mediante l'indagine teorica, che con quella sperimentale.

Un altro fenomeno magnetoottico, quello di Zeeman, non appena scoperto, offre al RIGHI l'occasione a numerose ricerche, fra cui quella che gli permise di immaginare un nuovo dispositivo per l'osservazione del fenomeno in parola, quantunque frammisto al fenomeno Faraday; e le altre, concernenti le modalità varie e complicate, delle vibrazioni elettroniche osservate secondo direzioni differenti. Anche in tali ricerche si riscontra mirabile fusione tra teoria ed esperienza.

Nell'elettroottica, il noto fenomeno attribuito ad Hallwachs, della dispersione delle cariche negative, operata dalla luce ultravioletta, dà agio al RIGHI, oltre che di ideare dispositivi più

Digitized by Google

adatti alla constatazione di tale fenomeno, di costruire le coppie fotoelettriche, paragonabili, sotto certi riguardi, alle coppie idroelettriche.

Anche le nuove radiazioni scoperte dal Röntgen, e quelle, trovate più tardi, con le sostanze radioattive, come avvenne per quasi tutti i fisici del tempo, richiamarono l'attenzione del RIGHI. E lo vediamo subito realizzare numerose esperienze, sia tendenti a stabilire analogie, oggi definitivamente ammesse, fra i raggi X ed i raggi ultravioletti, sia sul modo con cui la dispersione delle cariche avveniva, sia ancora sulle cariche elettriche dei raggi α e β, descrivendo delicatissime esperienze realizzate con speciali dispositivi da Lui ideati.

Un altro campo, al cui studio il RIGHI ha dedicato gran tempo, è stato quello delle *Oscillazioni elettromagnetiche*. Tale studio rappresenta uno dei più importanti dell'opera Righiana, ed è troppo noto perchè io ne discorra a lungo. Ricorderò, ad ogni modo, che mentre oggi la nostra mente si è abituata alla assoluta analogia tra quelle onde e le ottiche, circa trenta anni addietro, la mancanza di esperienze evidenti e poco ingombranti, avrebbe potuto lasciar taluno dubbioso sulla detta analogia, malgrado la conoscenza della teoria di Maxwell-Hertz, e le dimostrazioni sperimentali di quest'ultimo fisico. Ciò era tanto più vero, se si pensi che l'Hertz non arrivò a dimostrare sperimentalmente che le sue onde avessero esattamente tutte le proprietà qualitative della luce comune; nè gli altri sperimentatori, che lo seguirono, prima del RIGHI, fecero molto di più. Il RIGHI, con tenacia ammirevole, riuscì, come è noto, ad impiccolire la lunghezza d'onda elettrica sino a pochi centimetri, creando all'uopo speciali oscillatori e risuonatori. Potè così riprodurre con tali onde le più delicate esperienze di ottica. Tutto il suo lavoro è riassunto in un libro: *L'ottica delle oscillazioni elettriche*, ben conosciuto.

È noto poi come, occasionalmente, dalle ammirevoli ricerche del RIGHI, su tale argomento, e per opera di un altro grande bolognese, sia nata la radiotelegrafia. Ma l'indirizzo degli studii del RIGHI era così diverso da quello del Marconi, che non è lecito pensare ad un diretto intervento del primo nell'invenzione del secondo. Al Marconi, affascinato dalla bellezza delle esperienze del RIGHI, si deve certamente l'idea di utilizzare le onde elettro-

Digitized by Google

magnetiche come mezzo di segnalazione a distanza; e ciò dico senza voler mancare di riguardo alla memoria del RIGHI, chè infatti nè questi, nè alcun altro cultore di scienze fisiche, avrebbe pensato *a priori* alla possibilità della radiotelegrafia; a meno che una felice ispirazione gli avesse fatto intravedere la funzione specialissima del nuovo oscillatore antenna-terra realizzato empiricamente dal Marconi, la cui teoria ancor oggi, dopo 25 anni, non è definitivamente stabilita.

L'attenzione del RIGHI, negli ultimi anni della sua vita, fu attratta dalla teoria della Relatività. L'orientamento della sua mente al riguardo non fu dissimile da quello della grande maggioranza dei fisici sperimentali. È noto infatti che questi amano formarsi dei fenomeni un modello mentale, il quale corrisponda a qualcosa di reale, e spesso di materializzabile. E questa tendenza affermatasi, si può dire, sin dal tempo dei filosofi greci, si confermò in Newton con la teoria della emissione, e in Fresnel con la teoria dell'etere; le cognizioni di spazio e di tempo, pur non rappresentano, per il fisico, necessariamente qualcosa di assoluto, non possono essere sostituite nella sua mente dai criterii relativistici di Einstein. Egli ha bisogno d'indagare e speculare sul mondo esteriore appoggiandosi a cognizioni reali che corrispondano alla sua natura e ai suoi sensi. È per questo che in genere le teorie einsteiniane, malgrado le annunziate conferme nel campo astronomico, non possono essere a lui ben accette. Così era il RIGHI; e pur riconoscendo il grande merito ed il portentoso ingegno del creatore di tale teoria, e osservando che essa rimarrà in ogni caso al posto di onore che occupa non fosse altro che come un mezzo di indagine preziosa, si augurava che le pretese conferme suddette possano venire interpretate senza accettare nuovi concetti metafisici, cioè senza la teoria della relatività. Io ritengo che un tal modo di vedere, il quale, mi sia permesso di rilevare, coincide perfettamente con quanto io sento personalmente, non possa essere oggetto di critica. L'indole della mente umana è così diversa da persona a persona, da giustificare anche fra gli eletti profonde differenze nella comprensione del mondo esteriore. Il fisico coltiva la scienza non perdendo mai di vista l'esame diretto dei fenomeni; da essi sempre trae argomento per i suoi ragionamenti e raramente deve o può fare la strada inversa. Ma quando per caso vuol procedere

Digitized by Google

in tal guisa, egli contrae un obbligo, quello cioè di confortare le sue asserzioni con i controlli sperimentali del caso. Ora il RIGHI, che quella massima, nel nome di Aristotele e di Galileo, volle scolpita sulle pareti della sua aula di lezione, prese ad esaminare la base sperimentale classica delle teorie einsteiniane, cioè l'esperienza di Michelson. Con quattro laboriose Memorie critiche su tale esperienza, mostrò anzitutto come non fosse attendibile, secondo il principio di Huygens, applicato agli specchi in movimento, ed ammettendo l'idea dell'etere fisso, che si dovesse osservare uno spostamento di frangie. Cadeva dunque così, secondo il RIGHI, la base sperimentale di una teoria che, nata occasionalmente, si regge per altro per forza propria, anche senza di quella. Ora, mentre i calcoli con cui il RIGHI conforta la sua tesi, appaiono esattissimi, può non venir condivisa dalla generalità dei cultori della fisica l'interpretazione che deve darsi al lavoro teorico del RIGHI. Ma ciò che in esso vi ha di più interessante, è la conclusione con cui egli si proponeva, applicando la massima suaccennata, di ripetere l'esperienza di Michelson in condizioni diverse da quelle dell'autore; e così egli si riprometteva di risolvere la questione fondamentale per l'accettazione delle teorie di Einstein, cioè la esistenza o meno dell'etere classico. Come è noto, il RIGHI non arrivò a realizzare il suo piano, perchè la vita gli venne a mancare; ma probabilmente, se anche in quel suo intento egli fosse riuscito, non sarebbe ciò bastato a indurre i Relativisti ad abbandonare la loro meravigliosa costruzione. Una tale cosa non potrebbe accadere che quando numerose prove contrarie, nel campo sperimentale o di osservazione, si saranno accumulate. Ecco perchè il tentativo od il progetto Righiano è degno dell'uomo ed altamente encomiabile. La scienza umana non può fondarsi sul solo raziocinio, ed i segreti della natura vanno sorpresi e svelati poco alla volta, principalmente per l'opera indefessa ed elevata di coloro che dispongono, oltre che di fine intuito teorico, di doti sperimentali eminenti. Tale fu il RIGHI; l'augurio che possiamo formulare si è che, avendo noi perduto tant'uomo, altri numerosi e sia pur modesti sperimentatori sappiano battere e seguire la via da lui con tanto acume indicata, od altre analoghe.

Digitized by Google

E con ciò ho finito. Come ho detto in principio, io non ho voluto dare che un pallido accenno della figura scientifica del Righi, senza dire degli altri aspetti della sua vita; anche solo così limitato il mio còmpito, dubito di essere riuscito nel mio intento. Ma a ciò voi, egregi Colleghi, potete supplire agevolmente, chè tutti, senza bisogno della mia povera parola, conosceste quell'uomo. E mentre noi tutti ne piangiamo ancora la perdita mi è caro rilevare, a mo' di sintesi, le sue doti principali, a cui si deve se Egli, nella sua vita, seppe produrre opere tanto mirabili e numerose: Profondo acume nell' investigare i fenomeni naturali; grande abilità, pazienza e tenacia sperimentale con cui seppe vincere facilmente anche le più gravi difficoltà, create talvolta dalla deficienza dei mezzi di cui disponeva; felice accoppiamento di conoscenze teoriche e sperimentali; estrema prudenza nello avanzare ipotesi nuove, quantunque Egli non rifuggisse da quelle strettamente necessarie nelle sue ricerche, all'infuori delle vecchie. E tali sono le doti che dovrebbe cercar di possedere chi della Scienza sperimentale fa lo scopo della sua vita.

Possa l'opera mirabile del Righi servire di esempio a tutti coloro che in Italia e fuori sentono lo slancio per le conquiste delle verità della natura; in ciò si vedrebbe un mezzo per il sicuro progresso della Scienza Sperimentale, dal quale l'umanità tutta non potrà ricavare che bene.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 1° Gennaio 1922

PRESIDENZA DEL COMM. PROF. GAETANO DE SANCTIS
SOCIO ANZIANO

Sono presenti i Soci BRONDI, EINAUDI, BAUDI DI VESME, SCHIAPARELLI, PRATO, CIAN, VALMAGGI, e STAMPINI Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 11 dicembre u. s.

Il Presidente, dopo aver rivolto cordiali auguri alla Classe per il nuovo anno che oggi si apre, è lieto di poter dare migliori notizie della salute del nostro Presidente Andrea NACCARI, cui la Classe invia un reverente saluto augurale.

Dall'Accademico Segretario sono presentate le seguenti pubblicazioni pervenute all'Accademia: 1°. del Socio nazionale Alessandro BAUDI DI VESME, *Il maestro dalla trappola per sorci. Tentativo d'identificazione* (Estr. da *L'Arte*, Anno XXIV); 2°. del Socio nazionale SFORZA, *Velleità Costituzionali della Duchessa di Lucca nel 1820* (dalla " Rassegna storica del Risorg. „ 1921); *Vincenzo Gioberti a Massa ed a Carrara nel '48,* ed *Ennio Quirino Visconti giacobino* (Estratti da " Il Risorgimento italiano „, Vol. XIV, fasc. I-II); 3°. del Socio corrispondente Camillo MONTALCINI, *Pietro Bertolini* (dalla " Nuova Antologia „, 1921);

Digitized by Google

4°. del dott. Paolo De Vecchi, *Modern Italian Surgery and old Universities of Italy* (New York, 1921). Il Presidente ringrazia, a nome della Classe, i donatori.

Il Socio Prato presenta, col consenso della Classe, per la stampa negli *Atti* una Nota del dott. Alfredo Pino-Branca intitolata *Lo statuto del Gremio degli Ortolani di Cagliari (1426-1721).*

Il Socio Stampini presenta, per la stampa negli *Atti* medesimi, il suo *Discorso* commemorativo, letto il 17 agosto u. s. in Chiari, per il centenario della morte di Stefano Antonio Morcelli.

In relazione all'incarico avuto dalla Classe nella precedente adunanza, l'Accademico Tesoriere Prato informa che, per l'alto prezzo della mano d'opera tipografica, le 5000 lire disponibili attualmente per la stampa della seconda parte del volume 66° delle *Memorie* basterebbero appena per pochissimi fogli di 8 pp. in 4°; per il che la Classe, dopo una discussione cui prendono parte varii dei presenti Soci, delibera che si sospenda ogni provvedimento e le lire 5000 sieno tenute sempre a disposizione della Classe stessa per ulteriori decisioni.

In fine il Socio Cian comunica che il grande volume di Miscellanea dantesca, che l'Accademia nostra deliberò di pubblicare per il sesto centenario di Dante Alighieri, è già quasi interamente stampato, sì che v'è fondata speranza che sia distribuito per la fine del corrente mese. La Classe ne prende atto con vivo compiacimento.

Digitized by Google

LETTURE

Lo statuto del Gremio degli Ortolani di Cagliari (1426-1721)

Nota del Dott. ALFREDO PINO-BRANCA

Presentata dal Socio nazionale residente Giuseppe Prato

Lo statuto che presentiamo fu in parte pubblicato in un nostro studio (1); ma la sua importanza ci induce a riprodurlo integralmente per metterne in rilievo alcune disposizioni che per la suggestiva ed attraente storia economica ci sembra abbiano notevole valore. Esso è conservato nella Biblioteca universitaria di Cagliari, " Fondo Orrù, n. 108 „. È un quadernetto di cm. 16×20 che contiene due copie dello stesso statuto, riunite insieme, e cioè l'originale catalano del 30 aprile 1721 e la traduzione spagnola fatta in Cagliari nel 1764. Da esse si apprende che i primitivi statuti vennero approvati nell'adunanza dei soci, tenutasi il 5 marzo 1426. Le leggere modificazioni che col tempo vennero ad essi apportate — dice il proemio — sono giustificate dalla necessità di porre i rimedi ed i ripari voluti dal cambiamento dei tempi e dall'aumento delle frodi e della malafede che turbavano la buona amministrazione della corporazione, la pace, la fratellanza, la concordia dei consociati (2).

(1) *Fatti di ieri e problemi d'oggi*, Milano, 1921.

(2) Tralasciamo la descrizione paleografica del ms., che sotto tale aspetto à per noi importanza relativa: e — perchè simili a quelle di altri statuti già noti — tralasciamo anche le introduzioni, le invocazioni religiose e le approvazioni che aprono e chiudono lo statuto, che trascriviamo secondo il ms. Cagliaritano del 1764. La collazione del ms. fu fatta dal d.r Capra, direttore della R.a Bibl. Universitaria di Cagliari, e di ciò pubblicamente lo ringraziamo.

Digitized by Google

***

Questo statuto ci si presenta molto interessante, perchè è più antico di oltre un secolo dello statuto degli ortolani di Roma, dell'8 marzo 1528, descritto dal Rodocanachi (1). Le rassomiglianze notevoli dei due statuti gettano nuova luce specialmente sulle disposizioni di carattere economico delle corporazioni, dimostrando come in paesi ed in tempi molto differenti, si siano adottate norme identiche e si siano seguiti identici sistemi, mentre le differenze indicano le peculiari caratteristiche dei regimi dei vari governi.

Lo statuto, nelle sue linee generali, è simile agli altri finora conosciuti, sia per il carattere religioso di consorteria, che importava speciali obblighi ai soci, come l'intervento ai riti religiosi, l'assistenza ai confratelli ammalati o poveri, le onoranze al Gonfalone ed ai soci defunti, e sia anche per le norme del rispetto fra consoci e fra questi ed apprendisti; nel suo confronto con lo statuto degli ortolani di Roma, ci mostra come la caratteristica di queste corporazioni fosse di riunire le due categorie degli ortolani e produttori e dei verdurieri o rivenditori (Corp. Ort. Rom., LXIV, XIV), ma con mansioni ben distinte. Il nostro statuto è dunque uno dei pochissimi che contengono disposizioni per regolare i rapporti di produzione e di circolazione della merce, che sorsero con contrasto degl'interessi delle due categorie e furono invece armonizzati sapientemente in un maraviglioso organamento economico, diretto ad irradiare i suoi benefici effetti nell'ambito della società in cui fiorivano.

Sono disposizioni che, naturalmente, risentono dello spirito dell'epoca, e riassumendo in una trentina di capitoli tutte le caratteristiche principali delle corporazioni medioevali miravano alla protezione della classe, riunendo anche coattivamente le singole attività individuali, per dirigerne, modificarne l'attività tecnica; esercitando un notevole influsso sul mercato col regolare la produzione, in modo che questa non ne eccedesse la

---

(1) Rodocanachi, *Les corporations ouvrières à Rome*, Paris, 1894, « Corporation des Jardiniers », I, 45.

Digitized by Google

potenzialità, obbligando a produrre solo quanto potesse essere necessario pel consumo giornaliero, col prescrivere, per es., che non si potesse restituire la merce invenduta.

Altro scopo importante, nei riguardi della circolazione della merce, era quello di fissarne il prezzo, per impedirne il rincaro eccessivo e per impedire la larga concorrenza che la qualità del prodotto e la sua quantità avrebbero potuto permettere.

Ma il lato più interessante del nostro statuto è senza dubbio rappresentato dalla sua funzione capitalistica per cui si stabiliva una netta dipendenza di una categoria dall'altra: si rispecchia cioè nell'interno del Gremio quel rapporto e quella funzione che le corporazioni avevano in generale nella società medioevale; ciò perchè la funzione del Gremio si esplicava nel campo della vastissima e speciale legislazione annonaria, che, come è noto, rappresentava la maggior preoccupazione dei governi tutti, e specie dello Spagnuolo che si trovava in enormi difficoltà nel contemperare l'eccesso di produzione di certi generi dell'isola con la deficienza di altri pure indispensabili.

Alla nuova tendenza di riassumere tutte le disposizioni di carattere generale nelle brevi linee di uno statuto, corrispondeva poi anche un certo mutamento nel loro contenuto, fissando disposizioni e principî che ci si palesano meno rigidi e severi. Così quelli della tutela della classe, che si otteneva con l'obbligare tutti gli esercenti una stessa professione ad inscriversi nella corporazione e col proibire l'esercizio dell'arte ai non soci, si allargavano con l'abbandonare il concetto del rigido esclusivismo cittadino, che costituiva una ferrea e speciale forma di protezionismo escludente i forestieri dall'associazione: si ammetteva infatti che anche ortolani e verdurieri che non fossero del distretto di Cagliari vi potessero essere inscritti; vi era solo qualche differenza nel pagamento delle tasse; così, mentre nella corporazione degli ortolani di Roma i consoci abitanti ad oltre 30 miglia dalla città pagavano una tassa minore (art. XXV), nel nostro Gremio, i soci del distretto di Cagliari, pagavano una tassa annua inferiore a quella che dovevano pagare gli altri, e ciò in dipendenza dagli antichi privilegi accordati agli abitatori di Cagliari; tale disposizione era anche giustificata dal fatto che i corporati non potevano temere la concorrenza esterna, perchè la limitazione della terra coltivabile ad orto

Digitized by Google

imponeva per sè stessa la limitazione degli esercenti la professione; ciò che non sarebbe avvenuto nelle altre arti, dove il libero esercizio avrebbe portato uno squilibrio al protezionismo commerciale del momento. Restava perciò rigido il principio dell'esclusivismo interno, per cui, chiunque esercitava la professione anche nei limiti modestissimi del proprio domicilio, doveva essere inscritto nel Gremio: e ciò per tutelare la vita stessa dell'arte.

Un altro argomento di notevole importanza e che ci riserviamo d'illustrare più ampiamente in una prossima Nota, è quello delle magistrature speciali instituite nelle corporazioni allo scopo di dirimere le controversie che potessero sorgere fra i soci col deferirne la soluzione ai maggiorali; ma, mentre nella corporazione degli ortolani di Roma essi giudicavano senza appello (art. V), nel nostro statuto essi avevano il compito di conciliare le parti, e non riuscendovi, di dare sentenza. Accanto ai maggiorali che, come amichevoli compositori, decidevano le contese in prima istanza, erano istituiti speciali collegi di periti, nominati ufficialmente dal Gremio, che avevano anche per scopo di conciliare le parti contendenti, alle quali però era data facoltà, ove non fossero state soddisfatte del giudizio di stima, di deferire questo ad altri soci del Gremio, senza dare alcun valore al primo giudizio; norma alquanto dissimile da quella di molti altri statuti che ammettevano la nomina di un savio in appello del primo giudizio dei consoli, ed in terzo appello ammettevano a giudicare delle controversie i membri dell'arte.

*
* *

Il Gremio esercitava dunque la sua funzione economica regolando la produzione, che in tal modo veniva resa certa e sicura, garantendone l'affluenza al mercato cittadino, dove doveva essere venduta nei " posti fissi „. Ma anche per la regolamentazione dei posti fissi il nostro statuto contiene norme eccezionali: infatti, mentre era fatto obbligo a tutti i venditori di portare la loro merce sulla piazza del mercato, o nei posti fissi, dove erano stabilite garanzie per l'orario, per i pesi, per la qualità, e la sorveglianza delle autorità preposte all'annona era

Digitized by Google

continua, per la verdura invece era permesso che coloro che già avessero posto fisso, potessero mandare i giovani apprendisti in giro per le vie della città, a venderla. In tal modo la cittadinanza, oltre ad averne garantita la quantità e la qualità sulla pubblica piazza, aveva anche merce fresca e buona. Lo smercio maggiore ne avrebbe impedito cosi anche il deterioramento. Conseguenza immediata era anche la proibizione assoluta dell'accaparramento, impedendo ai rivenditori di vendere merci proprie, sia che fossero incettate presso i produttori, sia che fossero prodotte direttamente; ed oltre ad evitare la concorrenza della categoria dei rivenditori verso l'altra padronale, proibendole l'esercizio dell'industria produttiva per conto proprio, si otteneva anche di frenare l'aumento dei prezzi che sarebbe sorto dal monopolio. A tale scopo anzi era data facoltà ai rivenditori di ricorrere ai maggiorali del Gremio contro il prezzo eccessivo fissato dai produttori, e veniva stabilito l' " equo prezzo „ col prescrivere che tutte le variazioni dei prezzi dovessero esser rese di pubblica ragione, affinchè non si potesse speculare sull'ignoranza altrui.

Veniva però favorita in ogni modo la classe dei produttori in confronto dell'altra, essendole concesse alcune facoltà caratteristiche: come quella di poter rifiutare la merce rimasta invenduta: ciò mentre garantiva al produttore il sicuro collocamento del suo prodotto, lo obbligava anche a non eccedere nei prezzi, sia vietando anche a lui l'accaparramento, sia impedendogli di accordarsi coi rivenditori; se ne avvantaggiava così la popolazione, che dal fatto di non poter rimanere merci invendute a carico del rivenditore, veniva a godere del ribasso dei prezzi.

Digitized by Google

STATUTO

DEL

GREMIO DEGLI ORTOLANI

Copia en Castellano
de los Capitulos del Gremio de los Hortolanes
confirmados en 30 abril 1721.

Iesus Maria Joseph.

En nombre de Nuestro Señor Dios, Santissima e Individua trinidad y de la Imaculada Virgen Maria Madre de Dios, bajo la invocacion de Nuestra Señora del Puerto, nuestra abogada y Protectora, y del glorioso San Isidro sea. Amen.

En los treinta del mes de Marzo de laño mil septicientos veinte y uno en el oratorio construhido en el Convento de la SS.ma Trinidad del Apendicio de Villa Nueva y Ciudad de Caller en cuya Iglesia tenemos la nuestra Capilla bajo la invocacion de Nuestra Señora del Puerto, lugar donde se acostumbra juntar y congregar Nuestro Gremio de los Hortelanes y capilla de la presente Ciudad y cabeza de Caller y Gallura; siendo iuntados y congregados en las formas expressadas en la congregacion hoy dia presente tenida, los Mayorales y Gremio con assistencia de sus Abogado y Secretario, segun appareze de la Congregacion por dicho Secretario continuada y bajo individuadora, se han formado los Capitulos siguientes:

Por quanto en los seis del mes de Mayo de la Natividad de Nuestro Señor Jesu Crjsto 1426, se formaron algunos capitulos con los que se han governado dicho Gremio hasta los sinco de Marzo de 1734 en que los Mayorales y hermanos que desse tiempo eran, formaron otros de nuevo, con la approvacion

Digitized by Google

del Nob. y Mag.co Veguer Real de esta Ciudad, con los que hasta hoy se ha governado la Nuestra Capilla y Gremio. Y como por la variedad del tiempo aumento de la Malicia y Experiencia de lanzes sucedidos, seha venido al conocimiento de que se necessita de muchas cosas de reparo, y en otras de nuevo providencia, por lograrse el fin del buen govierno de dicho Gremio, buena administracion de la hazienda, y la paz union y concordia que se dezea en los individuos del Gremio por la concervacion de este, se forman los Capitulos siguientes:

Cap. I. — Primeramente se ordena y manda a todos los prohombres y hermanos de nuestro Gremio de Hortelanes assistan alas Visperas y Missa Cantada la vigilia y dia de la fiesta de Nuestra Señora del Puerto que se celebra todos los años en la capilla de dicha Iglesia del Combento de la SS.ma Trinidad el tercer domingo del mes de 8bre y el dia imediato siguiente por el aniversario, que assibien se celebra todos los años por sufragio de las Almas de los hermanos que seran en Purgatorio bajo la pena de una libra de sera por cadauna de las funciones en que faltaren dichos prohombres y hermanos sin que se tenga obligacion de avisarlos; y a tal que a effecto se cobren las libras de sera de los que no assistiran, ordenan y mandan que el Secretario de la Capilla haga lista de los tales y dè copia a los Mayorales para que las cobren y exigan y se les haga cargo en la dacion de sus cuentas sin que los Mayorales tengan authoridad de perdonar las tales faltas, si solamente el Gremio y Comunidad junta que podrà oyda la desculpa de tal o tales que no havran assistido, remitir y perdonar dicha pena y continuando el secretario la tal resolucion del Gremio la qual sirvirà por descargo de los Mayorales.

Cap. II. — Item que la vigilia de dicha fiesta acabadas las Visperas se junten los prohombres y hermanos de nuestro gremio en Nuestro Oratorio y elijan los Mayorales, clavario, estimadores y obreros en la forma acostumbrada encargando sobre la conciencia de los que intervendran, nombren persona de zelo prudencia y buenas partes, paraque goviernen en la forma devida y tenga toda seguridad la hazienda; y a tal en la elecion se lleven con toda rectitud y mas enteresa, ordenamos y mandamos que ninguno de los hermanos pueda pretender ser

Digitized by Google

mayoral en cabo, segundo o tercero, por ninguno pretexto, bajo pena de una inhabilitacion perpetua de tener officio, y de dies escudos a cadauno de los que eligiessen, que pretenderan, y que los eligidos en Mayorales, estimadores y obreros no se puedan negar de servir en los tales empleos, bajo pena de dies escudos aplicadores dos partes a la Arca, y la tercera parte al nob. y Magnif. Veguer Real o Juez que hara la execucion.

Cap. III. — Item que haviendo servido una vez de Mayoral, o pueda ser elegido otra vez sin que haya passado tres años de Mayoralia servida y haviendo una vez servido de Mayoral segundo, no pueda ser obligado servir otra vez en el mismo empleo de Mayoral segundo sino que voluntariamente quisiesse servir, y en los referidos casos de no haver passado los tres años de la Mayoralia servida, o de haver otra vez servido de Mayoral segundo se puedan resistir y si llegassen a nombrarlo, sin incurzo de la sobredicha pena.

Cap. IV. — Item que el Mayoral en cabo que concluhiesse su Mayoralia sea obligado[s]er clavario en el año imediato concecutivo, y haviendo impedimento de muerte y otramente, eligiran otro de los que hayan estado Mayoral en cabo, mientras haya dado buenas cuentas y no quede deviendo a la Capilla, por que los tales son inabiles por officio alguno, y no pueden ser eligidos los tales deudores o que no hayan dado cuentas, pena de dies escudos a cadauno de los que intevendran en la elecion, pagadora en la forma tal dicha.

Cap. V. — Item que el clavario nuevamente eligido que será el que havrá concluido de ser Mayoral en cabo le entregarà luego la Arca de tres llaves las que tendran una el Mayoral en cabo, otra el segundo y la tercera el clavario, però no se entregarà la llave hasta que de cuentas de la Mayoralia, que havrà concluido de servir y en este interim tendrà la llave el Mayoral tercero, y si passassen los quatro meses del dia de la elecion, sin dar las cuentas, o si dadas quedasse deviendo y no huviesse pagado se le tome la Arca al tal Clavario y passen los mayorales al officio a eligir nuevo Clavario en la forma espressada en el capitulo quarto y al nuevamente eligido se entregarà la Arca y llave.

Cap. VI. — Item que el Clavario el mismo dia que concluhiesse dicho officio y se eligiesse el nuevo Clavario deva de

Digitized by Google

dar cuentas de essa Claveria, bajo pena de quatro escudos y en la mesma pena incurran los Mayorales sino hazen sus instancias, divididora dicha pena como se ha dicho.

Cap. VII. — Item que los Mayorales que hoy son y en adelante seran, tengan obligacion de dar cuentas de sus administraciones cada quatro meses, juntando para cuyo efeto el Gremio, y en caso de renitencia que el Clavario que hoy es, y en adelante será tenga obligacion iuntar el Gremio avisando los prohombres y hermanos los que tengan obligacion de acudir avisados por el dicho Clavario, bajo pena de un escudo, y iuntados manifestará el Clavario de como los mayorales no curaron dar cuentas en los quatro meses fenecidos, y si aquellos no las diessen dentro de quatro dias y enierren en la Arca lo que quedaren deviendo, passe el Gremio a eligir nuevos Mayorales en la forma ya dicha, teniendo la proposicion el Clavario y a esto se imponga la pena de quatro escudos en caso de no efetuar lo dispuesto en el precedente capitulo.

Cap. VIII. — Item que los Mayorales solos en manera alguna puedan disponer del tanto que se ha de gastar en las fiestas y Candelaria, si que ocho dias antes tengan obligacion de juntar el Gremio y manifestar el estado de las Cobranzas, resuelva el Gremio el tanto que se ha de gastar, con esto empero, que la Candelaria no se deje de dar por mas, que sea solamente una señal, y no executandolo en esta forma, no se les abone a los Mayorales gasto alguno.

Cap. VIIII. — Item que a los Mayorales se les abone cada un año dies escudos, es a saber seis al Mayoral en cabo, dos al segundo, y al tercero dos por los gastos tienen en las funciones de todo el año, y assibien se les abone otros sinco escudos al año por salario de los dos Andadores, el uno por villa Nueva y el otro por San Vendres (1).

Cap. X. — Item que a los Mayorales y a cadauno de ellos assi en la capilla o fuera de ella se les trate el respecto devido por todos los hermanos de Nuestro Gremio, pena de quatro escudos o de otra mayor o menor a arbitrio del Juez segun la calidad de la causa.

---

(1) Quartieri di Cagliari.

Digitized by Google

Cap. XI. — Item que ningun verduler o vendedor de hortalicia pierda el respecto o trate mal a los hortelanes, hijos o mossos de estos quando les llevan la hortalicia a vender, o tomar la tornadura o dar cuentas, pena de medio escudo cada vez que se les prueve o otra mayor a arbitrio del Jues. Y por lo mismo los hortelanes, hijos, y Mossos de aquellos no traten mal de palabras ny hobras a los verduleres y en caso de tener controversia entre ellos, deven dar cuenta a los Mayorales o a algunos de ellos, sin que en manera alguna se puedan resistir los verduleros en tornar la hortalicia, que los hortelanes les llevaran o embiaran para vender, bajo la mesma pena y en caso que el reparo del Verduler sea por ser la hortalicia cara y el hortelan no la quiera recebir, el Verdulero admitirà la hortalicia y recurrirà a los Mayorales para que lo remedien.

Cap. XII. — Item que puedan los Mayorales siempre que alguno de los prohombres o hermanos y verduleres tengan alguna diferencia entre ellos y se pierdan el respecto o per algun otro motivo, pretendan haver incurrido en alguna pena de los presentes Capitulos, puedan embiar al tal o tales restados en sus casas o en la del Zepo con la pena de quatro escudos, y a la tal pena tenga obligacion de obedescer rectrotramite, hasta que par el Jues a quien daran cuenta luego adveriguado el hecho decidirà sobre aquel.

Cap. XIII. — Item que ninguno ose, ni presuma tomar puesto de Verduler, mientras no ajustasse primero con los Mayorales la Almonia o sea limosna a que ha de contribuir a la capilla conforme al puesto que pondrà, bajo pena de sinco libras y perder el puesto, y que los hortelanes siempre sean mandados de los Mayorales no llevar o donar hortalicia al tal o tales Verduleros, tengan obligacion de obedescer bajo la mesma pena de sinco libras divididora como arriba se ha dicho.

Cap. XIV. — Item los Verduleros o Vendedores de hortalicia que no sean de los que tienen puesto señalado, paguen a la Capilla la limosna a rason de dies y seis sueldos y quatro Callaresses cada un año.

Cap. XV. — Item por quanto en el Capitulo sexto de las ordinaciones antiguas se tassa la limosna añual de veinte sueldos por cada Molino, y en el Capitulo quinto, à mas de la referida contribucion se obligava a que los jornaleros y Mossos a pagar

Digitized by Google

media Cofradia, y la esperiencia ha mostrado que la limosna de los jornaleros y Mossos de acordio recahia a pagarla los Amos, por que aquellos no querian servir si no con el paccto de no pagar de sus jornadas; ordenan y mandan que la limosna añual que han da pagar los Hortelanes y los que tienen parte en la Huerta, assi de Molino como de Seco de esta Ciudad y sus apendicios, sea medio escudo cada un año, sin obligacion de pagar cosa alguna por los Mossos y Jornaleros, y pagaran tantas añadas à dicha razon de medio escudo lo mas quantos molinos armados tendrà la Huerta: y respecto a las Huertas de fuera lo del distrito de Caller de donde se lleva hortalicia para vender, se observe lo dispuesto en los Capitulos viejos en quanto a la contribucion añual sin alteracion alguna.

(Siguen los Capitulos quinto y sexto que expressa el sobrescrito Capitulo quinze, que se hallan a los folios tercero pag. 2 y quarto pag. 4 de las ordenaciones y constituciones de dicho gremio antiguas que tambien se han traducido de Catelan en lenguage español).

Cap. 5. — Item ordenan que todos los cofadres que tienen huerta o en parte en aquella, sean obligados pagar cada un año, à la cofadria, veinte sueldos y quatro dineros y los jornaleros catorze sueldos y veinte dineros y los hombres de añada dies sueldos y quatro dineros y los que sirven de mossos tres sueldos cada mes y los revendedores dies y seis sueldos, y veinte dineros, y no pagando que sean executados.

Cap. 6. — Item ordenan que todos los subditos cofadres paguen tantas cofadrias quantos Molinos armados tendran y tiraran aqua a sus huertas, y los que tienen huerta de molino que hagan hortalicia a vender en qualquiera Villa del nuestro distrito, aquellos tales paguen assibien veinte sueldos y quatro dineros cadaun año, y los que plantan en las viñas o campos sin molino y venden paguen media cofadria. Y qualquiera persona que estuviesse en los Apendicios y quisiesse haser hortalicia en algun corral que pague sinco sueldos cada un año.

(Siguen los Capitulos nuevos).

Cap. XVI. — Item que ningunó verdulero o Vendedor de Hortalicia aumente el precio que havrà puesto o señalado el dueño de la hortalicia pena de dos escudos cada ves que se le prueve y reincidiendo hasta tres vezes, à mas de la referida pena, sea el tal verdulero privado del officio in perpectum.

Digitized by Google

Cap. XVII. — Item por quanto dedar los Hortelanes lissencia a los verduleros de vender la hortalicia al precio que podran despues de haverla señalada cara, se puede seguir el daño que el pueblo no goze del beneficio de la rebaja, que vulgarmente devian avehar, y al dueño de la hortalia le dan cuenta de haverse vendido a menor precio, ordenan y mandan que los dichos verduleros no puedan usar de dicha lissencia pena de dos escudos, si que la rebaja se haga en publico y señalada en la ropa o Hortalicia; para que en esta forma redunde en beneficio del Pueblo y de los que compraran.

Cap. XVIII. — Item que ningun Hortelan pueda dejar en poder de los verduleros la tornadura o hortalicia que no se ha podido vender, ni los verduleros la puedan tener, pena de un escudo por cada vez que se les prueue, sino que el dueño rebaje el precio, la señale de nuevo.

Cap. XIX. — Item que ningun verdulero se pueda negar en recebir la hortalicia que se les llevarà a vender por los hortolanes, pena de quatro escudos cada vez, y siempre y quando el verdulero reparasse por ser la ropa cara, no queriendola el dueño riducirla a precio competente la deve tomar el verdulero, y recurrir a los Mayorales o alguno de ellos por reduzirla a hazerla entregar al precio competente, conforme de lo de mas sin alboroto.

Cap. XX. — Item que ningun verdulero de los que tenen puesto pueda vender Hortalicia propia o comprada, ny la Huerta a medias, bajo pena de dies escudos cada vez que se les provarà; y en el caso que reincidiessen hasta la de tres vezes, à mas de la referida pena, seran privados perpetuamente del Empleo de verdulero.

Cap. XXI. — Item por quanto en los precedentes capitulos se aumenta el gasto de la Capilla, assien la missa cantada y por cada hermano como y en socorrer a los que vienen en bajo fortuna ultra la contribucion del Real donativo, es precisso que se avanze por los hermanos en la contribucion de las buenas entradas; ordenamos y mandamos que de hoy en adelante los hijos de hortelanos paguen de buena entrada dos escudos si son naturales de la tierra, y si son forasteros dos escudos, y los que entraran de nuevo paguen quatro escudos, declarando que no puedan exercer el empleo de hortelan sin que antes paguen la

Digitized by Google

buena entrada en esta forma y en caso de renitencia puedan los mayorales apremiarlos y penarlos.

Cap. XXII. — Item que el dia de obito de alguno des nuestros hermanos que pagado haya la cofradia todos los años si hora sera o el dia imediato siguiente, o al de la noticia si muriesse fuera de esta ciutad, los Mayorales que hoy son y en adelante seran tengan obligacion hazerle celebrar una missa de requiem cantada en la nuestra Capilla, pagandose la limosna de la Arca de tres llaves y tanto en esta funcion como en las demas que se hara avisando los hermanos, nuestro Gremio tenga obligacion de acudir a la hora y paraje que se les señalerà bajo pena de una libra de sera por cada vez.

Cap. XXIII. — Item por quanto es justo que el estandarte del Gremio se haga con el mayor lussimiento, y accompañamiento, ordenamos y mandamos que todos los hermanos que seran avisados tengan obligacion de acudir al parage de donde saldrà pena de un escudo cada vez que dejaran de assistir no teniendo causa legitima o concedida del Gremio, y junta como se ha dicho divididora en la forma referida.

Cap. XXIV. — Item que haviendo algun hermano enfermo los mayorales tengan obligacion avissar dos hermanos acudiendo para velar, los tales avisados, tengan obligacion de assistir, bajo dicha señalada pena de un escudo sin admitirle causa, pues en caso de tenerlo, lo podrà impedir embiando otro por su parte, y en caso de muerte del tal hermano o de qualquier otro en casa de este o que sea de la muger de hermano siendo empero viuda, tengan los Mayorales obligacion de avisar el officio para accompañar el cadaver a la ecclesiastica sepultura, y los hermanos por esse effecto avisados tengan obligacion de assistir bajo pena de una libra de sera.

Cap. XXV. — Item siempre y quando alguno de los Señores hermanos que haya acostumbrado pagar la Capilla o cofradia anual, viniesse a bajo fortuna y no pudiesse sustentarse decentamente, los mayorales tengan obligacion de sublevarlo al tal hermano pobre y encomendarlo à alguno de los hermanos que mejor les parecera, socorriendolo de la Arca de tres llaves con una limosna cada mes, a conocimiento de los mayorales y prohombres.

Cap. XXVI. — Item que ninguno de los hermanos alborote

Digitized by Google

las Yuntas o congregaciones, bajo pena de una libra de sera o alguna otra mayor à arbitrio del Juez, segun la calidad del alboroto, y bajo la mesma pena ninguno de los hermanos ose ny presuma responder o interrumpir la propuesta de los Mayorales ny al que estara votando, si que cadauno se siente y vote en el lugar y quando le tocarà.

Cap. XXVII. — Item que en el caso que qualquiera de los hermanos que haya pagado la buena entrada, estè tres años consecutivos sin pagar la cofadria, el tal no sea mas empleado en oficio ny se le dè la assistencia ya dispuesta en enfermedad y entierro, bajo pena de quatro escudos a los mayorales que controvendran y si el tal hermano quissiese otro vez exercer el empleo de hortelan, tenga obligacion de pagar dos escudos de la buena entrada.

Cap. XXVIII. — Item que ninguno de los hermanos que quede deviendo a la Capilla o no haya dado cuentas y reste difinido, no pueda ser eligido en Mayoral, Clavario ni estimador, pena de dies escudos a los Mayorales que lo eligiran.

Cap. XXIX. — Item que ningun hortelan pueda hazer estime de huertas, pena de sinco libras, y que los estimes se devan hazer por los estimadores nombrados por la capilla y no por combidados, y en caso que las partes no se adveniessen al estime hecho por los estimadores, podran hazer nuevo estime con otros hortelanes à satisfacion de las partes mientras el primer estime sea hecho por los dichos estimadores y dada la rellacion al Secretario del Gremio.

Cap. XXX. — Item por quanto sobre tomar las Ondas quando llueve suele haver confussiones y es justo evitarlas; ordenamos y mandamos que ningun hortelan o dueño de possecion pueda atraversar el camino para recozer la onda hasta su possecion o huerta, pena de dies escudos divididora como ya se ha dicho; y la tercera parte al que harà la instancia; y que solamente pueda tener el hortelan o dueño de la possecion la cora abierta; de forma que pueda entrar la agua sin empero impedir el curzo de las ondas, a tal en essa forma participar todos los que tienen posseciones, sin que alcuno goze exempcion por dejar de incurrir en la dicha pena ny los Mayorales la puedan perdonar, dissimular ny dispenzar, pena de quatro escudos divididoras como se ha dicho.

Digitized by Google

Cap. XXXI. — Item que ninguno de nuestros hermanos hortelanes sean o verduleros pueda admitir en sus huertas o Bodega mossos de año, ni ombre de jornada sin preceder permisso del amo a quien servia antes, pena de un escudo, y pagar todo lo que el tal Mosso o jornalero quedare deviendo al amo primitivo dueño o salario anticipado y siempre y quando se le provasse al tal hortelan o verdulero que huviesse sacado vulgo scozolado al tal mosso o hombre de jornada incurra en la pena de dos escudos, o en otra mayor a arbitrio del Jues y en ambos casos de escozolamiento o de amitir mossos o jornaleros de Hortelano sin preceder permisso del tal a quien antes servia el tal mosso o jornalero, no pueda servir a quien lo haurà assi escozolado o preste permisso a tal en esta forma se evitan muchos abusos que hasta agora se han praticado de que se han seguido varias discordias.

Cap. XXXII. — Item los verduleros que tienen puesto tengan obligacion de tener Mossos para embiar ô vender la hortalicia por las calles, y tanto los Mossos de Verduleros de los Hortelanes o hijos de aquellos que assi venden por las calles no tengan obligacion de pagar cosa alguna de Cofadria, y no teniendo los verduleros Mossos en la forma referida, no tengan los Hortelanes obligacion de abonar les tornadura, si que deveran los verduleros pagar por entero la hortalicia que se les haura llevado los Hortelanes.

Cap. XXXIII. — Item que los mayorales que hoy son y en adelante seran, no se les abone la vela que hauran dado al hermano que no haura pagado la Cofadria por quanto tiene obligacion de pagarla, antes de distribuir la Candelaria entendiendose que todas y cadauna de las penas en los precedentes capitulos impuestas en caso de incurrir en ellas o en alguna de ellas, se han de repartir en la forma referida, es a saber la tercera parte al Nob. y Magnifico Veguer Real o Jues que harà la execucion, las dos partes àla Arca de la Capilla.

Die 20 Aprilis 1721. Calari.

Visa schedula die praesenti oblata per Mayorales Colligii Hortelanorum istius civitatis cum qua per eos exstitit petitum et instatum confirmari debere quedam capitula per eos effor-

Digitized by Google

mata, cum interventu prohominum et Magistrorum dicti collegii die 30 mensis Martij labentis anni congregatorum in horatorio sive sacello constructo in ecclesia SS.me Trinitatis extra muros istius civitatis sub invocacione SS.me Deiparae del Port et Sancti Isidori que capitula in asservo summam capiunt triginta trium. Visis et recte perpensis omnibus dictis capitulis tam noviter additis, quam antiquitus confectis ab anno 1634 cum ex eorum inspectione clare et perspique uniatur omnia illa triginta tria Capitula directe et simpliciter tendentiam habere ad bonum publicum et ad rectum regimine dicti collegii ac utilitatem eiusdem dubitandum non est quod per suam Excellentissimam ac Regiam Audientiam confirmari debere prenarrata capitula.

Idcirco et alias conclusionem in R. A. Sumptam insegdo pronuntiamus et declaramus confirmanda fore, et esse prout cum presenti confirmamus iuxta suorum seriem et thenorem.

Vidit Brayda Señ. - Vidit Maynus. - Vidit Fedriany.

Seguono le confermazioni, autenticazioni, etc.

Digitized by Google

LA COMMEMORAZIONE CENTENARIA

DI

STEFANO ANTONIO MORCELLI

Suo significato e suoi insegnamenti

Discorso di ETTORE STAMPINI, Socio nazionale residente (*)

Fra i *Pensieri* di Giacomo Leopardi uno ve n'ha (1) che più specialmente oggi mi ricorre alla mente, e che ha stretta relazione con la solennità che è qui celebrata. " Bella ed ama- " bile illusione „, dice il grande Recanatese, " è quella per la " quale i dì anniversari di un avvenimento, che per verità non " ha a fare con essi più che con qualunque altro dì dell'anno, " paiono avere con quello un'attenenza particolare, e che quasi " un'ombra del passato risorga e ritorni sempre in quei giorni, " e ci sia davanti: onde è medicato in parte il tristo pensiero " dell'annullamento di ciò che fu, e sollevato il dolore di molte " perdite, parendo che quelle ricorrenze facciano che ciò che è " passato, e che più non torna, non sia spento nè perduto del " tutto „. Ora ciò che il Leopardi osserva degli anniversari, perfettamente s'attaglia a quelle più solenni ricorrenze che si festeggiano, che si solennizzano al chiudersi di uno o più secoli dalla data di avvenimenti di eccezionale importanza, di una

---

(*) Letto in Chiari a' dì 17 agosto del 1921.

(1) È il XIII. Cito dalla ediz. delle *Prose originali* di Giacomo Leopardi a cura di Giovanni Mestica (Firenze, 1890), p. 498 sg.

Digitized by Google

importanza che non tocca un individuo soltanto, una famiglia, più famiglie, ma o tutta una città o tutta una gente, la quale, risalendo il cammino fatto nel tempo attraverso una moltitudine di avvenimenti più o meno gravi, più o meno memorabili, attraverso una folla di figure umane per sempre scomparse, che lasciarono di sè orme più o meno superficiali o più o meno profonde, si arresta davanti ad un certo fatto o ad un certo complesso di fatti, davanti ad un certo uomo o gruppo di uomini, che, pur alla distanza di lunga serie d'anni, parlano ad essa, alla sua mente, al suo cuore con maggiore insistenza, con veemenza più gagliarda. E parlano tempestivamente, prima ancora che quel secolo si maturi e si compia, ridestando ricordi lieti o dolorosi, ravvivando interessi tramontati, toccandone altri sussistenti ancora o accennanti a risorgere; sì che la nuova generazione, benchè lontana da que' fatti e da quegli uomini, si sente invitata, spinta, stimolata a fermarci sopra il suo pensiero, a raccogliere le sparse memorie che ad essi la rimenano, a cercare documenti che li mettano o li rimettano nel dovuto rilievo, nella debita importanza, a correggere, a rettificare, a completare notizie o false o inesatte o monche, a rintracciare dati più precisi, più sicuri intorno ad un soggetto o a più soggetti particolari, a rivendicare meriti disconosciuti, o ad attenuare oppure anche distruggere immeritati onori e fame usurpate; insomma avvien che si assista all'interessante, al commovente e quanto mai istruttivo spettacolo di una parte dell'umanità, la quale, man mano che s'avvicina quell'anno del secolo o dei secoli più solenne e memorando, con fervore sempre crescente di pensieri e di opere si adopera perchè tale anno segni nel modo più bello, più degno, più grandioso, il risveglio, la risurrezione di figure storiche integrate di ciò che loro mancava nel nostro ricordo, depurate — mi si passi l'espressione — di ciò che loro era stato attribuito men rettamente, ristabilite insomma nella realtà loro, in quella realtà che ben sappiamo quante volte sia stata deformata, o verso il bene o verso il male, dalle passioni, dagli interessi, dalle simpatie o antipatie umane, che il tempo bensì a poco a poco suole disperdere, ma di cui alcune tracce quasi sempre permangono, soventi volte gravemente sconciando l'effettiva verità della storia.

Si comprende pertanto agevolmente come in quest'anno, ac-

Digitized by Google

canto ai grandissimi centenari, quale è il sesto del massimo poeta della umanità, quale è il settimo del *santo atleta*, che

" per sapienza in terra fue
di cherubica luce uno splendore „ (1),

e quale è il primo del maggior capitano dell'età moderna, anche altre ricorrenze centenarie si voglian con solennità celebrare, che sono dedicate a figure storiche sicuramente meno sfolgoranti, ma che pur sempre emergono, spiccano, eccellono sopra l'infinito numero delle mediocrità inesorabilmente sepolte nell'oblio, e vengono per tal guisa a ricevere come una novella consacrazione di affetto, di ammirazione, di riconoscenza, dagli eredi di coloro in mezzo a cui sono vissuti e in mezzo a cui hanno lasciato indelebili vestigi di bene. E si spiega, anzi appare giusto, dirò persino doveroso, che l'industre Chiari, che ha così buon nome, così bella riputazione anche nel campo degli alti studi, in tanto onore tenga il più grande de' suoi figli, quello Stefano Antonio Morcelli (2), che fu uomo *divino ingenio moribus angelicis*, come dice il distico di Paolo Bedoschi nella iscrizione incisa sul monumento sepolcrale di lui; che fu uomo, come suonano le parole di Alberto Bazzoni (3), veramente " monumentale, e come letterato, e come ecclesiastico, e come cittadino „.

Ma qui devo esprimere un mio convincimento. Non v'ha dubbio che, proprio nel corrente anno, in cui un nuovo secolo principia dalla scomparsa dell'immortale Chiarese, coincidendo parecchie celebrazioni centenarie, e non dei soli grandissimi che ho menzionato, sì bene di altri minori astri del pensiero e dell'azione, le menti sono per necessità distratte in più direzioni, e, in ogni caso, più particolarmente attirate dalla universale esaltazione dantesca, avvenimento questo che par fatto espres-

(1) Dante, *Parad.* XI, 38 sg.

(2) Originario di Bormio, il Morcelli nacque in Chiari il 17 gennaio del 1737, e vi morì la sera del 1° gennaio 1821, pochi giorni prima di compiere il suo 84° anno d'età.

(3) Nel suo elogio funebre stampato a Chiari nel 1828. Le parole citate sono anche ricordate da Ferdinando Cavalli nelle notizie biografiche del Morcelli, stampate nella *Biografia degli Italiani illustri nelle scienze, lettere ed arti del secolo XVIII e de' contemporanei* ... pubblicata per cura di Emilio De Tipaldo, vol. X (Venezia, 1845), p. 119.

Digitized by Google

samente per gettare nell'ombra ogni altra solennità della scienza e delle lettere; ciò non pertanto, qualora l'iniziativa qui presa della commemorazione Morcelliana fosse stata portata a più larga conoscenza del pubblico italiano, si deve tener per fermo che il Morcelli sarebbe stato in modo degno e solenne ricordato e magnificato non unicamente entro la cerchia della terra di Chiari, ma ben anco in qualche altra città italiana, almeno nell'orbita dei cultori de' classici studi e delle dottrine filologiche, archeologiche, antiquarie, storiche e teologiche. Perchè — è bene proclamarlo altamente — il Morcelli non è una semplice gloria locale, una semplice gloria di piccola cittadina di provincia; ma è vera, fulgente, purissima gloria d'Italia.

Si pensi alla commozione che la sua morte causò in ogni terra ove il sì suona e che ebbe larghissima eco ne' paesi civili più remoti al di là delle Alpi e dei mari italici, paesi dove le sue pubblicazioni erano cercate, lette, studiate, ammirate; dove i suoi scritti avevano mantenuto alto l'onore del sapere italiano, proprio quando più triste e doloroso si ribadiva il servaggio della Patria, e l'Italia non si considerava più altrimenti che come un'espressione geografica. Si pensi anche soltanto a quella magnifica straordinaria opera *De stilo inscriptionum latinarum*, che fu — lo dirò con le parole di un altro suo biografo, Benedetto Del Bene (1) — " accolta con ammirazione e con en- " tusiasmo non solo dall'Italia ma da tutta l'Europa letterata, " che nel Morcelli riconobbe il gran maestro dell'arte, il legi- " slatore, il sovrano cui nessun altro quanto si voglia dotto o " confidato nel proprio valore potrà mai senza una temerità " sconsigliata contenderne il trono „: si pensi, per allegare unicamente autorità italiane, agli elogi incondizionati che quell'opera ebbe dai nostri maggiori archeologi, antiquari, filologi e latinisti del tempo, dal Marini, dal Visconti, dal Lanzi, dal Labus, da quel Filippo Schiassi, il quale, in una solenne orazione, detta all'Università di Bologna il 3 di luglio del 1821, affermava di quei libri, che chi per poco li avesse svolti, doveva sentirsi costretto a confessare *nihil iis in eo genere doctius, nihil elegantius neque excogitatum antea fuisse, neque perfici unquam*

(1) Riferite dal Cavalli nella *Biografia degli Italiani* cit., vol. cit., p. 107.

Digitized by Google

posse (1). Anzi quella orazione dello Schiassi, che fu veramente pronunciata in occasione del conferimento di alcune lauree *iuris sacri et civilis,* è tutto un inno — in realtà non vi mancano neppure i versi latini garbati ed eleganti — ad esaltamento del Morcelli, è tutta una affermazione straordinaria della insigne grandezza del defunto Chiarese, alla presenza dei colleghi del dottissimo Ateneo; e dico straordinaria, in quanto che magnificava bensì i meriti di tutta una vita nobilmente e incredibilmente operosa e benefica, ma deviava dalla antica consuetudine, la quale siffatto singolare onore riserbava a coloro solamente che fossero stati *adlecti* " *inter Doctores Bononienses* „ (2). Il Morcelli tale non era; ma tanta era stata la vastità della sua dottrina e l'eccellenza delle sue opere, sopra ogni altra, a giudizio dello Schiassi, pure adattissime *ad erudiendam iuventutem*, che avrebbe potuto essere — così pensava il professore bolognese — argomento di meraviglia, e forse ancora di rimprovero, il rimanersi muti a riguardo di sì grande uomo che scompariva dal mondo.

Questo astro adunque che levossi da Chiari, e che, brillante di luce ognor più fulgida, dopo aver percorso un lungo cammino in altri cieli di plaghe lontane, venne di nuovo e definitivamente a fermarsi sull'orizzonte del suolo natio, per diffondere sopra di esso tutti i suoi raggi calorosi e fecondi nella loro limpidezza immacolata, e per colmarlo d'ogni più rara benedizione. era ben giusto che fosse oggetto di specialissima venerazione, direi quasi di specialissimo culto, e perciò di specialissima ricordazione in questa città: ma, quale astro di non comune risplendenza, ben a ragione poteva aspettarsi, com'io testè accennava, che suscitasse anche altrove, in Italia, largo e schietto consenso di ricordo e di omaggio, e che la multiforme opera sua fosse più latamente riesaminata, con quella ampiezza di vedute, con quella serenità di spirito e quella imparzialità e indipendenza di giudizio che non devono mai separarsi dalla necessaria competenza scientifica e letteraria. Che se pure tutta quanta la sua vita avesse il Morcelli passata in Chiari, non

(1) Cfr. il *Lexicon epigraphicum Morcellianum*, vol. I, p. VII (Bologna, 1835).
(2) Pag. VI.

Digitized by Google

per questo potrebbe l'Italia contemporanea mostrare verso di lui sentimenti differenti da quelli che gl'Italiani ebbero, lui vivente, lui di fresco disceso nel sepolcro. La sua biografia ci trasporta, invece, parecchie volte lungi dalla dimora di Chiari, e ci presenta il Morcelli che spiega la sua attività miracolosa di scienziato, di letterato, di maestro, di sacerdote, in altre sedi, che sono sedi italiane.

Fu notato, fra altri, da Ferdinando Cavalli (1), che la gloria letteraria del Morcelli ebbe principio in Fermo, dove da Ragusa era passato nel 1765 — aveva allora 28 anni — quale insegnante di retorica. Precisamente il 22 agosto dell'anno seguente, per opera di lui, tennesi in Fermo quell'accademia, ossia quel saggio degli studi compiuti nell'anno da' suoi discepoli, che egli compendiò in un brevissimo opuscolo, dettato in elegante latino, col titolo *Agon Firmanus* (2), opuscolo col quale appunto comincia la serie di quelle fra le opere del Morcelli che furono date alle stampe durante la sua vita (3). Già dall'opuscolo stesso (4) si poteva rilevare che il Morcelli aveva impartito in Fermo istituzioni *De stilo lapidario veterum*, onde era lecito inferire che in Fermo fosse venuta al Morcelli la primissima idea del grande capolavoro *De stilo inscriptionum*, che più tardi doveva elevarlo a tanta rinomanza. Ma ogni dubbio, se dubbio era possibile a chi conoscesse l'*Agon Firmanus*, dovè dileguarsi, allorchè, nel marzo del 1835, nelle mani di Giuseppe Fracassetti pervenne un manoscritto del Morcelli, trovato fra le carte del Marchese Niccola Morici, già scolaro del Morcelli, contenente un *Inscriptionum latinarum commentarium* diviso in tre libri, che, nonostante le molte e considerevoli differenze, appare veramente, come notava il Fracassetti in una sua lettera illustrativa stampata nel *Giornale Arcadico* (5), quale un " primo sbozzo „ det-

(1) Nella *Biografia degli Italiani* cit., vol. cit., p. 103.

(2) *Agon Firmanus apud Collegium Soc. Jes. Anno M·D·CC·LXVI.* Puoi leggerlo a pp. 415-422 del Tomo IV di *Memorie di religione, di morale e di letteratura* (Modena, 1823), dopo la dissertazione, pure del Morcelli, *Delle lettere e delle arti degl'Italiani avanti la fondazione di Roma* (pp. 403-414).

(3) Vedine l'elenco nella recente pubblicazione di D. Luigi Rivetti *Stefano Antonio Morcelli. Note biografiche 1737-1821* (Brescia, 1920), p. 57 sg.

(4) Cfr., di fatto, la pag. 416, ove si indica la materia con *Stil. Lap. Vet.*

(5) Tomo LXIII. Aprile, Maggio, e Giugno 1834 e 1835, pp. 205-210.

Digitized by Google

tato dal Morcelli a' suoi discepoli nel 1766, in cui si può " vedervi dentro quasi in germe ed in embrione l'opera che pochi anni appresso ei donò alla repubblica letteraria „ (1). E agevolmente s'intende quanto si compiacesse il Fracassetti di essere venuto in possesso di quel tesoro, come lo chiamava. " Ma e' non mi basta di possederlo: „ — scriveva egli a monsignor Muzzarelli, cui quella lettera è diretta (2) — " mi piace che " altri lo sappia, e non già ad onor mio (chè per altrui genero- " sità, e senza merito alcuno ne feci l'acquisto), ma per onore " di questa mia patria, che sè vantavasi d'avere avuto un giorno " il Morcelli maestro di rettorica nelle sue scuole, ben può " cred'io andar orgogliosa che fra le sue mura nascesse in quel " sommo il primo concetto e l'archetipa idea dell'opera che lo " ha fatto per tutta Europa immortale. Di questo adunque io " la prego che le piaccia far noto ai suoi amici, le prime isti- " tuzioni dell'arte epigrafica essersi dal Morcelli dettate in " Fermo, e conservarsi tuttora il trattato ch'ei ne insegnava " agli scolari „ (3).

Non risponde pertanto interamente al vero, quando si voglia risalire alla concezione primigenia dell'opera, ciò che scrisse Giuseppe Baraldi (4), ed anche recentemente ripetè nella sua

---

(1) Pag. 208. — Non sarà discaro ch'io qui riproduca " la breve ma elegantissima prefazione scritta subito dopo il frontespizio „ del *Commentarium*: " Instituenti mihi, adolescentes, componere inscriptiones latinas, ex eisque libellum vobis non inutilem conficere optanti, ita semper inopia librorum est adversata, ut diei consilium hoc meum ad commodiora tempora esse differendum existimarim. Sed tamen quum et vos singuli cupidius instaretis, et egomet vestrae utilitati, quoquomodo possem, servire vellem; malui demum earum exempla vobis nonnulla, quam omnino nulla, exhibere. Inscriptionum autem paucitatem longior commentarius compensabit: idemque cum ad caeteras antiquas, si libuerit, cognoscendas, tum etiam ad novas, si opus erit, conficiendas aliquam vobis facultatem suppeditabit. Itaque carpite nunc flosculos, et delibate istos: licebit, credo, aliquando ex his angustiis excurrere, et in ingenti immensoque campo vagari libere. „ (Pag. 206 sg.)

(2) La lettera è del 27 marzo 1835. Monsignor Carlo Emanuele Muzzarelli, uditore della sacra romana rota, la pubblicò appunto per istanza del Fracassetti.

(3) Pag. 210.

(4) *Notizia biografica di Stefano Antonio Morcelli dedicata al Reverendissimo Signore Don Paolo Bedoschi Prevosto di Chiari* (Modena, 1825). p. 12.

Digitized by Google

pregevole monografia il reverendo operoso e benemerito bibliotecario della Morcelliana Don Luigi Rivetti (1), che l'opera *De stilo inscriptionum* sia stata concepita nel periodo di tempo che il Morcelli passò in Chiari immediatamente dopo la soppressione della Compagnia di Gesù. Che se il Morcelli stesso lasciò scritto, bensì, che *initium operi fuit sub exitum anni M·DCC·LXXIII* (2), qualche linea dopo, con maggiore determinatezza, soggiunge: *opusculum hoc jamdium excogitatum, quod semper occupatione impeditus distuleram, ordiendum mihi perficiendumque esse duxi.* Quel *jamdiu excogitatum*, che è in così perfetta armonia con l'*Agon Firmanus* e col *Commentarium* illustrato dal Fracassetti, è dunque una riprova che una parte spetta a Fermo nella gloria che sull'Italia nostra ha proiettato il magistrale lavoro del Morcelli, lavoro che vide la luce in Roma nel 1781 per la prima volta in un unico volume dedicato al Principe Carlo Albani con un magnifico sermone latino di tipo prettamente oraziano, il quale fu più tardi ristampato insieme con quegli altri squisiti sermoni che in due libri, nove per libro, apparvero nel 1784 sotto il titolo *Sermonum libri II.*

Ho a disegno menzionato Roma. Ivi il Morcelli, fatta il 2 del febbraio del 1771 la solenne professione dei quattro voti davanti al preposto generale della Compagnia di Gesù, era stato innalzato all'insegnamento della retorica nella Università del Collegio Romano ed, in pari tempo, alla prefettura del museo fondato da quel padre gesuita Atanasio Kircher di Geisa, presso Fulda, il quale, dopo avere insegnato a Würzbug, era passato a Roma, e precisamente nello stesso Collegio Romano, in qualità di professore di matematiche. Sappiamo oltracciò che il Morcelli, dopo essere stato, come dianzi s'è fatto cenno, per breve tempo in patria a causa della soppressione della Compagnia di Gesù decretata da Papa Clemente XIV, era nel 1775 ritornato in Roma, dove il Cardinale Alessandro Albani lo aveva assunto subito a bibliotecario della sua libreria, carica questa che il Morcelli conservò dopo la morte del Cardinale, essendogli stato l'ufficio confermato dal già menzionato Principe Carlo Albani.

---

(1) Op. cit., p. 46.

(2) Cfr. la prima ed. (Roma, 1781), p. 603, e il vol. III dell'ediz. seconda (Padova, 1822), p. 228 (= Baraldi. op. cit., p. 12, nota).

Digitized by Google

Ha veramente del prodigioso l'attività scientifica e letteraria che spiegò allora il Morcelli, valendosi dei copiosissimi mezzi di studio e di indagini che il nuovo incarico gli suppeditava; onde fu Roma la città in cui vennero man mano alla luce molte sue opere, fra cui parecchie delle maggiori, come, oltre al già menzionato grande volume *De stilo inscriptionum*, le *Inscriptiones commentariis subiectis*, edite nel 1783, che egli dedicò all'insigne archeologo Monsignor Gaetano Marini con un altro elegantissimo sermone, il quale, al pari di quello indirizzato al Principe Albani, fu inserito nel ricordato volume dei *Sermones*. Nè è da dimenticare qui, pur non volendo io dilungarmi in citazioni, perchè si riferisce al suo soggiorno in Roma, quel grandioso monumento di dottrina, di finezza critica, di arte polemica, di eloquenza lucida e robusta, di commovente entusiasmo per la sua fede, quella miniera di notizie preziosissime, di illustrazioni dottissime, donde nuova luce s'irradiò sulla vita di molti santi e martiri e sopra numerosi e importanti punti della storia della Chiesa in oriente e dello scisma greco, i quali erano tuttora oscuri o incerti o addirittura ignoti, vale a dire il *Kalendarium Ecclesiae Constantinopolitanae*, che si pubblicò nel 1788 in due volumi, nello stesso tempo in cui, parimente pensata, elaborata e condotta a termine in Roma, dai fratelli Coleti di Venezia si stampava un'altra ponderosa opera di lui, quella intitolata *Sancti Gregorii II Pontificis Agrigentinorum libri decem explanationis Ecclesiastae*, edita, alquanto dopo, nel 1791, proprio in quell'anno in cui il Morcelli prese in Chiari il governo della sua parrocchia.

Se non che Roma ci ricorda altro ancora a proposito del nostro Morcelli. Là una villa principesca, monumentale, che era ed è tuttora un vero museo di opere d'arte e di antichità preziosissime e rarissime, museo meritamente celebrato in tutto il mondo, ebbe due volte nel Morcelli il più dotto, il più competente illustratore che si potesse richiedere per farla conoscere in maniera al tutto degna della sua eccezionale importanza. Quanto tesoro di sapere, esposto con una forma limpida e semplice, è in quella *Indicazione antiquaria per la Villa suburbana dell'eccellentissima Casa Albani*, che per la prima volta fu stampata nel 1785, e che poi, dopo le non liete vicende cui fu soggetta quella Villa per la prepotente rapacità dei Francesi, fu

Digitized by Google

" riformata „ — è parola del Morcelli — e ripubblicata nel 1803 in Roma stessa! C'è di più. Roma, che somministrò l'immenso materiale, con cui furono messe insieme quelle meravigliose opere Morcelliane che testè ho nominato, ed altre che m'è forza passar sotto silenzio, apprestò altresì una nuova massa enorme di materiale storico, geografico, archeologico, antiquario, letterario, filologico, per un'impresa che, portata a compimento in Chiari dopo lungo pertinace faticoso lavoro, fu rivelata al mondo dai tre magnifici volumi impressi in Brescia, nel 1816 il primo, e nel 1817 il secondo ed il terzo. Ho fatto uso del verbo rivelare, perchè, se l'opera *De stilo inscriptionum latinarum*, seguìta dalle *Inscriptiones commentariis subiectis*, che ne sono l'integrazione, fu una vera, magnifica, ammiranda rivelazione nel campo della scienza e dell'arte epigrafica, fu non meno preziosa rivelazione, sotto un altro aspetto, questa novella opera, che col titolo *Africa Christiana in tres partes tributa* veniva ad un tratto a colmare, col plauso dei dotti di tutto il mondo, un'immane lacuna che si notava nella storia e nella geografia ecclesiastica, a partire dagli albori della predicazione cristiana in Africa, cioè, per adoperare le parole Morcelliane, *quum ad eam primum Evangelii lux et Christianae Praedicationis salus pervasit* (1), sino al termine del secolo VII, quando la conquista Saracena sostituì nell'Africa il dominio del corano al vangelo di Cristo. E si pensi che quest'opera così grandiosa fu scritta e pubblicata molt'anni prima che la conquista dell'Algeria aprisse ai Francesi, e perciò alla civiltà europea, nuove, larghe, insperate vie per le indagini sull'Africa romana e cristiana; e si pensi che anche dopo il 1830 questo capolavoro ricercatissimo dagli studiosi era divenuto estremamente raro, di sorte che nel 1847 scriveva in Torino Monsignor Antonio Adolfo Dupuch, già primo vescovo di Iulia Cesarea (Algeri), che, in Francia specialmente, non lo si poteva più per qualsiasi prezzo acquistare (2). Il che si verificava nonostante il già enorme materiale ammassato pel fatto di ulteriori numerosissime scoperte; e però il Dupuch, il quale

(1) Vol. I, p. 9.

(2) *Essai sur l'Algérie chrétienne, romaine et française ou Extraits de quelques-uns des sommaires de la traduction de l'*Africa Christiana *de Morcelli annoté et augmenté* (Turin, MDCCCXLVII), p. 5.

Digitized by Google

aveva condotto a termine la traduzione dell'opera Morcelliana, accrescendola e continuandola sino a quell'anno 1847, poteva soggiungere che l'Africa Cristiana del Morcelli, con ciò che il suo traduttore potè e dovè metter di suo, non avrebbe formato meno di cinque volumi in-4° di 600 pagine ciascuno, senza contare le carte geografiche antiche e nuove, le iscrizioni, i disegni, e molt'altri documenti illustrativi (1).

E così — ritornando al primo detto e lasciando da banda la piccola sorella Fermo — da Roma, dalla madre Roma, poteva partire qualche pubblica manifestazione, la quale s'accordasse con l'iniziativa presa dalla città lombarda ove ebbe i natali ed ha il sepolcro quel grande e magnifico signore della latinità, della scienza e dell'arte epigrafica, quel grande illustratore di antichità sacre e profane, quel grande storico della Chiesa, che si chiamò Stefano Antonio Morcelli. Ma, ch'io mi sappia, Roma ha taciuto: intendo dire Roma laica, la quale pure anche oggi non manca di nobilissimi cultori degli studi già onorati dal nome del Morcelli. Io me lo spiego, del resto, e con tutta schiettezza manifesterò il mio sentimento.

Il Morcelli appartenne, e volle sempre con fiera costanza appartenere, alla Compagnia di Gesù. Pertanto io credo di non andare errato, se asserisco che questo fatto ha avuto ed ha un certo peso in quella specie di silenzio che in qualche ambiente avvolge un nome pur così insigne e luminoso. Il centenario di un padre gesuita, chiamisi bensì Morcelli, per molti, anzi per troppi, che non sanno conservare la dovuta obbiettività del giudizio e della valutazione delle figure storiche, anche alla distanza di un secolo, pare che sia una solennità la quale non dovrebbe uscire dai limiti di una celebrazione interna della Compagnia; tutt'al più, di una commemorazione improntata di un carattere strettamente ecclesiastico. D'altra parte — bisogna fare anche questa aggiunta — le varie discipline, in cui tanta celebrità mondiale acquistò il Morcelli, non sono di quelle che interessino, dirò così, il gran pubblico, specialmente, ahimè! l'odierno gran pubblico, senza la cui partecipazione può credersi non abbia sufficiente ragion d'essere una solennità centenaria che non sia

(1) Pag. 6 sg.

Digitized by Google

ristretta, per motivi speciali, ad una singola località. Pur troppo ciò è vero, tanto più dolorosamente vero, in quanto che un concorso di circostanze è venuto in Italia da qualche tempo svalutando appunto quegli studi ne' quali più alto poggiò l'ingegno del Morcelli, ne' quali egli fu veramente sovrano senza contrasti, senza paragoni, perchè, a considerarlo anche solo qual latinista, bisogna riportarci ai più eminenti fra i nostri umanisti per mettergli accanto qualche nome nella gloria della lingua che fu particolarmente sua, giacchè egli ne aveva l'assoluta padronanza, giacchè egli la conosceva e la maneggiava in tutta la sua immensa vastità, giacchè egli l'aveva piegata alla manifestazione del pensiero moderno con una abilità, con una facilità, con una disinvoltura, con una genialità, che non fu raggiunta di poi nè dallo Schiassi, nè dal Boucheron, nè dal Ferrucci, nè dal Vallauri, per fermarmi solo davanti ai nomi più illustri.

Oh la grande, inarrivabile potenza dell'ingegno, dell'arte e della scienza Morcelliana! Il Morcelli ha mostrato inconfutabilmente al mondo che la lingua latina non è una lingua morta. È una bestemmia questa, che si ripete troppo spesso, a propria discolpa, dai pigri, dagli ignoranti, dagli inetti! Si leggano i libri del Morcelli, ma precipuamente le sue iscrizioni, e si toccherà con mano quanto sia falsa cotale affermazione. Si vedrà come egli, possedendo intera, assolutamente intera, la conoscenza del latino in tutto il suo sviluppo storico, con un'abilità, che pochissimi ebbero uguale prima di lui, e dopo di lui nessuno, seppe, pur conservandogli tutte le movenze e gli atteggiamenti dei periodi migliori del suo svolgimento, renderlo suscettibile di significare quante idee, quante cose nuove gli occorreva latinamente esprimere. Si prenda in mano, si svolga, con l'attenzione che merita, quel dotto e laborioso *Lexicon epigraphicum Morcellianum*, di cui andiam debitori allo Schiassi (1); si leggano, si meditino quelle pagine fittissime, lemma per lemma, e si rimarrà stupiti al notare quante scoperte abbia fatto il Morcelli nella lingua latina; dico scoperte, di vocaboli, di frasi, che potevansi in un ben congegnato contesto trarre alla enunciazione di concetti e di cose proprie de' tempi nuovi, vocaboli e frasi

(1) In tre volumi (Bononiae, 1835, 1837, 1838).

Digitized by Google

che egli solo aveva scoperto — insisto sulla parola — come non fossero già fossili di un gran corpo da lunga pezza disceso negli ipogei della storia, ma fossero tuttora palpitanti di vita, membri di un organismo potente, vivo e vitale, capace sempre di rappresentare nel modo più acconcio, preciso, efficace, decoroso e solenne le concezioni più svariate della civiltà moderna.

Ma questo perfetto adattamento della lingua latina alla significazione del pensiero e del sentimento odierno si ammira non soltanto nelle epigrafi e nella prosa ordinaria del Morcelli, bensì ancora nel verso, il quale ei sapeva impiegare con un così sicuro dominio dei più disparati metri, che ci colpisce non solo d'ammirazione, ma quasi di meraviglia, movendosi sempremai agile, franco, garbato, elegante, sia che si valga del distico elegiaco, di cui è maestro fra i maestri, sia che, come nell'*Agapea*, dal distico elegiaco e dall'endecasillabo falecio catulliano, cui ha dato cotanta grazia e vita, trapassi alla composizione distica del gliconeo con l'asclepiadeo, o s'innalzi alla sublimità della strofe alcaica oraziana; ovvero, come fa nella ΜΙΧΑΗΛΕΙΑ — la quale, al pari dell'*Agapea*, potrebbesi appellare, per la forma, un vero gioiello di satura menippea o varroniana —, discenda dall'altezza delle strofe tetrastiche asclepiadee ai piani e tranquilli senarii giambici, intercalando inoltre ad un'aurea prosa ora il distico, ora i faleci, ora brevi epigrafi di squisitissima fattura. Insomma, sia che il Morcelli esponga il suo pensiero originale in prosa od in versi, sia che traduca dal greco, o dia vita ad un'iscrizione, egli fu indiscutibilmente non solo il principe degli epigrafisti (1), ma anche dei latinisti del suo tempo e di quello che dalla sua morte si prolunga sino ai dì nostri, ne' quali, ahimè! in così poco pregio è quella lingua che — vergogna per noi! — è così coltivata ed onorata da Tedeschi, da Inglesi, da Americani. Triste sorte! Sono proprio le genti latine quelle che

(1) Non fu di questo parere Michele Ferrucci nei confronti col Boucheron e con lo Schiassi, scrivendo, p. e.: " si quaerimus quis unus inter tres illos in epigraphicis ellogiis pangendis emineat, palmam Schiassio dandam esse omnes facile consentient. „ Cfr. l'opuscolo del Ferrucci *Stefano Ant. Morcelli Filippo Schiassi e Carlo Boucheron epigrafisti* stampato per la prima volta a Pisa nel 1876 e ristampato e corredato di note biografiche per cura di Carlo fu Gius. Ronchetti (Aosta, 1907), p. 8.

Digitized by Google

fanno maggior guerra al latino; ed in tale guerra ci segnaliamo anche noi Italiani, che abbiamo tolto la nostra antichissima e gloriosa lingua da quell'altissimo posto che ancor qualche decennio addietro occupava nello insegnamento secondario; che abbiamo, quasi si trattasse di esercizio indegno e pernicioso, abolito l'esercizio del comporre in lingua latina; che abbiamo proibiti, come esercitazioni vacue, malsane e ridicole, i saggi di versificazione latina, i quali conferivano a sviluppare negli spiriti de' giovani anche quel sentimento del ritmo che tanta azione formativa ed educativa esercita sulle menti degli alunni; noi Italiani, che abbiamo persino dato il bando alle versioni dall'italiano in latino nel così detto Liceo moderno, che è la negazione, anzi la rovina di quegli studi liceali ne' quali furono istruiti e col sussidio de' quali furono educati ad alto sentire e ad alto operare coloro che fecero l'Italia, e che, se non riuscirono a fare anche gl'Italiani, ebbero ad ogni modo il merito di averci data una Patria.

Qui, per altro, mi occorre di dare un chiarimento. In tutta la sterminata produzione del lavoro mentale del Morcelli è mestieri distinguere nettamente ciò che è scienza e ciò che è arte. Nel campo scientifico, specialmente in età di fervida attività, di ricerche, d'indagini intense e febbrili, anche le più segnalate scoperte, perchè susseguite da altre che spingono sempre più lontano il progresso del sapere, a poco a poco finiscon per essere, non dico obliate, ma gettate nell'ombra, menzionate solo di tratto in tratto dagli storici della scienza, i quali rimontano da una scoperta, da un trovato, da un'invenzione ad un'altra sino al punto in cui s'incontra quel gran fatto da cui s'è sprigionata la nuova luce, da cui ha il suo reale inizio quella data disciplina o quel dato ramo di dottrina. Ciò, ad esempio, per citare una sola opera Morcelliana, è avvenuto dell'*Africa Christiana*. È talmente vasto, è talmente immenso il lavoro d'indagine che s'è compiuto in questo campo dopo il Morcelli, è talmente numerosa — dirò così — la bibliografia dell'Africa cristiana sotto ogni aspetto, storico, geografico, archeologico, epigrafico, religioso, linguistico, letterario, che tutta la mirabile opera del nostro Chiarese, nella ingentissima quantità di notizie che mise in luce, diviene quasi piccina, se posta accanto all'enorme materiale novellamente raccolto e illustrato da quanti,

Digitized by Google

partendo dai risultati del suo lavoro, procedettero ad ulteriori indagini, ad ulteriori trovamenti, da cui altri e poi altri ancora pigliarono le mosse, per consegnare, a lor volta, ad altri, *quasi cursores,* la lampada delle ricerche africane. È dell'*Africa Christiana* quello stesso che si può asseverare della dottrina della elettricità in relazione coi reperti di Luigi Galvani, di Alessandro Volta e di Humphrey Davy; è quello stesso che si verifica della chimica, se si confronti il suo stato attuale con l'opera di Antonio Lorenzo Lavoisier, e della fisiologia, se risaliamo al suo fondatore, allo scopritore della circolazione del sangue, William Harvey. E nella vastissima scienza delle antichità, che cosa sono ora, se ci volgiamo alla epigrafia, le collezioni del Grutero, del Muratori, del Maffei, di fronte all'attuale *Corpus inscriptionum latinarum*? Così non hanno più l'intero antico loro valore le dottissime ricerche Morcelliane d'antichità romane, sull'agone capitolino, sulla bulla aurea dei fanciulli, sullo scrivere degli antichi, sui littori dei magistrati, sull'apoteosi degli imperatori, sulle tessere degli spettacoli, sulle monete, e via dicendo, in paragone di ciò che su tali argomenti ora si possiede come frutto di successivi numerosi studi. Eppure ben notava lo Schiassi, nella sua lodata orazione, riportando il giudizio di un altro insigne ammiratore del Morcelli, Angelo Fabbroni, che il Morcelli, oltrechè *universam prope antiquitatis doctrinam illustravisse putandus est,* nel campo delle antichità romane propose *explicationes pereruditas, ingeniosasque, ac saepe* — ciò che è di grandissimo momento — *etiam nondum ab aliis prolatas* (1).

Ben diversa, all'incontro, corre la cosa, quando entriamo nel dominio dell'arte. La scienza invecchia, o, per dir più esattamente, l'opera scientifica invecchia; ma l'arte, la grande arte non invecchia mai; e sol che noi ci mettiamo in grado di comprendere, di sentire, di apprezzare appieno gli elementi formali dell'opera artistica — intendo alludere qui precipuamente all'opera artistica letteraria, a cui la lingua fornisce gli elementi formali —, non v'è tempo che valga a farne avvizzire la perenne giovinezza, a cancellarne o scemarne la indefettibile potenza emotiva. Vuoi che ci poniamo davanti alla mole maestosa

(1) Op. cit., p. VII.

Digitized by Google

del tempio di Posidone in Pesto o al San Marco di Venezia, al Pantheon oppure al San Pietro di Roma, al Sant'Ambrogio ovvero al Duomo di Milano, i nostri occhi contemplano bensì edifizi architettonici diversissimi, appartenenti ad età e civiltà fra loro di gran lunga differenti; ma, a parte il maggiore o minor grado di ammirazione, di diletto, che possiamo provare nella contemplazione di quelle fabbriche singolari, sentiam pur sempre, in presenza a ciascuna, una emozione estetica, un'emozione la quale si determina esclusivamente quando si è sotto l'impressione della vera opera d'arte. Ed emozione estetica, derivata dalla presenza di un'insigne beltà artistica, avvertiamo in noi, così di fronte alla statua equestre di Marco Aurelio nella piazza Capitolina di Roma, come al cospetto dell'Emanuel Filiberto della piazza San Carlo in Torino; e il gruppo di Laocoonte suscita nell'anima nostra, pur nella mestizia che c'infonde, una compiacenza estetica, un godimento, un'ammirazione simpatica, in sostanza non diversa da quella che entro allo spirito nostro constatiamo, quando ci troviamo nella cappella della Pietà in San Pietro dirimpetto al gruppo scolpito dal giovane Michelangelo.

Certamente la bellezza ha dei gradi in ogni ordine di arte: la personalità dell'artista, l'ispirazione, l'originalità, la genialità, oltre alla natura del soggetto, son tutti elementi da valutarsi, da pesarsi, direi, nell'opera d'arte; ma, checchè se ne dica, il lavoro artistico ritrae la più gran parte del suo pregio e della sua importanza dalla forma che dà corpo all'idea. Quando la concezione artistica obbedisce a nozioni d'ordine, di proporzione, di armonia, di varietà e insieme d'unità, di convenienza, di vita (1), e si esplica in una forma che a queste nozioni, ad una ad una, perfettamente risponde, sì che l'idea s'estrinsechi, in tutti i suoi contorni, netta, precisa, quale fu concepita, senza deformazioni o menomazioni, e nel suo estrinsecarsi ci faccia avvertire entro al nostro spirito quegli stessi sentimenti d'ordine, di proporzione, d'armonia, di varietà, d'unità, di convenienza, di vita, a cui quell'idea s'è subordinata nella mente che l'ha

(1) Mi approprio alcune idee esposte da Eugenio Véron nella sua opera *L'Esthétique* (Parigi, 1878), p. 62.

Digitized by Google

concepita, voi avete quello che si dice beltà, sia che questa beltà artistica concreti una grande, originale idea, sia che, più modestamente, si ristringa alla espressione di pensieri, d'immagini, di sensazioni, di motivi, che facciano parte del comune patrimonio della umanità. Nessun'opera mai, insomma, o grande o piccola, ci apparirà bella, se non desterà in noi siffatta impressione; e tanto più ci si presenterà come bella, quanto più vi scorgeremo armonicamente coesistenti e potentemente contemperati quegli elementi della sensazione estetica.

Tutte queste osservazioni son venuto facendo senza mai distogliere la mente dal nostro Morcelli. Nella scienza l'opera sua è invecchiata bensì, ma è invecchiata nella stessa guisa che è invecchiata l'opera del Galvani, del Volta e di quegli altri spiriti magni che hanno creato nuove discipline; e però, come ad essi fu data gloria d'inventori e novatori, così spetta a lui il merito d'insigne novatore degli studi antiquari, segnatamente degli studi epigrafici, il merito di creatore della scienza dell'Africa cristiana. Ma la sua arte, la sua arte latina è sempre giovane, fresca d'immortale bellezza. È lontana da me l'intenzione di render maggiori i meriti di Morcelli poeta latino. Come poeta, non intendo innalzarlo ad una rilevante altezza, se tengo l'occhio intento alla concezione poetica; ma chi abbia soltanto percorso, oltre ai *Sermones,* oltre all'*Agapea* e alla ΜΙΧΑΗΛΕΙΑ, quel soavissimo volume intitolato *Electorum libri II.* che Andrea Andrei nel 1814 coi tipi del Bettoni in Brescia *edendos curavit eruditioni epheborum Lycii Clarensis,* oh! quanti altri carmi del Morcelli vi avrà trovato, per eleganza di stile, limpidezza, nobiltà, decoro, dignità di pensieri e sentimenti, per meravigliosa padronanza della lingua e del metro latino, veramente degni di essere considerati poesia elettissima, poesia prettamente insuperabilmente classica!

Ma io voglio propriamente riferirmi al Morcelli epigrafista, al Morcelli fabbro delle più belle iscrizioni latine che siansi scritte al mondo dal sorgere dell'umanesimo sino ai giorni nostri. Che cosa è, per vero, un'iscrizione se non un'opera d'arte? Anzi è un'opera artistica in cui, più assai che nella poesia e negli altri generi i quali hanno per mezzo d'espressione la parola, si domanda la completa coesistenza e la perfetta contemperanza di tutti quegli elementi d'ordine, di misura, di proporzione, di

Digitized by Google

convenienza, di varietà nell'unità, di precisione, di efficacia, che l'arte esige; mentre, d'altra parte, implica la più esatta conoscenza e il senso più delicato della lingua, per chiederle, a volta a volta, secondo i casi, le espressioni più precise e concise, più limpide, più elevate, più piane, più forti, più soavi, più semplici, più ornate, senza dipartirsi mai dalla maggior naturalezza, anche là dove il soggetto consenta una certa novità ed arditezza di concetti che unicamente un grande artista può evitare che degeneri in affettazione e stranezza; mentre, inoltre, richiede squisito senno e misura nell'uso del linguaggio figurato, nell'adoperare a tempo e luogo il sentenzioso e l'immaginoso, fuggendo l'ampolloso, l'enfatico, il declamatorio. E altro dovrei aggiungere; ma mi sarebbe d'uopo mettere in campo lo stesso Morcelli, che, come fu il più abile, il più fecondo, il più vario, il più ammirevole scrittore di epigrafi latine di tutta l'età moderna, così fu eziandio il più dotto, sottile, sagace maestro dell'arte di comporle; e dovrei quindi, per lo meno, riassumere — ciò che qui non è possibile — l'intera *partitio tertia* del libro II, in cui discorre *de regulis inscriptionum communibus* (1), specie i capitoli *de rerum delectu et dignitate inscriptionum, de mensura, de perspicuitate, de dictionibus, de junctura verborum et particulis connexivis,* senza dimenticare quelle due dottissime trattazioni che concernono il linguaggio figurato e l'uso del ritmo (2) nelle iscrizioni, sul quale ritmo egli ha osservazioni così acute e così giuste e sensate, che è da dolersi non siano state sufficientemente avvertite e ponderate dagli studiosi del ritmo. Basterà conchiudere, rispetto a questo punto, osservando, per determinar sempre più precisamente il valore dell'epigrafista Chiarese, come l'iscrizione sia un'opera d'arte talmente delicata, che non ammette mediocrità: o è bellezza o è aborto e sconciatura. Nè va taciuto che l'iscrizione, per essere perfetta, esige un talento, una disposizione peculiare, quasi direi privilegiata, dello spirito, specialmente un senso squisitissimo di misura, di proporzione, di decoro, di ritmo; e l'espe-

(1) Cfr. p. 236 sgg. del vol. II dell'ed. citata di Padova.

(2) Cfr. a p. 296 sgg. il cap. VIII *De numeris modisque inscriptionum* nell'ed. cit., vol. cit.

Digitized by Google

rienza prova che valentissimi scrittori e di prosa e di versi nel comporre iscrizioni perdettero fama.

Espressamente mi sono soffermato a rilevare gli aspetti più notevoli di quella complessa personalità di scienziato, d'artista, di scrittore, che fu il Morcelli, per mettere nella dovuta evidenza l'importanza ed il significato che ha la presente festa commemorativa. Questa, di fatto, pur non dimenticando, anzi giustamente, doverosamente esaltando anche l'esemplare, perseverante, instancabile, pia e santa attività pastorale dell'immortale Chiarese, le sagge riforme da lui introdotte ed i miglioramenti apportati nel governo della sua Parrocchia, le fabbriche ed i restauri promossi, le donazioni elargite, fra cui quella sopra ogni altra memorabile della sua ricca Biblioteca, legata alla Congregazione di Carità " a vantaggio della gioventù studiosa di questo Comune „ (1); ricordando inoltre le istituzioni scolastiche e di beneficenza da lui caldeggiate e tradotte in atto, tutta, insomma, l'opera consacrata con infinito amore, con insuperabile disinteresse, con incredibile abnegazione, al bene de' suoi parrocchiani; questa festa, dico, assume il significato di solenne evocazione nazionale di una fulgida figura storica, solenne evocazione nella quale Chiari oggi ben si può dire che sia interprete della parte più eletta della nazione italiana. E per verità nessun italiano, che sappia apprezzare l'altezza e la nobiltà di una vita spesa interamente per il bene e l'onore della patria, nessun italiano che sappia valutare l'importanza dell'opera scientifica, il pregio della gloria letteraria congiunta a costumi intemerati e santi, può rimanere indifferente alle onoranze che sono rese alla memoria del Morcelli: ogni italiano, anzi, deve essere grato a questa sua terra natia, la quale dimostra ardore di perenne culto per il figlio immortale, che fu ornamento e splendore degli studi italiani, che ancora a sua volta davanti al mondo ammirante e plaudente affermò la superiorità dell'ingegno, della scienza, dell'arte italiana.

Le onorande persone, alle quali spetta il merito d'aver preparata questa commemorazione centenaria, hanno voluto rivolgersi a me, che da molt'anni nella Reale Accademia delle

(1) Cfr. Don Luigi Rivetti, op. cit., p. 28, nota 4.

Digitized by Google

Scienze occupo il seggio e nella R. Università di Torino la cattedra che fu di Carlo Boucheron e poi di Tommaso Vallauri, mio maestro, perchè qui pronunciassi il discorso ufficiale. Ed io ho accettato con sommo compiacimento quest'ufficio, non solo perchè mi tornava in alto grado onorifico, non solo perchè si porgeva la più bella occasione a me, e come filologo, e come latinista, e come epigrafista, quale che possa essere il pregio dell'opera mia, per sciogliere un debito antico verso cotanto luminare degli studi ch'io professo; ma ancora perchè la mia partecipazione a questa solennità veniva ad essere in certa guisa la partecipazione di un rappresentante dell'Università laica alle onoranze tributate alla memoria imperitura del sacerdote Stefano Antonio Morcelli.

Indubbiamente gli Atenei ed altri corpi scientifici italiani sarebbero qui stati in ben più larga misura rappresentati, se maggior diffusione si fosse data, almeno per mezzo dei giornali quotidiani più letti, alla notizia che in Chiari si preparava la commemorazione dell'insigne latinista; ma noi possiamo asserire con assoluta certezza che l'Università italiana avrebbe in forma ufficiale preso parte a questa festa delle menti e dei cuori, se la sua primitiva compagine scientifica non si fosse infranta nel 1873 con l'abolizione della Facoltà di teologia. Io, che qui parlo, sono sempre stato, e mi onoro d'essere tuttora, uno schietto liberale; ma sono uno di quei liberali i quali hanno la più salda convinzione che il liberalismo vero si dimostra nel rispetto di tutte le idee, di tutte le fedi nell'orbita della legge lealmente e onestamente professate; ed anche uno di quei liberali i quali sono profondamente persuasi che la scienza non dimora soltanto nelle dottrine il cui obbietto è lo studio della umanità e della universa natura bruta ed inanimata, ma che essa deve necessariamente estendersi allo studio del divino e di quanto ha relazione col divino. Il divino non è una illusione, diciamo pure soave, salutare, benefica, talchè si renda necessario, per il bene della umanità, mantenerla e rinsaldarla con ogni cura nelle menti e nei cuori; per contro il divino è esistenza effettiva, il divino è realtà, e perciò la scienza del divino non poteva e non doveva staccarsi dalle altre nella vasta compagine delle discipline che formano, come un tempo si diceva, lo *studium generale*; e però poteva riformarsi la Facoltà

Digitized by Google

teologica; sopprimerla, farla scomparire dalle Università non dovevasi mai.

Certo io comprendo la ragion politica che in Italia, ove pure a molta altezza eran saliti gli studi teologici, rese inevitabile questo strappo, questa lacerazione del primiero organismo della Università, quale ancora vien fuori dagli articoli sapienti della Legge Casati; ma io nutro speranza che non sia lontano il giorno in cui la Facoltà teologica rientri, dopo lunga assenza, nella compagnia delle antiche sorelle, e con le Facoltà sorelle riviva in pacifica armonia, come vivono e prosperano, per produrre un solo esempio d'altra nazione, nelle Università germaniche, l'una accanto all'altra nel consorzio di tutte le alte discipline, la Facoltà teologica protestante e la Facoltà di teologia cattolica. Sarà forse cagion di meraviglia il discorso ch'io tengo; ma io ho detto che credo al divino e alla scienza del divino, e aggiungerò la mia incrollabile persuasione che il presente spaventoso stravolgimento del senso morale, il formidabile pervertimento presente dei valori etici, la presente non mai vista ferocia d'egoismo, la profanazione attuale sempre crescente di ciò che l'umanità per tanto volger d'età ebbe in conto di sacro e di santo, l'odierno bestiale disprezzo della stessa vita umana, insomma quell'immensa orrenda mostruosa malattia morale, da cui è travagliata oggi la vita della umanità, è in gran parte dovuta al fatto che il divino è assente dai cuori. L'umanità ha troppo chiuso i cuori al divino, e quindi li ha anche troppo chiusi a ciò che nell'umano v'è di nobile, alto, generoso, e che il divino promuove, mantiene, rinvigorisce, per aprirli ognor più alle miserie, alle debolezze, alle nequizie degli appetiti ignobili e brutali. Oh! si levino le anime novellamente alla contemplazione, all'amore del divino, e da questa contemplazione, da questo amore piglino norma per correggere, per riformare, per rinnovellare le basi della convivenza umana. A siffatto scopo si deve tendere con tutte le forze, per esso si deve lavorare, per esso si deve anche soffrire. Torniamo al divino, pur senza dimenticare, pur senza per nulla trascurare l'umano; e più presto e più durevolmente si porterà rimedio al deplorevole dissesto, al formidabile squilibrio della vita odierna. E sarà ancora meglio e più largamente riconosciuta l'alta finalità di certi studi, che ora sono negletti, dirò persino disprezzati; e più facilmente si

Digitized by Google

farà strada negli animi la persuasione che maggior rispetto, maggior premio ed onore è dovuto al lavoro intellettuale, ora disceso troppo in basso nella generale estimazione, per un falso concetto della vita, per una falsa valutazione dei fattori dell'interesse sociale, e dirò anche per la falsa ipotesi di una uguaglianza degli uomini, che la storia e la natura stessa hanno sempre smentita. E quando il lavoro intellettuale avrà riacquistato, almeno in parte, il suo primiero valore, allora rifiorirà altresì più radiosa la gloria del Morcelli, come di colui che mirabilmente impersona in sè la felice unione di discipline che al presente in Italia non occupano il posto che loro spetta, mentre hanno onore d'incoraggiamento e di premio nelle più colte nazioni; di colui che, per giunta, impersona nel modo più spiccato e singolare il contemperamento dello spirito umanistico con lo spirito religioso più ardente.

Mal s'è creduto che fra umanesimo e fede religiosa non sia possibile conciliazione, che siano anzi, direi, due termini antitetici. Non si confonda, per carità! il misticismo e l'intolleranza religiosa con la fede candida, pura, calorosa, ma fattiva, ma operosa; la fede che vuole, sì, la subordinazione dell'uomo al divino, ma al divino si subordina pur sentendo la dignità dell'umano, pur lasciando, anzi volendo, che l'uomo viva fra gli uomini e per gli uomini, amando, beneficando, soffrendo per loro. E male si pensa del pari che la tradizione latina nel suo corso attraverso i secoli siasi mantenuta lottando continuamente con una contraria azione del Cattolicismo. Non è vero: anzi, come fu proclamato recentemente in pieno Parlamento da un Deputato (1) non certo sospetto di tendenze clericali, è vero che la tradizione latina, ossia la tradizione di Roma eterna, è anche oggi rappresentata dal Cattolicismo, l'unica istituzione universale che esista, l'unica istituzione che abbia tuttora per sua lingua la lingua di Roma imperiale, quella lingua che diffuse per tutto il mondo col diritto e con la civiltà romana la divina parola di Cristo; ed io non mi perito di asserire per di più che tutto il medioevo, quel medioevo un tempo con tanta acrimonia calunniato, quasi età di decadenza, di tenebre, di barbarie, non

(1) Benito Mussolini nel suo memorabile discorso del 21 giugno u. s.

Digitized by Google

fu in realtà che un lungo periodo di necessaria, fatale rielaborazione della tradizione latina sotto l'alta direzione della Chiesa, che la tenne viva, potentemente viva, pur adattandola a nuove idealità, e non cessò di esserne la moderatrice anche quando talvolta, effettivamente, umanesimo e fede vennero in conflitto e fieramente si combatterono a vicenda.

Ma qui io m'arresto; chè potrei, tenendo dietro a quest'ordine d'idee, introdurmi in un campo nel quale non devo nè desidero mettere il piede. Mi si conceda, nondimeno, che, chiudendo questa rievocazione dell'opera imperitura d'un insigne scienziato, di un eminente scrittore, d'un santo sacerdote, io, come ho testè auspicato al rinnovamento etico della travagliata umanità, così auspichi ugualmente ad un altro rinnovamento, il quale, conservando allo Stato tutto ciò che allo Stato compete, dia modo tuttavia che da Roma, da Roma eternamente latina, la Chiesa svolga intera la sua illimitata potenza spirituale. Sarà questo un incomparabile bene per l'umanità: sarà un vantaggio inestimabile e, nel tempo stesso, un nuovo splendido lustro per il nostro paese. Ed io ho pur fede che, se il nobilissimo spirito di Stefano Antonio Morcelli aleggia qui fra noi, beato, pur nella modestia onde fu adorno ogni atto della sua vita, di questo tributo di riconoscenza, di ammirazione, di amore, che il dolce paese nativo oggi solennemente depone ai piè della sua tomba sacra, beato dell'eco che oggi porta nelle contrade d'Italia il suo nome circonfuso di gloria, certo maggiormente esulterà che nel suo nome, caro e benedetto, qui si auspichi ad un più bello avvenire de' suoi studi diletti, ad un più felice stato della grande Patria Italiana.

Digitized by Google

PREMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

La Reale Accademia delle Scienze di Torino conferirà nell'anno 1923 un premio di fondazione Gautieri a quell'opera di Storia civile e politica in senso lato (compresa la storia dell'arte, dell'economia e del diritto ed esclusa la storia della filosofia e la storia letteraria), che sarà giudicata migliore fra le pubblicate negli anni 1919-1921. Il premio di L. 1800 sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i Soci nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere stampate in lingua italiana.

Gli autori, che desiderano richiamare sulle loro pubblicazioni l'attenzione dell'Accademia, possono inviarle a questa entro il 31 dicembre p. v., avvertendo che non si farà restituzione delle opere ricevute.

Torino, 1° gennaio 1922.

L'Accademico Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'8 Gennaio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Foà, Guidi, Mattirolo, Sacco e Ponzio, il quale funge da Segretario.

Scusa l'assenza il Socio Segretario Parona.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente comunica l'annunzio della morte del Socio straniero Max Noether e del Socio corrispondente Hermann Schwarz. Il Socio Segre legge una breve comunicazione dei due defunti, la quale sarà inserita negli *Atti*.

Il Socio Segre presenta il primo fascicolo del *Journal of Mathematics and Physics*, edito dall'Istituto di Tecnologia del Massachussett.

Il Socio Mattirolo presenta due sue Note: la prima sulle Radici di *Epilobium tetragonum* Linn.; la seconda sullo *Sclerodema fuscum* Fischer in Italia.

Il Socio Peano presenta una sua Nota su *Le definizioni in matematica* ed altri due opuscoli.

Il Socio D'Ovidio presenta un volumetto del prof. G. Bernardi dal titolo *Soluzionario di esercizi di Trigonometria piana*.

Digitized by Google

Il Presidente comunica la morte del Socio corrispondente G. CIAMICIAN e lo commemora brevemente ricordandone i grandi meriti come cultore della chimica. Il Socio MATTIROLO si associa come botanico accennando alle ultime ricerche del defunto nel campo della fisiologia vegetale.

Il Presidente prega il Socio PONZIO di commemorare il prof. CIAMICIAN in una prossima seduta.

Digitized by Google

LETTURE

MAX NOETHER e HERMANN SCHWARZ

Cenno del Socio nazionale residente CORRADO SEGRE

E ancora due grandi perdite ha fatto la Matematica! SCHWARZ e NOETHER, da lunghi anni nostri Soci, si sono spenti: il primo a Berlino il 30 novembre scorso, l'altro ad Erlangen il 13 dicembre.

Erano glorie, non solo della Germania, ma di tutto il mondo civile.

Il nome di SCHWARZ caratterizza un complesso di ricerche, fra loro concatenate, appartenenti insieme all'Analisi — teoria delle funzioni e delle equazioni differenziali, calcolo delle variazioni — ed alla Geometria.

Anzi tutto va nominata la teoria delle superficie d'area minima, così interessante ed elegante, appunto per gli avvicinamenti, di cui è ricca, fra diversi campi geometrici ed analitici. Ad essa lo SCHWARZ portò vari contributi importantissimi di metodi, di formole e di particolari determinazioni di superficie.

Pel problema di GREEN e DIRICHLET relativo all'integrazione della nota equazione di LAPLACE, Egli diede quel metodo di trattazione per " procedimento alternato „, con cui per la prima volta il problema si risolveva con rigore, in casi nei quali i contorni dati hanno un carattere molto generale.

Sono ben noti i legami fra questo argomento e quello delle rappresentazioni conformi. Anche qui SCHWARZ ha trattato nuove questioni, in particolare sviluppando il metodo basato sul così detto " principio di simmetria „, che già compariva in RIEMANN. E in ricerche speciali sulla serie ipergeometrica Egli studiava talune funzioni uniformi di una variabile complessa, con tras-

Digitized by Google

formazioni lineari in sè, che dovevano poi formare, si può dire, il primo esempio alquanto generale di quelle importanti funzioni, che POINCARÉ ha chiamato " Fuchsiane „, e che KLEIN chiama " automorfe „.

Senza dire di altri lavori, meno cospicui, ma pur tutti pregevoli, e che accade anche spesso di citare, rileverò come per gran parte delle materie accennate l'indirizzo di SCHWARZ si riattacchi a quello del sommo RIEMANN. Questo fatto costituisce in certo modo un anello di congiunzione fra i due scienziati, di cui ora rimpiangiamo la scomparsa. Anche l'opera del NOETHER si può, almeno in parte, collegare a RIEMANN: ma a un indirizzo Riemanniano qual era stato messo sotto forma algebrico-geometrica da CLEBSCH (e GORDAN).

Così, in collaborazione con un altro valoroso geometra, A. BRILL, il NOETHER pubblicò nel 1873 una Memoria, in cui le funzioni algebriche sopra una superficie di RIEMANN sono sostituite dalle così dette " serie lineari „ di gruppi di punti sopra una curva algebrica; e di queste serie lineari viene svolta una trattazione generale, che si è rivelata di un'importanza assolutamente capitale: tanto che è poi venuta a costituire il principale fondamento di una parte ragguardevole della odierna geometria algebrica. Lo stesso NOETHER se ne valse per approfondire, in un celebre lavoro premiato, l'arduo tema della classificazione delle curve algebriche sghembe.

L'indirizzo della Memoria di BRILL e NOETHER è quello, che RIEMANN aveva accennato per primo, delle proprietà delle curve algebriche invariabili per trasformazioni birazionali. NOETHER fece anche il passaggio dalle curve alle superficie algebriche ed alle varietà più volte estese: considerando per le une e per le altre alcuni caratteri analoghi al genere Riemanniano delle curve. Da questi lavori presero poi le mosse ENRIQUES, CASTELNUOVO e gli altri geometri, particolarmente italiani e francesi, che così brillantemente eressero l'edifizio dell'attuale Geometria sopra una superficie algebrica.

Le trasformazioni birazionali del piano e dello spazio furon pure studiate dal NOETHER, subito dopo il nostro CREMONA. L'applicazione delle trasformazioni stesse ai punti singolari delle curve algebriche lo condusse alla considerazione delle singolarità, come risultanti da successioni di punti multipli ordi-

Digitized by Google

nari infinitamente vicini: considerazione, che s'è poi dimostrata molto utile, accanto all'altra che scompone l'intorno di un punto singolare in elementi, o cicli.

Infine rileverò ancora le ricerche su speciali superficie algebriche: in particolare la notevole determinazione di tutte quelle superficie che contengono un fascio di curve razionali.

L'opera del NOETHER ha avuto, come già accennavo, una grande influenza sul moderno sviluppo della Geometria algebrica in Italia. Egli ammirava questo sviluppo; e si compiaceva delle sue relazioni personali coi geometri italiani.

Vada alla sua memoria il nostro ricordo devoto e grato!

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 15 Gennaio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Faggi, Luzio, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Cian e Pacchioni.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 1° corr.

L'Accademico Segretario Stampini legge una lettera del Presidente dell'Accademia Andrea Naccari, il quale, grato per i saluti e gli auguri inviatigli dalla Classe, le esprime vivi ringraziamenti e voti di anno felice.

Il Socio Prato presenta, rilevandone la notevole importanza, l'opera in due volumi di Marcel Blanchard *Les routes des Alpes occidentales à l'époque Napoléonienne (1796-1815)*, stampata a Grenoble (1920), il cui secondo volume riguarda la *Bibliographie critique de l'histoire des routes des Alpes occidentales sous l'état de Piémont-Savoie et à l'époque Napoléonienne.* In relazione appunto con quest'opera egli presenta anche una propria *Nota*, da pubblicarsi negli *Atti*, col titolo *Le vie del Transito commerciale in Piemonte nell'epoca pre-ferroviaria.* La Classe ringrazia così per il dono come per la *Nota* illustrativa.

Digitized by Google

Il Socio Luzio presenta alla Classe il volume del Dottor Pietro Torelli, che s'intitola *Le carte degli Archivi Reggiani* (1921 — Pubblicazione a cura della R. Deputazione di Storia Patria per le Provincie Modenesi e a spese della Banca Agricola Commerciale di Reggio Emilia), e ne mette in rilievo il grande valore, poichè trattasi di documenti quasi tutti anteriori all'anno Mille, e spigolati in un campo che si credeva già mietuto dal Muratori e dal Tiraboschi. Valente professore di paleografia e diplomatica, il Dottor Torelli ha fatto trascrivere ed illustrare da due discepole sue questi documenti, assumendone egli la responsabilità scientifica, sì che il volume può essere additato a modello di sicura dottrina e di sobria e sostanziosa illustrazione. — E il Vicepresidente Ruffini, il quale conosce ed apprezza altri lavori del Torelli, si associa al giudizio del Socio Luzio ed ai ringraziamenti che la Classe tributa al donatore.

Il Socio De Sanctis presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, che la Classe consente, una *Nota* del Signor Mario Attilio Levi, intitolata *La cronologia degli strateghi etolici degli anni 221-168 a. C.*

Digitized by Google

LETTURE

Le vie del transito commerciale in Piemonte nell'epoca pre-ferroviaria

Nota del Socio nazionale residente GIUSEPPE PRATO

Lo studio della storia economica non torna utile soltanto per moderare la nostra ammirazione verso la genialità inventiva delle moderne scuole politiche, illuse di scoprire novità peregrine allorchè risuscitano le più viete forme del vincolismo medioevalistico. Chi ne esplori con spirito libero da preconcetti il campo suggestivo e sterminato non tarda ad avvedersi che anche molti problemi, ritenuti generalmente portato peculiare della tecnica produttiva e della struttura economica proprie dei tempi nostri, si ritrovano invece, di poco modificati, in epoche remote ed in ambienti affatto diversi, espressione di bisogni, di orientamenti, di tendenze a lungo durevoli, se non permanenti, in base ai quali è d'uopo quindi investigarne i caratteri e proporne le soluzioni.

Così è della questione, tuttora in vario senso dibattuta, dell'allacciamento della regione subalpina ai paesi che la circondano, ai migliori accessi ed alle grandi vie degli scambi nazionali e continentali; dei cui precedenti lontani ci informa, con magnifica ricchezza di testimonianze e di notizie un appassionato cultore straniero della storia del nostro paese, dedicandovi due volumi, che sono, non soltanto, e di gran lunga, il migliore studio relativo a questo tema, ma indubbiamente ancora una delle più insigni opere di scienza comparse, dalla guerra in poi, nell'àmbito delle nostre discipline (1).

(1) Marcel Blanchard, *Les routes des Alpes occidentales à l'époque napoléonienne (1796-1815)*. Essai d'étude historique sur un groupe de voies

Digitized by Google

Dai primordi del secolo XVII, e cioè da quando la temerarietà avventurosa di Carlo Emanuele I " scioglie via per l'Europa al corso, come polledra all'aure annitriente „ le ambizioni e gli ardimenti della politica sabauda, i reggitori del Piemonte proseguono, con una pertinacia ed una continuità logica che ha pochi esempi in altri paesi, una lungiveggente ed organica *politica di passaggi*, mirante allo scopo di divergere sul nostro territorio il transito fra l'Italia e l'Europa occidentale. Ai provvedimenti più antichi (elencati in diligente regesto documentario dal Blanchard), riflettenti quasi esclusivamente le modalità e le controversie del *dacito* fiscale di Susa, si aggiunge così e si sostituisce in questo periodo una serie sempre più numerosa, varia, interessante di misure, di negoziazioni, di conflitti relativi ai valichi ed agli scali accessibili sui vari confini del ducato, nonchè ai problemi economici peculiari nascenti, per le diverse parti di esso, dal regime di difettose comunicazioni onde eran ostacolati gli interni ed esterni rapporti.

Un interesse particolarissimo fra le altre presentano, pel secolo XVII, le numerose carte dell'archivio di Torino, che riguardano l'approvvigionamento del sale ai dominî transalpini, separati dalle impervie strade da quelli di qua dai monti. È curioso vedere come tale fornitura sia stata un'arma efficace, abilmente maneggiata dalla diplomazia francese di fronte al governo di Torino, per attrarre e mantenere alle proprie dipendenze economiche il ducato della Savoia, rendendolo tributario (specie pei suoi allevamenti) del complesso economico

---

de communication (pp. XVIII-406); e *Bibliographie critique de l'histoire des routes des Alpes occidentales sous l'état de Piémont-Savoie (XVII^e^ et XVIII^e^ siècles) et à l'époque napoléonienne (1796-1815)*, (pp. 118), Grenoble, Impr. I. Allien, 1920. L'indagine è condotta, oltrechè su un ricco materiale a stampa, sui fondi archivistici di Torino, Parigi, Ginevra e dei capoluoghi dipartimentali di confine. Anche dal punto di vista metodologico, l'opera può considerarsi un modello di ricerca storico-economica. Che, malgrado questi pregi, nessuno abbia mostrato di accorgersene in Piemonte e che neppure un accenno ad essa sia stato fatto nella retorica banchettistica e giornalistica che celebrò, pochi mesi addietro, gli anniversari dell'apertura dei valichi del Monginevro e del Fréius, è cosa che non sorprende chi per poco conosca il livello di coltura della stampa e dell'eloquenza ufficiale indigena.

Digitized by Google

francese, e sempre meglio tendendo ad incorporarlo stabilmente nel medesimo, preludio forse a quei segreti piani di annessione politica, che monarchia borbonica e governo rivoluzionario tentarono di attuare ad ogni guerra momentaneamente vittoriosa. Il quale fenomeno tanto più si rende interessante quando si osserva che la consegna del sale non avveniva direttamente, da governo a governo; bensì per l'intermediario di impresari, di appaltatori della tratta francese, essi stessi legati agli aggiudicatari della dogana di Lione, e per loro al sistema generale della finanza francese; causa questa di minor indipendenza dell'organismo finanziario savoiardo, su cui non mancava di richiamar l'attenzione la Camera dei conti di Chambéry (1). Da tale intervento nell'affare dei tornaconti di grosse imprese indipendenti risulta tutta una diplomazia estremamente attiva di interessi privati, che si svolge accanto alla ufficiale, talvolta per appoggiarla, il più spesso per neutralizzarla.

L'azione in partita doppia, condotta a un tempo con lo stato francese e con le ditte fornitrici del sale, fu, pel governo sabaudo, generalmente commessa agli alti funzionari delle magistrature savoiarde. Sono i documenti loro (rapporti, lettere, denunzie) il materiale informativo più notevole. Il quale consente di descrivere con sicurezza le forme della speculazione degli appaltatori francesi, sotto gli aspetti commerciali e anche monetari; di illustrarne i rapporti coi capitalisti ginevrini e svizzeri; di svelarne le collusioni d'ogni specie insieme con le compiacenze non sempre disinteressate di magistrati, che privi dei mezzi necessari per partecipare direttamente, come altri, agli affari conclusi col loro intervento, fungon da " onesti mediatori „ nelle trattative (2). Completa il quadro un arditissimo contrab-

(1) Ci fu un momento (precisamente quello che precede la scesa in campo di Vittorio Amedeo II accanto agli alleati nella guerra di successione spagnuola) in cui non la gabella savoiarda soltanto, ma l'insieme di quelle dello stato vennero ad essere concesse a una compagnia francese appaltatrice pure di entrate del re cristianissimo, e che tentava pure di accentrare nelle proprie mani quelle dello stato di Milano. È un capitolo suggestivo dell'espansione del capitalismo francese oltre i confini del regno.

(2) Non mancano denunzie che accusano membri influenti della Camera dei conti di avere da un lato ostentato uno zelo grandissimo per lo svi-

Digitized by Google

bando, che ha anch'esso le sue vie tradizionali, i suoi metodi ingegnosi, le sue caute complicità.

Se il vasto contesto di intrighi si attenua gradatamente con l'assestarsi, su basi d'ordine rigoroso e di stretti controlli, della finanza di Vittorio Amedeo II, le difficoltà tecniche continue e le incessanti preoccupazioni politiche a cui tanto a lungo aveva dato luogo il problema del sale più durevolmente si riflettono in altro campo di politica amministrativa, che integralmente investe il complesso della vita economica del regno. Gli invii della necessaria derrata costituendo, pel loro volume specialmente, la più considerevole corrente di merce diretta alle valli alpine, i loro convogli stessi influiscono su tutto il regime dei trasporti, reagendo pure sul transito dei prodotti di maggior pregio. Da ciò la loro intima connessione col problema stradale e con le iniziative, gli studi, gli esperimenti al medesimo relativi. Questi si seguono e moltiplicano dapprima con carattere empirico, mirando semplicemente a tener aperti i valichi del Cenisio e del Piccolo S. Bernardo, ad attenuazione, se non a rimedio, dell'assoluto monopolio francese nei possedimenti d'oltre monti. Contemporaneamente, e per render possibile la concorrenza equilibratrice del sale spagnolo, assistiamo ad una serie di crescenti sforzi per rendere meglio praticabile l'accesso verso Nizza attraverso il colle di Tenda, oggetto, fra gli altri, di cure particolarissime da parte di Carlo Emanuele II e dei suoi ministri (1).

Ma è nel secolo XVIII che la politica stradale del governo piemontese, tecnicamente perfezionata sul buon modello francese, si rende sistematica, organica e cosciente di precisi scopi, chiaramente scorti e pertinacemente perseguiti.

---

luppo di talune saline comprese nel ducato, per emanciparlo dal tributo estero, mentre, subdolamente, offrivano e vendevano la loro influenza ai fornitori francesi interessati ad arrestarne la coltivazione. Qualche odierno apologista del sindacalismo impiegatizio non mancherebbe di mettere a riscontro questi saggi di edificante correttezza con la misura, invero derisoria, degli stipendi di cui godevano quei funzionari.

(1) Cfr., per questo capitolo di storia economica, G. Prato, *Le ambizioni commerciali e marittime di un ministro piemontese del secolo XVII* in "Miscellanea di studi storici in onore di Giovanni Sforza „, Lucca, Tip. Baroni, 1915.

Digitized by Google

L'acquisto della regione novarese, commercialmente orientata verso Milano, favorisce la maturanza di disegni, da tempo già adombrati in ambiziosi piani di sagaci precursori (1), ma a cui era mancato fino allora una base sufficiente di elementi positivi. Divergere attraverso il Piemonte una parte sempre più importante del commercio di Genova; fare di Nizza un porto di primo ordine per lo sfruttamento commerciale della valle padana, assicurandogli una congrua porzione del traffico crescente dei coloniali e dei cotoni richiesti dalla Svizzera e dalla Germania meridionale, parve programma adeguato all'importanza nuova conseguita dallo stato nei suoi recenti ingrandimenti. Una copiosa, varia, interessantissima letteratura cameralistica, la miglior parte della quale è conservata in filze speciali del nostro archivio, attesta fino a qual punto gli amministratori sardi comprendessero ed apprezzassero i nuovi caratteri del grande traffico inter-europeo, e si rendesser chiaro conto dei problemi posti dallo sviluppo del consumo dei coloniali e delle materie prime affluenti agli scali mediterranei. Specialisti insigni (Rossi di Tonengo, Petitti di Roreto, Botton di Castellamonte, St. Real, Perrone, Graneri, ecc.) dissertano in densi memoriali di tali questioni. Agevolare i passaggi per il Moncenisio delle correnti commerciali Milano-Lione; opporre il S. Bernardo al Sempione per l'allacciamento di Ginevra e del Giura alla valle del Po; sviluppare il movimento portuale di Nizza, e al tempo stesso deviare pel territorio piemontese fino al Lago Maggiore e di lì al Gottardo le merci sbarcate a Genova, approfittando della fortunata circostanza per la quale i domini sardi bloccavano da nord le strade della Liguria; tali, nelle sfumature di opinioni personali, i concetti dominanti codesti studi, ispiratori di una pertinace politica. Nei quali richiamano particolare attenzione le continue notizie riflettenti il sistema economico e legale e l'organizzazione materiale dei trasporti, anch'essi in via di lenta trasformazione; e, fra queste, un

(1) Un antico documento di trattative intese a promuovere gli scambi sul confine orientale è una convenzione fra i principi di Savoia e l'Università dei mercanti di Milano degli inizi del secolo XIV. È riprodotta da Duboin.

Digitized by Google

gruppo di documenti che mostrano come la pratica corrente e le esigenze nuove temperassero per un verso il rigore delle regolamentazioni tradizionali cui eran sottoposti i vecchi vettori (corporazioni dei mulattieri dell'Apennino e del Cenisio), per un altro ne minacciassero il monopolio con concessioni privilegiate a grandi imprese di trasporto, meglio adatte ad assolvere il còmpito vagheggiato per esse dal governo; fenomeno non infrequente in questa fase del mercantilismo, nella quale l'intervento regio fu spesso largitore di libertà nell'atto di creare un privilegio (1). Figure tipicamente rappresentative dell'ambiente e del momento storico si disegnano nell'accanito contrasto; come quella di un certo Simonetta, proprietario ad Intra di grandi telerie, investito del borghesato di parecchi comuni vallesi e grigioni, che cercava, verso il 1780, di assicurarsi il monopolio del movimento del Gottardo e del S. Bernardino; come Stockalper era riuscito ad ottenere, nel XVII secolo, per il Sempione. Paragonata a quel famoso precursore, la personalità di Simonetta sottolinea il mutamento di composizione delle correnti commerciali. Non son più gli importatori di sali, ma i grandi imprenditori tessili, che aspirano a porre mano sulle speculazioni di trasporti attraverso i valichi alpini, la cui funzione si estende in ragione dell'importanza e del valore degli scambi ai quali servono.

***

Se la nozione delle opportunità geografiche, la percezione degli interessi e la visione degli obbiettivi non mancavano agli uomini ed agli uffici investiti del governo delle strade nel Piemonte settecentesco, conviene riconoscere tuttavia che la singolare parsimonia dei mezzi accordati a tale servizio e l'illusione di farvi spontaneamente concorrere popolazioni ed enti

(1) Cfr. su questo interessante aspetto di un indirizzo dottrinario e legislativo che, per la sua durata, complessità e varietà, sfugge ai tentativi scolastici di classificarlo rigidamente entro schemi convenzionali, le belle osservazioni di R. Gonnard, *Histoire des doctrines économiques*, v. I, Parigi, 1921, p. 92 e sgg.

Digitized by Google

locali ridussero in sostanza a non molto ciò che di veramente duraturo e pratico si riuscì ad attuare prima che la bufera rivoluzionaria travolgesse la monarchia. Spetta all'amministrazione francese il merito di aver avviato a rapide realizzazioni concrete il frutto degli studi, largamente utilizzati (1), dei suoi predecessori, pure mutandone in parte ed allargandone le direttive e gli intendimenti.

Il pensiero di Napoleone riguardo alle comunicazioni occidentali della penisola si svolge, in un primo tempo, in senso diverso da quello del governo sabaudo. Fortemente suggestionato dagli ambienti milanesi, pei quali il Sempione rappresenta fin d'allora lo strumento di emancipazione dalla tirannia del Cenisio, il duce vittorioso accoglie con entusiasmo l'idea di valorizzarlo intensivamente, riprendendo con vasti mezzi la politica, già adombrata nel secolo XVIII dal gabinetto di Versailles, di sistemare i passaggi dell'Alto Rodano verso la Lombardia, in opposizione al piano piemontese di chiusura dei colli alpini a beneficio del Cenisio. Ma il vecchio valico non tarda ad avere una magnifica rivincita non appena, con l'annessione alla Francia di Ginevra e del Piemonte, il primo console comprende l'urgenza politica e militare di assicurare facili comunicazioni con le nuove provincie. Proseguono, per vero dire, febbrilmente i lavori del Sempione, reclamati da opportunità strategiche e commerciali, fatte altamente valere dai dirigenti la Cisalpina. Ma al tempo stesso, indotto anche da un'agitazione abilmente organizzata nel dipartimento del Monte Bianco e negli ambienti commerciali lionesi e ginevrini, Bonaparte ordina si riprendano su vasta scala le opere di definitivo assestamento del Cenisio, e si inizino con pari alacrità quelli del Monginevro, il valico sacrificato dalla pace di Utrecht.

La concorrenza dei due valichi gemelli, alimentata dalle rivalità delle popolazioni savoiarde e delfinesi e dalla emulazione dei prefetti, ritarda ancora alquanto le ingiunte realizzazioni; alle quali però reca ben presto un contributo decisivo il fatto politico dello spostarsi progressivo verso il mezzogiorno

---

(1) Come risulta dalle annotazioni aggiunte alle carte della vecchia azienda strade, restituite all'archivio di Torino dagli ingegneri napoleonici.

Digitized by Google

della penisola del centro di gravità della dominazione napoleonica in Italia. Il valico susino, compreso in territorio esclusivamente francese anche rispetto alle vie di accesso, ne vede immensamente accresciuta la sua importanza comparativa, distanziando definitivamente la strada brianzonese, ridotta dal padrone ad arteria militare, e divenendo il percorso obbligato della grande diagonale Lione e Ginevra-Torino-Genova, complemento necessario dell'altra grande strada napoleonica che, per la Cornice, si propone di unire il mezzogiorno della Francia con la Toscana, collegando Parigi con Roma.

L'esecuzione di un così grandioso complesso di lavori, personalmente ed assiduamente sollecitata dall'imperatore, offre episodi interessanti nei riguardi delle imprese assuntrici, non meno che per i problemi dell'impiego della mano d'opera.

Assistiamo, per le prime, ad un serrato conflitto fra un gruppo di costruttori del Delfinato appoggiati a banchieri ginevrini ed un forte sindacato savoiardo-piemontese, la compagnia Gruat-Rossazza; la quale, sfruttando anche con sottili intrighi le ostilità regionalistiche, riesce non pure ad assicurarsi, nel 1806, l'esclusività della costruzione di quella strada, ma, col favore di un alto funzionario francese, non troppo dissimile dai lodati consiglieri delle defunte curie savoiarde, ad estendere la propria attività speculatrice in non meno di venti dipartimenti meridionali ed italiani.

Dalle valli d'origine degli impresari, il Biellese ed il Canavese, proviene altresì la quasi totalità delle loro maestranze; buoni campioni di quella intelligente, tenace, ardita razza di lavoratori, a cui era commessa da secoli l'esecuzione delle più insigni opere, pubbliche e private, dell'Alta Italia; e che, recati ora a contatto di un organismo economico più vasto, quale era quello a cui presiedeva l'amministrazione napoleonica, incominciano da questo momento a contrarre abitudini e velleità di espatrio verso i mercati transalpini, ed in particolar modo verso il sud della Francia, dove introducono elementi non trascurabili di rinnovamento e di incrocio. Ordinata caratteristicamente a gruppi omogenei di compaesani guidati da capi che li dirigon tecnicamente e li rappresentano nei riguardi dell'impresa, codesta mano d'opera gode di mercedi proporzionate alla sua singolare efficienza ed alla eccezionale gravità ed ai pericoli

Digitized by Google

del lavoro a cui serve; quindi sensibilmente superiore alla media praticata nelle basse terre (5 fr. per giornata gli scalpellini; 4 i fabbri e falegnami; 3,50 i muratori; 3 i minatori; 2 i terrazzieri). Ma è un vantaggio in parte nominale, per l'alto prezzo dei generi a quelle altezze, e sopratutto perchè buona parte del salario le viene corrisposto in natura, attraverso magazzini di vendita tenuti dai sub-appaltatori che la inquadrano. Un'altra parte è trattenuta fino alla fine della campagna, a guisa di cauzione. Di modo che l'operaio non riceve in numerario che l'indispensabile per l'acquisto di un poco di latte e di vino, provveduto a tariffe usurarie dagli abitanti locali.

La possibilità di simile sfruttamento non accresce d'altronde le simpatie degli indigeni verso le masse avventizie richiamate da un'opera che essi ritengono lesiva dei loro interessi vitali. I valligiani dei due versanti vivono tradizionalmente del trasbordo di persone e di merci fra gli estremi tronchi della carrozzabile, a Lanslebourg ed alla Novalesa. Specializzati in tale lucrativa funzione, essi hanno, può dirsi, abbandonate le occupazioni agricole, e tutta la vita sociale si è polarizzata intorno allo sfruttamento dell'impervio valico. Gli interessi orientando le fedi politiche, tutto codesto piccolo mondo serba al vecchio regime una fedeltà inconcussa, che ama esprimere provocando e perseguitando i lavoratori forestieri, strumento involontario di un'iniziativa odiatissima. Dal complesso di peculiari circostanze la fisionomia storica della tipica colonia lavoratrice vissuta per più anni a cavaliere del Cenisio riceve spiccatissimo rilievo.

Essa si completa a poco a poco, sotto la spinta di varie necessità, con elementi eterogenei: cantonieri, mercanti, gendarmi e soldati, e sopratutto monaci dell'ospizio che, per espressa volontà imperiale, son divenuti in certo modo padroni del paese, erigendosi una specie di minuscolo principato ecclesiastico. Il curioso contrasto fra la politica anticongregazionistica di Napoleone nell'insieme dei suoi stati, ed il rispetto, anzi l'aperto favoreggiamento di questo e di altri centri di vita conventuale alpina non è il fenomeno meno suggestivo della storia che, con tanta abbondanza di sicura dottrina, ci viene narrata.

Digitized by Google

***

La politica commerciale di Napoleone, che ebbe per pietra angolare l'assoluta subordinazione economica del regno italico al mercato francese, fatto dalla proibitiva cerchia doganale suo cliente e fornitore esclusivo, doveva singolarmente accentuare le condizioni di favore create al transito occidentale dalla sistemazione stradale descritta. Spinge in ugual senso il fallimento delle illusioni per qualche tempo concepite dal sovrano circa l'utilizzabilità del Po come via di trasporto delle merci sbarcate a Genova ed inoltrate ad Alessandria; piano che presupponeva, fra l'altro, la libertà dei mari, ben presto perduta. Pei valichi alpini si incanala sempre meglio, per perentoria necessità, l'intiero volume degli scambi fra il mercato dominante ed il vassallo, a cui è precluso qualsiasi estraneo rapporto, malgrado le sue fiere, crescenti proteste. Monopolio di diritto e di fatto che non fa che crescere, a mano a mano che l'attuazione del sistema continentale assegna alle vie interne, inaccessibili alle offese marittime, una parte comparabile a quella che già avevan esercitato nel Medio Evo; e che d'altronde le lentezze di costruzione della strada della riviera indirettamente favoriscono. Ma se, a prima vista, sembrerebbe che Cenisio e Sempione abbiano dovuto dividersi equamente i vantaggi di tale stato di cose, la verità è che il traffico del primo (2911 vetture di viaggiatori, 14.037 carri di merci e 37.255 quadrupedi da carico nel 1810) sale al triplo od al quadruplo di quello del suo rivale, che inoltre tende a ridursi, scendendo, quanto alle merci, ad appena $^1/_{10}$ nel 1810. Le ragioni dell'apparente anomalia devono ricercarsi anzitutto nella grande importanza assunta in quegli anni nel mercato italiano dal commercio di Lione, favorevole al massimo liberismo finchè si trattava di conquistare con una politica di penetrazione le piazze subalpine e lombarde, acquisitrici dei prodotti e fornitrici di materia prima; ma convertito al più feroce protezionismo non appena le annessioni ed il sistema doganale dell'impero ebbero eliminato oltre l'Alpi il rischio d'estranee concorrenze. Il blocco continentale, chiudendo le vie marittime, fa di Lione

Digitized by Google

il capolinea ed il centro di smistamento di tutti gli scambi con l'Italia, dei quali il Cenisio diviene così il tramite quasi esclusivo. Grosse imprese commissionarie sorgono e prosperano pel suo sfruttamento; in prima linea la Società Bourg-Bonafous, esempio tipico di una perfetta azienda di trasporti di quell'epoca.

A questi fattori di preponderanza del colle piemontese si aggiungono, a danno del lombardo, gli effetti del proibizionismo sancito dalla tariffa del 1806, che interrompe le comunicazioni con la Svizzera, provocando anche gravi perturbazioni negli affari ginevrini. Nè giovan certo ad attirarne il languente movimento le diffidenze che Napoleone incomincia a nutrire circa le relazioni di intimità che, attraverso a quella porta, potrebbero allacciarsi fra la confederazione elvetica ed il regno italico, ai quali intende applicato il *divide et impera*. I funzionari infine preposti all'esecuzione rigorosa del blocco continentale guardano con mediocre simpatia ad una strada tracciata soltanto in parte in territorio francese e costeggiante confini altrui, perciò meno agevolmente sorvegliabile. Il trattato di commercio franco-italiano, rispecchiando tali criteri in un sistema di tariffe preferenziali, dà il colpo di grazia al valico disgraziato, contro il cui ostracismo ufficiale invano si agitano e ricorrono gli ambienti mercantili ginevrini.

Bonaparte, proconsole francese dello stato lombardo, aveva, agli inizi della sua prodigiosa fortuna, voluto il Sempione a beneficio del Milanese, che considerava suo feudo personale: primo console l'aveva desiderato ancora finchè le preoccupazioni della sua politica italiana mantenevano lo stesso orientamento; divenuto re d'Italia, ma, al tempo stesso, capo di un impero posto a cavaliere delle Alpi ed il cui centro di gravità peninsulare non passava più a Milano, ma a Torino e Genova, egli aveva riportato sul Cenisio il suo precipuo favore. Avendo infine adottato il sistema continentale, fu costretto a permettere, per ragioni pratiche, ai suoi funzionari e doganieri di sterilizzargli il Sempione.

Una parziale rivincita era però riservata al derelitto colle dagli sviluppi ulteriori della stessa politica. La necessità delle materie prime orientali (specialmente del cotone) induce presto il sovrano ad escogitare una serie di piani di approvvigionamento

Digitized by Google

diretto per la valle del Po, portando l'impero a contatto della Turchia con una linea di raccordi trasversali. La pace di Vienna, aggregando alla Francia Trieste e le coste adriatiche, consente di avviare il disegno a pratica realizzazione. Coglie abilmente l'opportunità il governo italico (e per esso il Prina) di muover nuove istanze perchè alle due vie d'accesso sia consentita almeno parità di trattamento; ciò che finalmente ottiene, malgrado la vigile opposizione degli interessi raggruppati intorno al valico rivale.

Tali apprensioni si rivelano d'altronde subito ben ingiustificate, di fronte all'aumento parallelo e continuo del traffico su entrambe le vie, dal 1811 al 1814. Ai convogli di sale degli antichi tempi, di lana e di seta di periodi men remoti, si sostituisce ora, come merce predominante, il cotone, recato fino ai piedi delle Alpi, attraverso mille peripezie, contrasti, pericoli, dai mercati levantini e dai nuovi campi di produzione del mezzogiorno italiano. L'afflusso crescente genera spesso ingorghi, giacenze, avarie sui due unici sbocchi, di potenzialità limitata, come ogni passo di montagna. Scompare da questo momento qualunque motivo di competizione, che si converte anzi, per necessità di cose, in cooperazione integratrice. Parentesi breve però di prosperità e di splendore; chè la catastrofe del 1813 fa subitamente precipitare il fervore economico da cui quel movimento trae vita, determinando una crisi le cui conseguenze si prolungano assai oltre la liquidazione del regime imperiale per opera del congresso di Vienna.

***

Chi intanto consideri sinteticamente l'opera compiuta dalla volontà napoleonica, con obbiettivi apparentemente nuovi e personali, anche in questo campo, e la ponga a paragone dei ricordati precedenti degli stessi problemi, non manca di avvertire la persistenza di un indirizzo logico superiore al fluttuare delle circostanze ed alle predilezioni degli uomini. L'idea, trasmessa dalla vecchia amministrazione piemontese alla francese, di fare della regione subalpina, con la piena valorizzazione del Cenisio, l'intermediario naturale del transito italiano e mediterraneo dai

Digitized by Google

porti della Riviera alla Francia ed ai paesi dell'Europa occidentale, rimane e si consolida, rinforzata dall'acquisto di Genova, nei governi della restaurazione, quasi come un'eredità tradizionale. Ne trarrà ispirazione e vigore, sollecita di colpire l'Austria anche con quest'arma, la politica di comunicazioni personalmente promossa da Carlo Alberto (1). A rivoluzione ferroviaria compiuta, la nuova Italia si troverà ancora di fronte al vecchio problema, mutato di dimensioni, non di contenuto sostanziale, nè men fertile di complicazioni per interessi contrastanti, rivalità e pregiudizi regionali, incognite economiche e tecniche.

(1) Cfr. su tale fase della questione la mia nota: *Il problema economico-politico di " Mittel Europa „ negli scrittori italiani prima del 1848* in "Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino „ 1917; e *Dottrine e fatti economici alla vigilia del 1848. L'Associazione agraria subalpina e Camillo Cavour*. Torino, 1920, cap. III.

Digitized by Google

La cronologia degli strateghi Etolici degli anni 221-168 a. C.

Nota di MARIO ATTILIO LEVI

(presentata dal Socio nazionale residente Gaetano De Sanctis)

La compilazione di una lista completa ed il più possibile sicura degli strateghi Etolici del tempo della guerra sociale e delle guerre che Roma combattè in Grecia può essere un valido sussidio per lo studio di tutte le questioni cronologiche relative alla storia interna della Grecia ed alla storia di Roma in quegli anni. È forse questa la ragione che spinse già alcuni studiosi a tentare questa ricerca, in parte agevolata dalle abbondanti citazioni di nomi Etolici nelle iscrizioni delfiche, le cui difficoltà cronologiche son però, d'altra parte, troppo note perchè possano essere utilmente ricordate qui. Sebbene antiquato, rimane sempre fondamentale il lavoro di Augusto Mommsen (*Philologus*, XXIV, p. 1 segg.) che, assodando la cronologia delfica dei primi decenni del sec. II, pose le basi ad ogni ricerca sulla cronologia etolica di quel periodo. Dopo il tentativo di lui e dopo quello scarsamente originale del Dubois (*Les ligues Étolienne et Achéenne, Bibl. des Écoles Françaises d'Ath. et de Rome*, fasc. 40, p. 198 e sgg.) si ha una dissertazione, del Gillischewscki (*De Aetolorum praetoribus intra annos 221 et 168 a. Chr. n. munere functis*, diss. inaug., Berlino s. a. [1896?]), lavoro abbastanza noto, in cui la conoscenza delle fonti è larga e diretta, tanto più che l'autore tende anche a fare una ricerca prosopografica; ma che, oltre ad essere, per il suo carattere stesso di dissertazione di laurea, non facilmente accessibile, è ormai arretrato di un quarto di secolo sul progresso della scienza, che, come si sa, è lungi dall'essere trascurabile per la parte Delfica. E neppure bastano più, oggi, le revisioni che di questa lista tentò il Pomtow nella Real.-Enc. del Pauly-Wissowa, s. v. *Delphoi*, vol. IV, p. 2678

Digitized by Google

e nella terza ediz. della *Sylloge* del Dittenberger (vol. II, p. 26). poichè un gruppo di iscrizioni scoperte a Termo e pubblicate dal Sotiriadis nell'*Ἀρχαιολογικὸν Δελτίον*, I, 1915 viene ad introdurre molti nuovi elementi nello stato presente della questione, tanto da indurre ad una completa rielaborazione della lista cronologica.

221-20 — Aristone — Già il Gillischewscki fissò (o. c., p. 6) il principio della sua magistratura all'autunno 221, collegando le notizie sulla morte di Antigono Dosone con quelle sulle elezioni nel Panetolico (Polib. II, 70, 6; IV, 3, 3; IV, 5, 1).

220-19 — Scopa — La sua patria è Triconio, e non già Eraclea come suppose Gillischewscki (o. c., p. 7-8), come prova un intero gruppo delle iscrizioni pubblicate dal Sotiriadis (l. c., p. 45 sgg., n. 18, *α'*, *β'*, *γ'*, *δ'*, *ε'*, *ς'*, *ζ'*, *η'*, *ϑ'*, *ια'*, *ιβ'*), di cui se ne riporterà una in via d'esempio (n. 18, l. 8. — *γ'*) [*Ἀγ*]*αθᾶι τύχαι τὸ κοινὸν Αἰτωλῶν ἔδωκε Σα*[*τυρί*]*νωι* (?) *Δαμοφίλου Μεγαλοπολίται* | *προ*[*ξενί*]*αν ἰσοπολιτείαν ἀυτῶι καὶ ἐγγόνοις καὶ τἄλλα πάντα δσα καὶ τοῖς ἄλλοις προ*[*ξένοις δίδοται ἐπὶ στραταγοῦ Σκόπα Τριχονέως, γραμματέως Παντάρχηως Πελλοτίου.* | [*Ἔγγυ*]*ος Σατυρῖνος Ναυπάκτιος*. La prima strategia di Scopa a cui si riferisce questo gruppo di decreti di prossenia è facilmente riferibile al 220-19 in base a Polib. IV, 26, 1 e IV, 27, 1.

219-18 — Dorimaco — determinato da Polib. IV, 67, 1.

218-17 — Ageta — (Polib. V, 91, 1 sgg.).

217-16 — Agelao — (Polib. V, 107, 5).

216-15 — (?) Dorimaco (2) — Una nuova iscrizione che ci informa d'una quarta strategia di Dorimaco, e che citeremo a suo luogo, può permettere di collocare utilmente una seconda strategia in quest'anno che appartiene al piccolo periodo lasciato scoperto dal Gillischewscki. Il Pomtow (che in *Klio*, XV, p. 13, n. 1 dice d'aver avuta notizia di quest'iscrizione dal prof. Hiller von Gaertringen) invece suppone che la seconda strategia sia da lasciare al 211-10 (in Dittenberger³, II, p. 26), ma non pare che quest'ipotesi sia sufficientemente giustificata o necessaria.

215-14 — (?) Alessandro da Triconio — La sua strategia è provata dalla seguente iscrizione: (*Ἀρχ. Δελτ.* cit., p. 50, n. 23) *Τὸ κοινὸν τῶν Αἰτωλῶν..... Κηφισοδώρωι* | ..... *καὶ τἄλλα*

Digitized by Google

δσα καὶ τοῖς ἄλλοις προξένοις | ..... ἐπὶ στραταγοῦ Ἀλεξάνδρου Τριχο[νέος .... —; e dato che nel 218 lo si trova (Polib. V, 13, 3) capo di truppe a Termo lo si può porre anch'esso nel gruppo d'anni 216-12, sempre però, per lui come per gli altri, che per gli strateghi di questo breve periodo non si può determinare con precisione a quale degli anni in questione appartengano.

214-13 — (?) **Pantaleone I** — Cfr. Dittenberger[3] n. 564 A e Pomtow (*Klio* XV, p. 13); la sua quinta strategia, ignota fino alle pubblicazioni citate, può essere posta assai bene in uno di questi anni.

213-12 — (?) I..... *Ἀρσινοεύς* — (I. G. IX, 2, 61) cfr. l'argomentazione del Pomtow in Pauly-Wissowa, R.-E. IV, p. 2678, s. v. *Delphoi.*

212-11 — (?) **Dorcina** — Sinora ignoto, ci viene rivelato da due delle iscrizioni pubblicate dal Sotiriadis (*Ἀρχ. Δελτ.* cit., p. 54, n. 29 e n. 30 *α'*): 29)..... *ἔ]δωκε τὸ κοινὸν | [Αἰτωλῶν] Σωστράτωι Τι.... | ..... νόγωι προξενίαν | [ἀσφάλ]ειαν αὐτῶι καὶ | [ἐγγόνοις ἐπ]ὶ Δορκίνα στρατα|[γοῦ Ναυπα]κτίου, γραμματεύ|[οντος Ἐπι]χάρμου Ἡρακλειώτα | [ἔγγυος τῆς π]ροξενίας Μυνν[ίων .... —*; 30 *α'*) *Τὸ κοινὸν Αἰτωλῶν ἔδωκε Καλλίαι καὶ τοῖς | υἱοῖς Φαλαίδαι Φανοκράτει Σωκράτει ἐξ Ἀμφίσσης | πολιτείαν καὶ αὐτῶι καὶ ἐγγόνοις καὶ... | στραταγέοντος Δορκίνα Ναυπακτίου, γραμματεύοντος [Πολυ]δάμου Ἡρακλείωτα —*. Per la data cfr. Sotiriadis in commento alle iscrizioni citate e Plassart in *Bull. corr. hell.*, 1915, p. 131: la si potrà fissare in uno degli anni di questo gruppo.

211-10 — **Scopa** (2) — (Liv. XXVI, 24, 7). Il De Sanctis (*Storia dei Romani*, III, 2, p. 441) preferisce portare questa strategia al 212-11; tuttavia dal punto di vista della cronologia che qui si studia si può osservare che in quell'anno non pare debba essere posta la seconda strategia di Scopa, dato che tutti gli avvenimenti che le si collegano possono benissimo svolgersi nell'autunno stesso del 211, e siccome anche la campagna precauzionale di Filippo in *Oricinorum atque Apolloniatium fines* può facilmente essersi svolta nell'ottobre 211.

210-09 — **Dorimaco** (3) — (Polib. IX, 42, 1).

209-08 — **Pirria (Re Attalo** onorario) — (Liv. XXVII, 29, 9-10; id. 30, 1): *Eadem aestate* (si tratta dell'estate 208,

Digitized by Google

nell'anno consolare di M. Claudio Marcello e T. Quinzio Crispino, cioè il 208-07: gli avvenimenti narrati seguono la morte di Crispino e la vittoria navale di M. Valerio Levino) *et Philippus implorantibus Achaeis auxilium tulit, quos et Machanidas tyrannus Lacedaemoniorum finitimo bello urebat* . . . . . (30, 1) *ob haec Philippo in Graeciam descendenti ad Lamiam urbem Aetoli duce Pyrrhia, qui praetor in eum annum cum absente Attalo creatus erat, occurrerunt.* È evidente che se Pirria era già stratego nell'estate 208 doveva essere stato eletto nell'autunno 209 per il 209-08.

208-07 — Dorimaco (4) — è provata dalla seg. iscrizione (*Ἀρχ. Δελτ.* cit., p. 50, n. 24): *Στραταγέοντος Δωριμάχου | Τρι]χονέος τὸ τέταρτον, ἱππαρ[χέ]οντος Ἀλεξομενοῦ Πλευρω[νί]ου, γραμματεύοντος Σα* . . . . . *| Θε]στιέος, πολιτείαν οἱ Αἰτωλοὶ | ἔδ]ωκαν κὰτ τὸν νόμον Σωσία[ι | Κα]λλιφάνεος Βουταιεῖ — Τηλε[φ]άνει Νεβρίχου Ναυπακτίωι —*; questa quarta strategia molto opportunamente potrà essere posta in quest'anno in cui il partito di Dorimaco e Scopa ancora era assai in auge.

207-06 — Agelao (2) — (Dittenberger³, 554).

206-05 — Scopa (3) — *Ἀρχ. Δελτ.* cit., p. 49, n. 19, *α'* e *β'*; se ne citerà in via d'esempio la seconda: *Στραταγέοντος Σκόπα Τριχον|έος τὸ τρίτον, ἱππαρχέοντος Φαι|νέα Ἀρσινοέος, γραμματεύοντος | [Θ]όα Τριχονέος, προξενίαν Αἰτωλοὶ | ἔδωκαν κατὰ τὸν νόμον | Ἡρακλείτωι, Τιμωνίδαι | . . . αἰοις Βοιωτοῖς· ἔνγυος | . . ας Σωσάνδρου Τριχόνιος —*; di questa terza strategia in base al 1° frammento del libro XIII di Polibio, desunto, in forma identica, da Suida s. v. *Σκόπας* e dagli *Excerpta de virtutibus et vitiis* (in *Excerpta Costantiniana*, vol. II, parte II, Berlino, 1910, p. 136). possiamo fissare la data all'anno stesso in cui Scopa fu *νομογράφος* con Dorimaco, dopo la pace fatta dagli Etoli con Filippo (Liv. XXIX, 12, 1), cioè al 206 05. Quest'iscrizione rende inutile correggere nel testo Polibiano *Σκόπας Αἰτωλῶν* " *στρατηγός* ", in " *νομογράφος* „ come propone il Pomtow (in Pauly-Wissowa, R.-E. IV, p. 2678, nota), poichè ogni cosa si spiega ammettendo la contemporaneità della terza strategia e della nomografia.

205-04 — Licopo (?) — si può accettare, solo provvisoriamente, l'ipotesi del Pomtow (Dittenberger³, II, p. 26) che vuole collocare in quest'anno uno stratego di tal nome che si trova citato in un'iscrizione per cui cfr. Woodhouse, in *Journ.*

Digitized by Google

hell. stud., XIII, 1893, p. 353, n. 29, benchè l'ipotesi non sia sufficientemente provata nè meglio possa essere confermata.

204-03 — Alessandro Calidonio — Non vi sono notizie dirette su questa sua prima strategia, ma dato che la seconda va, come si vedrà, al 196-95, e che forse egli è da identificarsi con quell'Alessandro che (Polib. XIII, 1 sgg.) fu capo del movimento contro Scopa, potrà essere collocata in quest'anno, od anche nel 205-04 di cui già si pose in rilievo l'incertezza dell'attribuzione a Licopo.

203-02 — 202-01; in uno di questi anni lasciati senza determinazione potrà esser riferita la seconda strategia di **Pirria** provata ora dalla sg. iscrizione (*Ἀρχ. Δελτ.* cit., p. 54, n. 28): *Στραταγέοντος Πυρ[ρία] Ἡρακλειώτα τὸ | [δεύτερον, ἱππαρ]χέοντος.... Ἡρακλειώτα | [γραμματεύο]ντος Ἀρχίππου .... γαιέος* —. Sul supplemento *δεύτερον* e sulla sua legittimità non ci si può pronunciare, ma dato che il *τὸ* suppone non si tratti di una prima strategia è il più probabile; all'altro di questi due anni potrà essere opportunamente riferita la prima strategia di **Toante**, di cui però non si sa nulla.

201-200 — Ageta (2) (?) — Collitz, 2049. La data però non è precisa (cfr. nota del Baunack all'iscr. cit. nel Collitz) e questa strategia potrebbe anche riferirsi al 199-98 invece di Calepo e viceversa.

200-199 — Damocrito — Collitz, 2116; cfr. Gillischewscki, o. c., p. 27: i fatti a lui relativi si svolgono durante la campagna di Galba (v. Liv. XXXI, 32, *passim*) dopo l'equinozio autunnale del 200.

199-98 — Calepo — Collitz, 2072 e 2117. V. quanto si disse a proposito della seconda strategia di Ageta.

198-97 — Fenea — Liv. XXXII, 32,11; Polib. XVIII, 1, 4; Collitz, 2000, 2001, 2073, 2074.

197-96 — Alessameno — Collitz, 2002, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045; Polib. XVIII, 43, 9-12.

196-95 — Alessandro Calidonio (2) — Collitz, 1975, 1990, 1993, 2010, 2011, 2050, 2059, 2081 e la seguente (*Ἀρχ. Δελτ.* cit., p. 52, n. 25): *Στραταγέοντος Ἀλεξάνδρου Καλυ[δω|νί]ου τὸ δεύτερον πολιτείαν Αἰτωλοὶ | [ἔ]δωκαν κατὰ τὸν νόμον Νικάρχοι Σ... | Πλευρωνίωι, Δωροθέωι Δορκίωνος | [Δ?]υμαίωι. Ἔγγυοι Αλέξανδρος..... | [Κ]αλυδώνιος, Δικαίαρχος Ἀλεξ... | .... τίαι Μενάνδρου Μ|.... Δωρ ... —*

Digitized by Google

195-94 — Dicearco — Collitz, 1994, 1995, 2075, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123.

194-93 — Toante (2) — Collitz, 1978, 1983, [1988], 2068, 2069, 2082, 2124, 2125, 2126.

193-92 — Damocrito (2) — Collitz, 1969, 1984 — Liv. XXXV, 33.

192-91 — Fenea (2) — Collitz, 1989, 1998, 2129, 2130, 2131 — Liv. XXXV, 44, 1.

191-90 — Archedamo — Collitz, 1985, 1986.

190-89 — Nicandro — Liv. XXXVIII, 1, 4, Polib. XXI, 25, 4 sgg.; Collitz, 1981, 2004, 2024.

189-88 — Polemarco di Sostenide —: *Ἀρχ. Δελτ.* p. 53, n. 26, l. 9: *Στραταγέοντος Πολεμάρχου τοῦ Νικέα Σωσθενέος | ἔδοξε τοῖς Αἰτωλοῖς δεδόσθαι προξενίαν Πολε[μάρ]χοι καὶ Δικαιάρχοι τοῖς Ἁγία Ὑπαταίοις καὶ τοῖς ἐκ||γόνοις] αὐτῶν, καθὼς καὶ τοῖς προγόνοις αὐτῶν ἦν δεδομέ|[νη?] καὶ γᾶς καὶ οἰκίας ἔγκτησιν καὶ τὰ λοιπὰ τίμια δσα καὶ τοῖ|ς ἄλλοις προξένοις καὶ εὐεργέταις τοῦ κοινοῦ τῶν | Αἰτωλῶν ἐστι. Ἔγγυος τᾶς προξενίας Πολέ[μαρ|χος] Σωσθενεύς.* La famiglia è nota, v. Collitz, 2536, per un suo fratello, Fenea di Nicea (cfr. Plassart in *Bull. corr. hell.*, 1915, p. 130-131, anche per acute osservazioni epigrafiche per dimostrare che la strategia di Polemarco di Sostenide va fissata prima della terza strategia di Alessandro Calidonio, per cui v. sotto).

188-87 — Archedamo (2) — Collitz, 2132.

187-86 — Eupolemo — Solo per ipotesi si può riferire a quest'anno la prima strategia d'Eupolemo.

186-85 — Pantaleone II — Collitz, 1844, 1949.

185-84 — Alessandro Calidonio (3) — Collitz, 1950, 1951, 1952, 1959 e *Ἀρχ. Δελτ.*, p. 53, n. 26 *β'* e 27: 26 *β'*) *Στραταγέοντος Ἀλεξάνδρου Καλυδωνίου τὸ|τρίτον προξενίαν Αἰτωλοὶ ἔδωκαν κατὰ τὸν | νόμον καὶ πολιτείαν Ἀπολλωνίοι, Μάτρωνι,| Μενάνδροι τοῖς Μενάνδρου υἱοῖς Θηβαίοις. | Ἔγγυος τᾶς προξενίας Τίμαιος Ἀρσινοεύς —. 27) Στραταγέοντος [Ἀλεξάνδρου Κα]|λυδωνίου τὸ τρίτον . . . . . | Ἀλεξομενοῦ Τριχ[ονίου . . . . .*

184-83 — Nicandro (2) — Collitz, 2053.

183-82 — Prosseno — Collitz, 2133.

182-81 — Archedamo (3) — Collitz, 2036, 2037, 2047: *Ἀρχ. Δελτ.*, p. 55, n. 32: *Στραταγέοντος Ἀρχεδάμου | Φό]λα τὸ*

Digitized by Google

τρίτον πολιτείαν Αἰ|τωλοὶ ἔδωκαν κατ|ὰ τὸν νόμον] | .... *γόνωι Ναυπακτίωι* —.

181-80 — Toante (3) — Collitz, 2076.

180-79 — Pantaleone II (2) — assegnabile a quest'anno solo per ipotesi. Cfr. Gillischewscki, o. c., p. 57.

179-78 — Locago — Collitz, 1917.

178-77 — Licisco Strazio — Collitz, 2135.

177-76 — Nicandro (3) — Collitz, 1855, 1869, 2027, 2058.

176-75 — Eupolemo (2) — Collitz, 1745, 1863, 1864.

175-74 — Archedamo (4) — Collitz, 1786, 1843, 1987; nell'iscrizione 1795 a *τὸ τρίτον*, che è evidente errore del lapicida, va sostituito *τὸ τέταρτον*, cfr. nota del Baunack in Collitz, iscr. cit.

174-73 — Pantaleone II (3) — Collitz, 1856.

173-72 — Toante (4) — Collitz, 1730 e 1853.

172-71 — Licisco Strazio (*suffectus*) — cfr. Liv. XLII, 38,2.

171-70 — Proandro — Collitz, 1739, 1740, 1756, 1810.

170-69 — Agelao II — Collitz, 1789.

Nota. — Sappiamo di uno stratego **Policrito** da *Ἀρχ. Δελτ.*, p. 46, n. 18, *ι'*, lin. 35 sgg.: *Ἀγαθᾶι τύχαι τὸ κοινὸν Αἰτωλῶν* [*ἔδωκεν*] *Τίμωνι Ἀθηνάδα, Φιλοκράτει Ἀριστοφά*|[*νους*], *Μυννίωνι Δίωνος Δυμαί*[*οις*] *προξενίαν ἰσοπολιτείαν ἀσφάλειαν αὐτοῖς καὶ ἐγγόνοις* | *καὶ τἄλλα ὅσα καὶ τοῖς ἄλλοις δίδοται προξένοις, στραταγοῦντος Πολυκρίτου Καλλιέος, γραμ*|*ματέως Φίλωνος Πλευρωνίου. Ἔγγυος τᾶς προξενίας Μικκέας Τηλίων Εὐπαλιεῖς*. Non si può evidentemente, in base a quest'iscrizione, giungere ad una determinazione di data: però, dato che il gruppo qui studiato di iscrizioni di Termo in complesso si riferisce al nostro periodo, anche quest'ultima potrebbe riferirvisi, ed allora si potrebbe, p. es., sostituire Policrito all'incertissimo Licopo del 205-04.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 22 Gennaio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. CORRADO SEGRE
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Pochettino e Parona Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio Sacco presenta in omaggio 6 fascicoli del periodico scientifico " Urania „ e ne parla.

Il Socio Mattirolo riferisce sul dono fatto all'Istituto Botanico della " collezione xilologica „ del compianto prof. Roberto Lorenzo di Alba, e offre una sua pubblicazione al riguardo.

Il Segretario presenta i due volumi, pubblicati dal nostro Socio corrispondente A. Lacroix, sulla vita e sulle opere di Déodat Dolomieu.

Sono accettate per la stampa negli *Atti* le seguenti Note:

Ottorino Sesini, *Sull'avvolgimento dei fili o dei trefoli per formare un cavo metallico*, presentata dal Socio Panetti.

Giacomo Ponzio e Gustavo Ruggeri, *Ricerche sulle diossime.*

Ugo Cassina, *Volume, area, lunghezza e curvatura di una figura*, presentata dal Socio Peano.

Digitized by Google

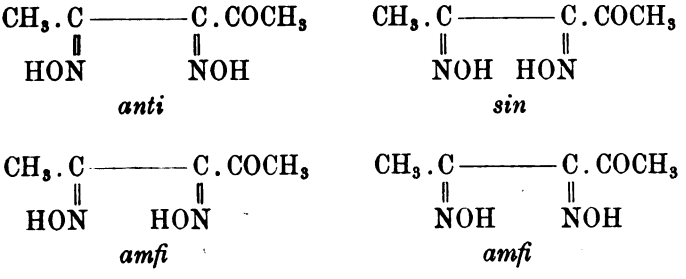
LETTURE

Ricerche sulle diossime

Nota del Socio nazionale residente GIACOMO PONZIO
e del Signor GUSTAVO RUGGERI

Proseguendo lo studio delle α-diossime (1) ci occuperemo ora della metilacetilgliossima (α-diossima del dimetiltrichetone) $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CO.CH_3$ la quale presenta uno speciale interesse per la soluzione del problema della struttura del gruppo $>C_2N_2O_2H_2$.

Secondo la teoria di Hantzsch e Werner, teoria che noi ci proponiamo di dimostrare inaccettabile, perchè in disaccordo coi fatti sperimentali riferiti in questa Nota ed in altre di prossima pubblicazione, la metilacetilgliossima rappresenterebbe una delle seguenti quattro forme:



Però attribuendo l'isomeria delle α-diossime alla posizione relativa dei due ossidrili nello spazio, non solo sarebbe impossibile, in base alle proprietà della metilacetilgliossima, fare una

(1) *G.* 51, II, 213 (1921).

Digitized by Google

scelta fra le suddette configurazioni, ma, il che è molto più importante, non si potrebbe spiegare il suo comportamento verso il tetrossido di azoto. Infatti, mentre quest'ultimo deidrogena gli α-diossiminoderivati $R.C(:NOH).C(:NOH).R_1$ nei perossidi (furossani) $R.C_2N_2O_2.R_1$ corrispondenti (²), esso trasforma la metilacetilgliossima in una chetopseudonitrolossima e precisamente nell'α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-chetopentano $CH_3.C(:NOH).C(:N_2O_3).CO.CH_3$. Ciò prova in modo indiscutibile *che i due ossiminogruppi della metilacetilgliossima non sono equivalenti*, poichè uno (quello in α) rimane inalterato, mentre l'altro (quello in β) viene sostituito, per azione del tetrossido di azoto, col gruppo $>N_2O_3$; e siccome la stessa cosa si verifica per molte altre α-diossime, *ma soltanto per una forma di esse*, è evidente che in quest'ultimo caso non si può più parlare di isomeria geometrica.

Riservandoci di discutere a fondo l'argomento quando tratteremo delle α-diossime di metilfeniltrichetone $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CO.C_6H_5$, ci limiteremo per ora a dire che attribuendo al complesso $>C:N_2O_3$ dell'α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-chetopentano $CH_3.C(:NOH).C(:N_2O_3).CO.CH_3$ una delle seguenti tre strutture:

$$>C\begin{matrix}NO\\NO_2\end{matrix}, \qquad >C=NO.NO_2, \qquad >C=N\begin{matrix}O\\NO_2\end{matrix}$$

il composto da noi ottenuto sarebbe rispettivamente:

a) l'α-ossimino-β-nitroso-nitro-γ-chetopentano

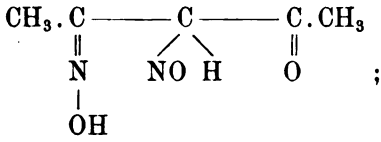
I. $CH_3.C(=N.OH)-C(NO)(NO_2)-C(=O).CH_3$

(²) Dimostrerò nelle Note III e IV come, contrariamente a quanto asseriscono tutti gli Autori che si sono occupati dei perossidi delle gliossime, non sia affatto vero che questi risultino dalle varie forme di una stessa α-diossima per azione del tetrossido di azoto. Intanto esprimo il desiderio che lo studio di questo argomento, il quale, per le difficoltà che attualmente si incontrano nel procurarsi il materiale per le ricerche sperimentali, non è ancora del tutto ultimato, sia lasciato al mio laboratorio.

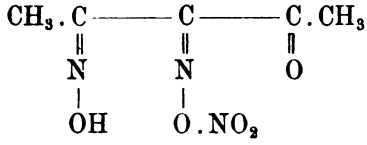
G. P.

Digitized by Google

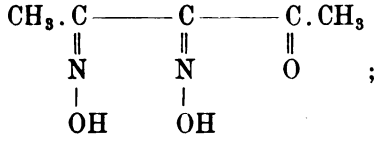
ed allora deriverebbe dalla forma nitroso-ossimica della metil-acetilgliossima

II. 

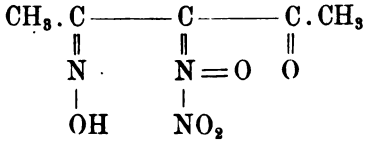
b) il β-nitrito dell'α, β-diossimino-γ-chetopentano

III. 

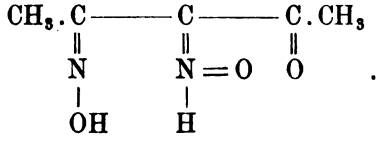
ed allora deriverebbe dalla forma α, β-diossiminica della metil-acetilgliossima

IV. 

c) l' N-nitroderivato

V. 

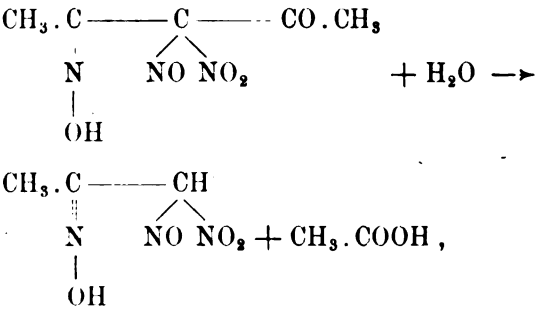
ed allora deriverebbe dalla forma α-ossimino-β-nitronica [3] della metilacetilgliossima

VI. 

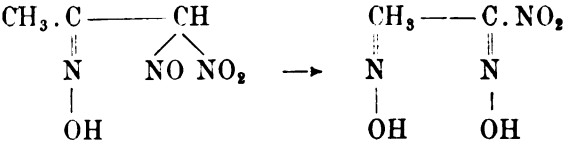
[3] Chiamiamo *forma nitronica* delle chetossime quella che corrisponde ai chetonitroni di Staudinger $R_2 : C : O$ (Helv. II, 554 (1919)).

Digitized by Google

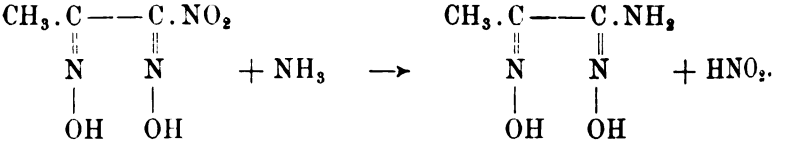
Noi riteniamo che alla chetopseudonitrolossima risultante dall'azione del tetrossido di azoto sulla metilacetilgliossima spetti la formola 1 di α-ossimino-β-nitroso-nitro-γ-chetopentano; infatti trattata con ammoniaca acquosa dà metilaminogliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).NH_2$, il che si spiega facilmente ammettendo che dapprima abbia luogo l'idrolisi



quindi l'isomerizzazione



e finalmente la sostituzione del nitrogruppo della metilnitrogliossima coll'aminogruppo



La prima di dette reazioni, cioè la rottura della catena degli atomi di carbonio fra il gruppo pseudonitrolico ed il carbonile, colla conseguente sostituzione dell'acetile $-CO.CH_3$ coll'idrogeno, fu già da uno di noi osservata (4) per l'amilche-

(4) *G.* 29, I, 358 (1899).

Digitized by Google

topseudonitrolo $CH_3.CH_2.C(:N_2O_3).CO.CH_3$ il quale per azione dell'idrossido di potassio dà acido propilnitrolico ed acido acetico

$$CH_3.CH_2.C(:N_2O_3).CO.CH_3 + H_2O \longrightarrow$$
$$CH_3.CH_2.C\begin{matrix}\diagup NO_2 \\ \diagdown NOH\end{matrix} + CH_3.COOH;$$

l'ultima, cioè la sostituzione dell'aminogruppo al nitrogruppo per azione dell'ammoniaca, è comunissima pei polinitroderivati aromatici, ma finora non è stata effettuata coi nitrocomposti alifatici, ed in realtà questipossono dare sali di ammonio, e per passare, per es., da un nitroidrocarburo della serie grassa all'amina primaria corrispondente si deve ricorrere all'azione dell'idrogeno nascente, ottenendosi come prodotto intermedio l'idrossilamina sostituita (5) $R.NO_2 \longrightarrow R.NHOH \longrightarrow$ $\longrightarrow R.NH_2$. Tuttavia, che il gruppo $-NO_2$ legato al carbonio alifatico possa esser sostituito col gruppo $-NH_2$ per mezzo dell'ammoniaca alcoolica è provato dalla trasformazione degli arilidrazoni della fenilnitroformaldeide nelle corrispondenti idrazidine

$$C_6H_5.C\begin{matrix}\diagup NO_2 \\ \diagdown N.NHAr\end{matrix} + NH_3 \longrightarrow C_6H_5.C\begin{matrix}\diagup NH_2 \\ \diagdown N.NHAr\end{matrix} + HNO_2$$

utilizzata anni fa da uno di noi per la preparazione di queste ultime (6). D'altra parte il composto che risulta trattando con ammoniaca l'α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-chetopentano essendo, in tutte le sue proprietà, identico col prodotto che abbiamo successivamente ottenuto per azione dell'ammoniaca sulla clorometilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).Cl$, cioè per sostituzione del cloro coll'aminogruppo $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).Cl + NH_3 \rightarrow$ $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).NH_2 + HCl$, ha indubbiamente la struttura che gli abbiamo assegnata, cioè è la metilaminogliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).NH_2$. Questa, che è nello stesso tempo una α-diossima ed un'amina primaria, possiede proprietà molto

(5) I nitrati di alchili reagiscono bensì coll'ammoniaca alcoolica a 100° dando le alchilamine $R.ONO_2 + NH_3 \longrightarrow R.NH_2 + HNO_3$, ma si tratta di una reazione di tutt'altro genere.

(6) *G.* 40, I, 77 e 312 (1910).

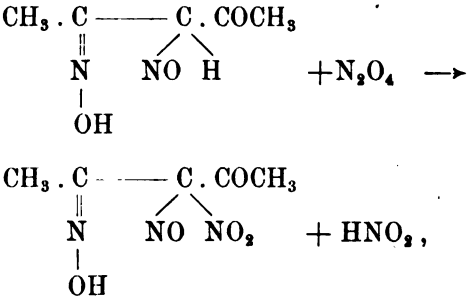
Digitized by Google

interessanti, ad alcuna delle quali accenneremo nella parte sperimentale, riservandocene per più tardi lo studio completo.

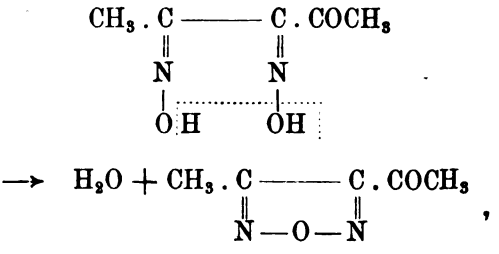
Tornando ora alla metilacetilgliossima, soggiungeremo che essa può anche dare un diacetilderivato, un'anidride interna ed una triossima; per conseguenza, tenendo conto di tutti i fatti sperimentali a nostra conoscenza, riteniamo poter concludere che essa debba venir rappresentata coll'equilibrio fra le due forme tautomere nitroso-ossimica (II) ed α-diossimica (IV):

$$CH_3 . C(:NOH) . CH(NO) . CO . CH_3 \rightleftarrows$$
$$CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . CH_3,$$

la prima delle quali, che è quella dell'α-ossimino-β-nitroso-γ-chetopentano, ci lascia prevedere come per azione del tetrossido di azoto possa dare l'α-ossimino-β-nitroso-nitro-γ-chetopentano



mentre la seconda, che è quella dell'α, β-diossimino-γ-chetopentano, ci spiega come per azione dell'anidride acetica possa essere acetilata a freddo, e possa perdere a caldo una molecola di acqua e dare metilacetilfurazano



Digitized by Google

e per azione dell'idrossilamina possa fornire la dimetiltrichetontriossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3$, nella quale, e lo dimostreremo più avanti, sono indubbiamente contenuti tre ossiminogruppi. In altre parole, ammettiamo che nella metilacetilgliossima l'atomo di idrogeno di uno dei due ossiminogruppi, e precisamente di quello in β, sia mobile e possa migrare dall'ossigeno al carbonio, colla conseguente isomerizzazione del gruppo

$$\begin{array}{l} -C:NOH \\ | \\ -C:NOH \end{array} \quad \text{nel gruppo} \quad \begin{array}{l} -C:NOH \\ | \\ -C\langle {}^{H}_{NO} \end{array}$$

Il gruppo ossimico in β della metilacetilgliossima è lo stesso che preesiste nell'isonitrosoacetilacetone (β-monossima del dimetiltrichetone) $CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . CH_3$, dal quale la diossima risulta per azione dell'idrossilamina. Orbene, se ammettiamo che anche nell'isonitrosoacetilacetone l'atomo di idrogeno ossimico sia mobile e possa migrare dall'ossigeno al carbonio e rappresentiamo detto composto coll'equilibrio

$$\begin{array}{l} CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . CH_3 \\ CH_3 . CO . CH(NO) . CO . CH_3 \end{array} \rightleftarrows$$

ci possiamo spiegare senza difficoltà la sua proprietà di trasformarsi per azione dell'idrazina, della fenilidrazina, della semicarbazide, ecc., nei derivati nel 4-nitrosopirazolo

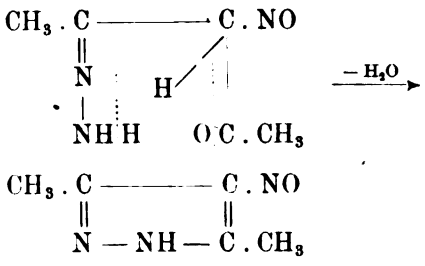
$$\begin{array}{l} HC \text{———} C . NO \\ \quad \| \qquad\quad \| \\ \quad N - NH - CH \end{array}$$

descritti da Wolff (7) e da Sachs ed Ablesen (8). Infatti, se l'isonitrosoacetilacetone si comporta come α, γ-dicheto-β-nitrosopentano, esso deve dare, per es., coll'idrazina, dapprima l'idrazone $CH_3 . C(:N . NH_2) . CH(NO) . CO . CH_3$, il quale poi perde

(7) *A.* *325*, 192 e 193 (1902).
(8) *B.* *40*, 671 (1902).

Digitized by Google

una molecola di acqua, non nel modo poco convincente suggerito da detti Autori, ma in quest'altro, molto più logico



e si trasforma in 4-nitroso-3, 5-dimetilpirazolo.

VI. — **Metilacetilgliossima** (α-diossima del dimetiltrichetone) $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . CH_3$. Questo composto, già ottenuto da Wolff (9), si prepara nel miglior modo trattando *a freddo* l'isonitrosoacetilacetone $CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . CH_3$ (puro e di fresco preparato) colle quantità teoriche di cloridrato di idrossilamina e di acetato sodico, in soluzione acquosa molto concentrata. Raccolti i cristalli che si depositano dopo riposo di 12 ore, conviene neutralizzare esattamente le acque madri con idrossido di sodio, estrarle ripetute volte con molto etere, seccare la soluzione eterea su solfato sodico anidro, distillare il solvente a bagno d'acqua fino ad inizio di cristallizzazione (10), far evaporare il rimanente nel vuoto e lavare il residuo solido, imbevuto di una piccola quantità di olio, con poco cloroformio freddo.

La *metilacetilgliossima* $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . CH_3$ che si separa dalla soluzione acquosa, fonde, dopo essiccazione nel vuoto, a 138°; fatta cristallizzare dalla sua soluzione in etere anidro mediante aggiunta di eteri di petrolio anidri, fonde a 141°, in ogni caso inverdendo e decomponendosi vivamente con formazione di metilacetilfurazano. Al microscopio si presenta in laminette allungate, sovente a contorno rettangolare

(9) *A.* *325*, 194 (1902).

(10) Se da questa soluzione eterea si eliminasse tutto il solvente col riscaldamento, si otterrebbe un prodotto colorato in verde e spontaneamente decomponibile, talora con grande violenza.

Digitized by Google

e spesso riunite in aggregati a struttura pennata, dotate di birifrangenza forte con estinzione parallela alla direzione di allungamento.

È molto solubile anche a freddo nell'acqua; solubilissima nell'alcool e nell'acetone; discretamente solubile nell'etere; quasi insolubile a freddo negli altri ordinari solventi organici. L'acqua ed i solventi organici non perfettamente anidri la alterano col riscaldamento ed a questo fatto è dovuto il basso punto di fusione (128°) del prodotto descritto da Wolff (loc. cit.).

Si scioglie a freddo nell'acido solforico concentrato con colorazione verde smeraldo, e senza colorazione nell'idrossido di sodio. Dalla soluzione in quest'ultimo l'etere la estrae inalterata, ed il cloruro di benzoile non provoca la separazione di un benzoilderivato.

In soluzione acquosa non intacca il nichel, il cobalto, il rame ed il ferro e neppure reagisce coi sali di questi metalli.

Diacetilderivato $CH_3.C(:NO.COCH_3).C(:NO.COCH_3).CO.CH_3$. Risulta sciogliendo a freddo la metilacetilgliossima nell'anidride acetica, e cristallizzato da una miscela di etere con eteri di petrolio si presenta in prismetti bianchi fusibili a 77°-78° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,0812 : N cc. 8,8 a 17°5 e 725,250 mm.
Per $C_9H_{12}O_5N_2$: calc. % N 12,28, trov. N 12,24.

È insolubile nell'acqua; solubile a freddo nei comuni solventi organici, ad eccezione degli eteri di petrolio. Riscaldato con acqua si trasforma in metilacetilfurazano.

α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-chetopentano $CH_3 . C(:NOH) . C(:N_2O_3) . CO . CH_3$. Si ottiene trattando la metilacetilgliossima sospesa in etere anidro raffreddato con ghiaccio, con un po' più di una molecola di tetrossido di azoto, per il che si ha quasi subito un liquido limpido, il cui colore, dapprima bruno intenso, diventa poi leggermente giallognolo. Lavando detto liquido con poca acqua, disseccandolo con solfato sodico anidro ed addizionandolo di una quantità sufficiente di eteri di petrolio precipita l'*α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-chetopentano* $CH_3.C(:NOH).C(:N_2O_3) . CO . CH_3$, il quale, ridisciolto in etere e fatto cristal-

Digitized by Google

lizzare mediante aggiunta di eteri di petrolio, costituisce prismetti bianchi fusibili con viva decomposizione a 102°-103°.

I. Sostanza gr. 0,1958 : CO_2 gr. 0,2393, H_2O gr. 0,0678.
II. Sostanza gr. 0,0885 : N cc. 16,5 a 8°5 e 733,174 mm.
Per $C_5H_7O_5N_3$: calc. % C 31,74 H 3,70 N 22,22
trov. 31,74 3,95 21,83.

È solubile a freddo in alcool, etere, acetone; poco solubile in benzene ed in cloroformio (riscaldato con questi ultimi solventi si altera); insolubile in eteri di petrolio ed in ligroina; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in acqua, dalla quale si può cristallizzare operando con cautela poichè alla ebollizione è decomposto con svolgimento di composti nitrosi. Si scioglie a freddo nell'acido solforico concentrato senza colorazione e riprecipita inalterato per aggiunta di acqua. All'aria è stabile e può esser conservato anche per un anno senza che si osservi nessun cambiamento nelle sue proprietà; in boccetta chiusa si decompone invece rapidamente svolgendo composti nitrosi. Le basi anche deboli lo idrolizzano provocando la rottura della catena degli atomi di carbonio fra il gruppo nitrolico ed il gruppo carbonilico: come prodotti primi dell'idrolisi risultano acido acetico e metilnitrogliossima $CH_3.C(:NOH).C(:N_2O_3).CO.CH_3 + H_2O \longrightarrow CH_3.C(:NOH).C(:NOH).NO_2 + CH_3.COOH$ la quale subisce poi ulteriori trasformazioni dando origine a prodotti differenti a seconda della base impiegata.

Sospeso in acqua fredda e trattato con carbonato di argento svolge anidride carbonica: contemporaneamente si forma nitrito di argento, il quale fu riconosciuto alle proprietà ed all'analisi, previa cristallizzazione dall'acqua.

Sostanza gr. 0,3511 : Ag gr. 0,2466.
Per $AgNO_2$: calc. % Ag. 70,10, trov. Ag 70,23.

VII. — **Metilaminogliossima (amidossima dell'acido α-ossiminopropionico)** $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).NH_2$. Si forma introducendo poco a poco l'α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-chetopentano in una soluzione acquosa fredda 6N di ammoniaca. Il liquido risultante, di colore rosso bruno, si lascia in riposo per qualche ora, quindi si diluisce con acqua e si tratta

Digitized by Google

con acetato di nichel al 20 %: precipita così il sale di nichel della metilaminogliossima, il quale si raccoglie, si lava bene con acqua e si purifica sciogliendolo in acido cloridrico diluito e riprecipitandolo con ammoniaca. Avendo la metilaminogliossima proprietà basiche, non è possibile isolarla dal suo sale di nichel per trattamento con acido cloridrico ed estrazione con etere ([11]), ma è necessario ricorrere al cianuro potassico, il quale trasforma i composti di nichel delle gliossime in nichelocianuro potassico. A tale scopo conviene sospendere la nichelmetilaminogliossima in pochissima acqua ed addizionare cianuro potassico polverizzato fino a che, agitando fortemente, tutto il sale di nichel siasi disciolto. Il liquido ottenuto, il quale ha reazione basica, si acidifica poi leggermente con acido acetico, per il che una parte della metilaminogliossima si separa allo stato solido e si può senz'altro raccogliere, mentre quella che rimane disciolta si estrae mediante ripetute agitazioni con molto etere.

La *metilaminogliossima* $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . NH_2$ cristallizzata dall'acqua o dall'etere si presenta in aghi od in laminette bianche fusibili a 183°-184° senza decomposizione e con parziale sublimazione.

I. Sostanza gr. 0,2831 : CO_2 gr. 0,3201, H_2O gr. 0,1542.
II. Sostanza gr. 0,0899 : N cc. 27,4 a 11° e 742,575 mm.
Per $C_3H_7O_2N_3$: calc. % C 30,77 H 5,98 N 35,89
trov. 30,83 6,05 35,95.

È molto solubile nell'acqua bollente e poco in quella fredda; solubile a freddo in alcool ed in acetone; poco a caldo e meno a freddo in etere; alquanto solubile nel toluene bollente; quasi insolubile anche a caldo in benzene, cloroformio, ligroina. Si scioglie facilmente negli idrossidi dei metalli alcalini e di ammonio e negli acidi diluiti.

([11]) Poichè il cloridrato di metilaminogliossima ed il cloruro nicheloso sono ambedue solubili nell'alcool ed ambedue insolubili negli altri comuni solventi organici, non è possibile separarli neppure dalla miscela che si ottiene evaporando il solvente nel vuoto.

Digitized by Google

In soluzione acquosa intacca lentamente alla temperatura ordinaria e rapidamente verso 100° il nichel in lastra ricoprendolo di una patina aranciata del corrispondente sale, cioè dà la caratteristica reazione che noi abbiamo trovato per quelle α-diossime che Tschugaeff chiama *sin-diossime* [12] e delle quali ci siamo già occupati nella I parte di questo lavoro. Intacca allo stesso modo il cobalto, il ferro ed il rame.

La metilaminogliossima si ottiene anche dalla clorometilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . Cl$ per azione dell'ammoniaca $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) Cl + NH_3 \longrightarrow CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) NH_2 + HCl$. Basta introdurre poco a poco, agitando, la clorometilgliossima in un eccesso di ammoniaca alcoolica, lasciare il tutto in riposo per qualche ora alla temperatura ordinaria, diluire con acqua e trattare con acetato di nichel: si ha così il sale di nichel, dal quale si isola poi la base come è stato detto poc'anzi.

Sale di nichel $(C_3H_6O_2N_3)_2Ni . H_2O$. Prende origine per azione diretta della metilaminogliossima sul nichel; si prepara trattando la soluzione di questa in idrossido di ammonio diluito con acetato di nichel al 20 %. Cristallizzato da una miscela di piridina e di alcool, si presenta in laminette rosso-aranciate, le quali contengono una molecola di acqua di cristallizzazione. Il monoidrato $(C_3H_6O_2N_3)_2 Ni . H_2O$ non diventa anidro nel vuoto e neppure a 100°, ma soltanto a 130°.

I. Sostanza gr. 0,1080 : N cc. 24,08 a 10° e 734,049 mm.
II. Sostanza gr. 0,5482 : $NiSO_4$ gr. 0,2703.
III. Sostanza gr. 0,2802 : H_2O gr. 0,0156.

Per $C_6H_{12}O_4N_6 + H_2O$: calc. %	N 27,21	Ni 19,01	H_2O 5,83	
trov.	26,83	18,70	5,55.	

È insolubile nell'acqua e nei comuni solventi organici; poco solubile a caldo in piridina. Scaldato si decompone verso 280° senza fondere. È insolubile negli idrossidi di ammonio e di sodio; solubile nel cianuro potassico; facilmente decomposto

---

[12] Usiamo il prefisso *sin* unicamente per semplicità di linguaggio e senza dargli il significato che esso ha nella teoria di Hantsch e Werner da noi non accettata per le ragioni già dette.

Digitized by Google

dagli acidi cloridrico e solforico diluiti, lentamente dall'acido acetico al 50 %.

Dibenzoilderivato $CH_3 . C(:NO . COC_6H_5) . C(:NO . COC_6H_5) . NH_2$. L'abbiamo ottenuto benzoilando la metilaminogliossima sciolta nell'idrossido di sodio con cloruro di benzoile. Cristallizzato dall'alcool si presenta in aghetti bianchi fusibili a 206° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1290 : N cc. 14,5 a 10° e 729,750 mm.
Per $C_{17}H_{16}O_4N_3$: calc. % N 12,92, trov. N 13,07.

È discretamente solubile a caldo e poco a freddo in alcool, benzene, acetone; insolubile nell'acqua, nell'etere e nella ligroina; solubile in cloroformio.

Cloridrato $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . NH_2 . HCl$. Si separa trattando la soluzione eterea della metilaminogliossima con soluzione eterea di acido cloridrico e costituisce prismetti bianchi i quali fondono verso 170° con sviluppo di gas ed alla temperatura ordinaria perdono lentamente acido cloridrico.

Sostanza gr. 0,4991 : AgCl gr. 0,4544.
Per $C_3H_7O_2N_3 . HCl$: calc. % HCl 23,85, trov. HCl 23,17.

È solubile nell'acqua, insolubile nei comuni solventi organici, eccetto l'alcool.

VIII. — **Metilacetilfurazano** $CH_3 . C(=N-O-N=)C . CO . CH_3$.

Si forma nella fusione della metilacetilgliossima e si può ottenere riscaldando cautamente quest'ultima in una stortina immersa in un bagno d'olio: ha luogo una reazione molto energica [13] ed il furazano distilla assai impuro ed in piccola quantità, poichè dalla decomposizione della gliossima risultano anche acido acetico, una resina bruna e tracce di composti nitrosi. Per prepararlo conviene far bollire per alcuni minuti gr. 10 di metilacetilgliossima con un eccesso di anidride acetica e con acetato sodico fuso; avvenuta la reazione (la quale, anche

[13] Occorre operare con non più di 1 gr. per volta.

Digitized by Google

in questo caso, è piuttosto vivace ed è accompagnata da sviluppo gassoso), si tratta con acqua, si neutralizza con carbonato sodico, si distilla col vapore, si separa il furazano e lo si secca con cloruro di calcio fuso.

È un liquido incoloro, più denso dell'acqua, nella quale è un po' solubile; di odore soffocante dolciastro. Bolle inalterato a 154°5 (Ho = 742,835 mm., colonna nei vapori).

Sostanza gr. 0,2449 : CO_2 gr. 0,4287, H_2O gr. 0,1072.
Per $C_5H_6O_2N_2$: calc. % C 47,61, H 4,77
trov. 47,74, 4,86.

Ossidato con permanganato potassico in presenza di acido solforico al 50 % dà l'acido metilfurazancarbonico

```
CH3 . C ——— C . COOH
      ‖      ‖
      N — O — N
```

fusibile, anidro, a 74°, conforme ai dati di Wolff [14].

Ossima

```
CH3 . C ——— C . C (:NOH) . CH3.
      ‖      ‖
      N — O — N
```

Si ottiene riscaldando leggermente il metilacetilfurazano sciolto in alcool con soluzione acquosa di cloridrato di idrossilamina e di carbonato sodico. Cristallizzata dalla ligroina o dall'alcool acquoso, si presenta in laminette bianche fusibili a 86° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1649 : N cc. 42 a 12° e 735,537 mm.
Per $C_5H_7O_2N_3$: calc. % N 29,78, trov. N 29,65.

È discretamente solubile a caldo e poco a freddo nell'acqua e nella ligroina; solubile nei comuni solventi organici.

Acetilata alla temperatura ordinaria con anidride acetica dà un *acetilderivato*

```
CH3 . C ——— C . C (:NO . COCH3) . CH3
      ‖      ‖
      N — O — N
```

il quale è molto solubile a freddo in alcool, etere, acetone, benzene, cloroformio; discretamente solubile nella ligroina e negli eteri di petrolio, e cristallizza dall'alcool acquoso in lunghi aghi bianchi fusibili a 60°-61° senza decomposizione.

---

[14] *B.* 28, 71 (1895).

Digitized by Google

Sostanza gr. 0,1094 : N cc. 22,2 a 17°5 e 727,250 mm.
Per $C_7H_9O_3N_3$: calc. °/₀ N 22,95, trov. N 22,92.

Detto acetilderivato risulta pure dalla triossima del dimetiltrichetone $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).C(:NOH).CH_3$ per azione dell'anidride acetica, come diremo più avanti.

Benzoilando l'ossima del metilacetilfurazano sciolta nello idrossido di sodio se ne ottiene il *benzoilderivato* $CH_3.C$———$C.$
‖ ‖
N—O—N
$C(:NO.COC_6H_5).CH_3$ il quale cristallizza dall'alcool in prismetti bianchi fusibili a 120°-21° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1450 : N cc. 21,6 a 18° e 732,379 mm.
Per $C_{12}H_{11}O_3N_3$: calc. °/₀ N 17,10, trov. N 16,92.

E molto solubile a caldo e poco a freddo in alcool; discretamente a caldo e pochissimo a freddo in ligroina; solubile a freddo in etere, acetone, cloroformio, benzene.

Idrazone $CH_3.C$———$C.C(:N.NH_2).CH_3$. Si forma
‖ ‖
N—O—N
riscaldando a bagno d'acqua bollente la soluzione alcoolica del metilacetilfurazano con idrato di idrazina, e cristallizzato dall'alcool o dal toluene si presenta in prismetti bianchi fusibili a 120°, senza decomposizione, ma rammollendo alcuni gradi prima.

Sostanza gr. 0,1275 : N cc. 45,6 a 22° e 729,060 mm.
Per $C_5H_8ON_4$: calc. °/₀ N 40,00, trov. N 39,87.

È molto solubile a caldo e poco a freddo in alcool ed in toluene; solubile a freddo negli altri ordinari solventi organici.

Fenilidrazone $CH_3.C$———$C.C(:N.NHC_6H_5).CH_3$. Si
‖ ‖
N—O—N
prepara trattando con acido acetico e con fenilidrazina il metilacetilfurazano sciolto nell'alcool acquoso e cristallizza dall'alcool in aghi paglierini fusibili a 174° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1308 : N cc. 29 a 12° e 735,537 mm.
Per $C_{11}H_{12}ON_4$: calc. °/₀ N 25,92, trov. N 25,81.

Digitized by Google

È discretamente solubile a caldo e poco a freddo in alcool ed in ligroina; solubile a freddo in acetone, benzene, cloroformio, etere.

Semicarbazone

$$\begin{array}{l} CH_3 . \overset{}{C} \text{———} C . C(:N . NHCONH_2) . CH_3 . \\ \quad\;\;\, \| \qquad\quad\;\; \| \\ \quad\;\, N - O - N \end{array}$$

Si ottiene trattando il metilacetilfurazano con cloridrato di semicarbazide ed acetato sodico in soluzione acquoso alcoolica, e cristallizzato dall'alcool si presenta in prismetti bianchi fusibili a 232°.

Sostanza gr. 0,0895 : N cc. 30,4 a 14° e 718,340 mm.
Per $C_6H_9O_2N_5$: calc. °/₀ N 38,25, trov. N 38,35.

È poco solubile a caldo e pochissimo a freddo nell'alcool; solubile a freddo negli altri ordinari solventi organici.

IX. — **Triossima del dimetiltrichetone** (α, β, γ-triossiminopentano) $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C(:NOH) . CH_3$. Questo composto, che è il primo termine della serie delle triossime degli α, β, γ-trichetoni, si forma scaldando per alcune ore su bagno d'acqua bollente la metilacetilgliossima con un piccolo eccesso della quantità teorica di cloridrato di idrossilamina e di acetato sodico in soluzione acquosa [15]. Per isolarla conviene passare per il suo sale di nichel, ed a tale scopo si diluisce con acqua il prodotto della reazione, e dopo averlo addizionato di una discreta quantità di acetato sodico lo si tratta con acetato di nichel al 20 °/₀. Il precipitato che in tal modo risulta si lava con acqua, si scioglie in acido cloridrico diluito, si riprecipita con acetato sodico, si lava con acetone, si ridiscioglie nuovamente in acido cloridrico e si estrae ripetute volte con molto etere. Eliminando il solvente e cristallizzando il residuo dall'acqua si ottiene finalmente la triossima in prismetti bianchi fusibili a 175° con viva decomposizione.

---

[15] Si può anche preparare direttamente dall'isonitroacetilacetone $CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . CH_3$ (β-monossima del dimetiltrichetone), ma in questo modo si ottiene un prodotto meno puro.

Digitized by Google

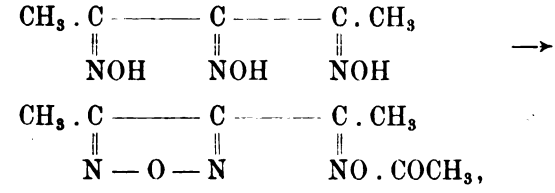
I. Sostanza gr. 0,2158 : CO_2 gr. 0,3008, H_2O gr. 0,1110.
II. Sostanza gr. 0,1264 : N cc. 28,9 a 13° e 732,102 mm.
Per $C_5H_9O_3N_3$: calc. % C 37,73 H 5,66 N 26,41
trov. 38,01 5,71 26,40.

È molto solubile a caldo e meno a freddo nell'acqua; solubile a freddo in alcool, acetone, etere; quasi insolubile anche a caldo in benzene, cloroformio, toluene, eteri di petrolio, ligroina.

Si scioglie nell'acido solforico concentrato e negli idrossidi dei metalli alcalini senza colorazione.

In soluzione acquosa intacca con facilità il nichel, il cobalto, il rame ed il ferro compatti, cioè ha un comportamento simile a quello delle cosidette sin-gliossime studiate nella I parte di questo lavoro.

Trattata a freddo con anidride acetica in presenza di acetato sodico fuso si trasforma nell'acetilderivato dell'ossima del metilacetilfurazano.



vale a dire dei suoi tre ossiminogruppi quello in γ viene acetilato mentre gli altri due perdono assieme una molecola di acqua.

Sale di nichel $(C_5H_8O_3N_3)_2Ni$. Si forma rapidamente scaldando su bagno d'acqua bollente la soluzione acquosa della dimetiltrichetontriossima con una lastra di nichel, ma conviene prepararlo addizionando alla soluzione acquosa della triossima acetato di nichel al 20 %, per il che si separa subito come un precipitato giallo-aranciato. Cristallizzato da una miscela di piridina e di alcool, si presenta in prismetti rosso-aranciati; cristallizzato dall'acetone, è in finissimi aghi appiattiti di colore alquanto più chiaro.

I. Sostanza gr. 0,1290 : N cc. 25,1 a 14° e 730,615 mm.
II. Sostanza gr. 0,1436 : nicheldimetilgliossima gr. 0,1088.
Per $C_{10}H_{16}O_6N_6Ni$: calc. % N 22,68 Ni 15,68
trov. 22,34 15,42.

Digitized by Google

Riscaldato imbrunisce senza fondere verso 260°; è solubile in piridina; discretamente solubile a caldo e poco a freddo nell'acetone; insolubile negli altri comuni solventi organici. Si scioglie negli idrossidi dei metalli alcalini e di ammonio con colorazione rosso-aranciata. Gli acidi cloridrico e solforico diluiti lo decompongono facilmente mettendo in libertà la triossima che rimane disciolta nel liquido.

Dalle analisi su riportate risulta che *il sale di nichel della dimetiltrichetontriossima deriva da due molecole di triossima* per sostituzione di due atomi di idrogeno ossimico, uno per ciascuna molecola, con un atomo di nichel, cioè è dello stesso tipo di quei composti che Tschugaeff [16] considera come caratteristici delle cosidette forme *sin* delle α-diossime. Esperienze preliminari ci permettono di asserire che hanno il medesimo comportamento anche altre α, β, γ-triossime pochissimo studiate o non conosciute e sulle quali riferiremo prossimamente; limitandoci per ora ad osservare come la β-monossima del dimetiltrichetone (isonitrosoacetilacetone) $CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . CH_3$ dà un sale cobaltoso [17], la α, β-diossima (metilacetilgliossima) $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . COCH_3$ non dà sali, la α, β, γ-triossima (dimetiltrichetontriossima) dà il sale nicheloso su descritto.

Tribenzoilderivato $CH_3 . C(:NO . COC_6H_5) . C(:NO . COC_6H_5) . C(:NO . COC_6H_5) . CH_3$. Si ottiene benzoilando la dimetiltrichetontriossima sciolta in idrossido di sodio con cloruro di benzoile e cristallizza dall'alcool metilico in prismetti bianchi fusibili a 191°-92° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1876 : N cc. 15 a 20° e 723,531 mm.
Per $C_{26}H_{21}O_6N_3$: calc. % N 8,92, trov. N 8,93.

È discretamente solubile a caldo e poco a freddo nell'alcool metilico ed etilico; solubile a freddo in benzene, acetone, cloroformio; insolubile in etere ed in ligroina.

Torino, Istituto Chimico della R. Università.
Gennaio 1922.

---

[16] " Z. anorg. „, *46*, 148 (1905); *B. 41*, 1678 (1908); " Chem. Soc. „, *105*, 2187 (1914).

[17] *G. 52*, I (1922).

Digitized by Google

Volume, area, lunghezza e curvatura di una figura

Nota di U. CASSINA

Presentata dal Socio nazionale residente Peano

1. — Sia u un *solido*, o una *superficie*, o una *linea*, o un insieme qualunque di punti, cioè una *figura* o classe di punti.

Supponiamo che questa figura sia *finita*, cioè: le distanze di due punti arbitrari di u abbiano un limite superiore finito. Sia h un numero reale assoluto: allora con " sol (u, h) „ indicheremo il solido formato dai punti la cui distanza da u è minore od eguale ad h. In simboli del *Formulario Mathematico* di G. Peano (ed. V, Bocca, Torino, a. 1908):

$$(1) \qquad u \in \mathrm{Cls}' \mathrm{p} \,.\, \exists\, u \,.\, \mathrm{l}'(u - u) \in \mathrm{Q}_0 \,.\, h \in \mathrm{Q} \,.\, \supset \,.$$
$$\mathrm{sol}\,(u, h) = \mathrm{p} \cap x\, \ni [\mathrm{dist}\,(x, u) \leqq h] \qquad \text{def.}$$

Questo solido ha un volume che in generale, cioè nei casi più comuni, si può sviluppare secondo le potenze di h, e si ha:

$$(\alpha) \qquad \mathrm{Volum\ sol}\,(u, h) = A + Bh + Ch^2 + Dh^3,$$

ove i coefficienti A, B, C, D dipendono dalla natura della figura u, *e non da* h; e sono rispettivamente un *volume*, un'*area*, una *lunghezza* ed un *numero astratto*. Si tratta di trovarne il significato geometrico e di precisare la validità del precedente sviluppo.

Il primo termine A è, evidentemente, il *volume* della figura u, ove questa figura abbia volume proprio. Altrimenti è il suo *volume esterno* (v. *Form.*, pag. 379).

Digitized by Google

Supponiamo ora che u sia una *superficie*. Allora Volum $u = 0$; e dallo sviluppo (α) si ottiene:

$$B = 2 \lim_{h \to 0} [\text{Volum sol } (u, h)] : (2h);$$

quindi B 2 indica l'*area* della superficie u, secondo la definizione di area più semplice e naturale proposta dapprima da C. W. Borchardt (a. 1854) e poi da H. Minkowski (a. 1901) e contenuta nel *Formulario* a p. 384.

Supponiamo ora che la figura u sia una *linea*. Allora Volum u = Area $u = 0$; e dallo sviluppo (α) si ottiene:

$$C = \pi \lim_{h \to 0} [\text{Volum sol } (u, h)] / (\pi h^2);$$

cioè $C\,\pi$ è la *lunghezza* della linea u secondo una definizione analoga alla precedente (contenuta nel *Formulario* a p. 386).

D'altra parte, vedremo che se u è una *superficie*, allora la quantità numerica D non differisce essenzialmente dalla *curvatura integra*, considerata da Gauss, della superficie stessa.

Inoltre lo sviluppo (α) può talvolta valere per tutti i valori di h; ma può anche non valere, sotto forma finita, per nessun valore di h; per cui questo sviluppo non si deve intendere sempre nel significato algebrico, ma bensì nel senso attribuito dal Peano (a. 1884; cfr. *Form.*, p. 299) agli *sviluppi asintotici*.

Quindi daremo le definizioni seguenti, che valgono sotto le ipotesi (1).

$$(2) \quad \text{Ar } u = \lim_{h \to 0} \{ \text{Volum sol } (u, h) - \text{Volum } u \} / (2h).$$

$$(3) \quad \text{Lon } u = \lim_{h \to 0} \{ \text{Volum sol } (u, h) - \text{Volum } u - 2h \,\text{Ar}\, u \} / (\pi h^2).$$

$$(4) \quad \text{Curv } u = \lim_{h \to 0} \{ \text{Volum sol } (u, h) - \text{Volum } u - 2h \,\text{Ar}\, u - \pi h^2 \,\text{Lon}\, u \} : (4/3\, \pi h^3).$$

Le espressioni " Ar u „, " Lon u „, " Curv u „ saranno da noi lette rispettivamente: *area di u, lunghezza di u, curvatura di u*.

Dalle definizioni date risulta che, se si applica lo sviluppo asintotico alla funzione di h " Volum sol (u, h) „, allora il coefficente di h^0 dà il *volume* di u, quello di $2h$ l'*area*, quello di πh^2 la *lunghezza* ed infine quello di $4\pi h^3/3$ la *curvatura*.

Digitized by Google

2. — Degli enti introdotti uno è essenzialmente nuovo: la *lunghezza* d'un *solido*. Vediamo a che cosa è eguale in alcuni casi semplici.

Consideriamo dapprima delle figure per le quali, qualunque sia il numero positivo h, vale lo sviluppo di: Volum sol (u, h).

1) Sia u una *sfera* (solido) di raggio R. Allora:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = 4\pi R^3/3 + (2\pi R^2)\,2h + (4R)\,\pi h^2 + 4\pi h^3/3;$$

quindi:

Per una *sfera* (solido): *l'area è eguale ad un mezzo dell'area del suo contorno; la lunghezza è eguale a quattro volte quella del suo raggio; la curvatura è eguale ad uno.*

In generale troveremo che se u è un solido convesso, allora la sua area è eguale alla metà di quella del suo contorno; e la sua curvatura è eguale ad 1.

2) Sia u un *parallelepipedo rettangolo* pieno, di dimensioni a, b, c. Allora:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = abc + 2h\,(ab + bc + ca) + \\ + \pi h^2\,(a + b + c) + 4\pi h^3/3;$$

quindi:

La lunghezza d'un parallelepipedo rettangolo pieno è eguale alla somma di quelle degli spigoli uscenti da uno stesso vertice.

3) Sia u un *cilindro circolare retto* pieno, di raggio R ed altezza a. Allora:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = \pi R^2 a + (\pi R^2 + \pi Ra)\,2h + \\ + (a + \pi R)\,\pi h^2 + 4\pi h^3/3;$$

quindi:

La lunghezza d'un cilindro circolare retto (solido) è eguale alla somma di quella dell'altezza con quella della semicirconferenza di base.

4) Sia u un *cono circolare retto* (solido) di altezza a, raggio di base R, lato l, ed angolo al vertice di 2α radianti. Allora:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = \pi R^2 a/3 + (2h)\,\pi R\,(l + R)/2 + \\ + \pi h^2\}\,a + R\,(\pi/2 + \alpha)\,\{ + 4\pi h^3/3;$$

quindi:

Digitized by Google

La lunghezza d'un cono circolare retto (solido) è eguale a quella dell'altezza aumentata di quella d'un arco della circonferenza di base il cui angolo al centro è eguale ad un retto più il semiangolo del cono.

5) Sia u un *poliedro convesso*, di cui f è il numero delle facce, v quello dei vertici ed s quello degli spigoli; inoltre siano σ_i e l_i rispettivamente una faccia ed uno spigolo del poliedro u. Indichiamo poi con " dihed l_i " la misura in radianti della sezione normale del diedro avente per spigolo l_i; allora:

$$\text{Ar}\quad u = 1/2 \sum_1^f \text{Area}\ \sigma_i$$

$$\text{Lon}\quad u = 1/(2\pi) \sum_1^s \text{Long}\ l_i\ (\pi - \text{dihed}\ l_i)$$

$$\text{Curv}\ u = 1;$$

quindi:

La lunghezza d'un poliedro convesso (solido) è eguale a $1/(2\pi)$ *moltiplicato per la somma dei prodotti degli spigoli per la misura in radianti delle sezioni normali dei loro diedri supplementari.*

Tali formole si trovano subito calcolando, al solito, Volum sol (u, h).

COROLLARIO: *La lunghezza del* ***prisma*** *è eguale a quella del lato aumentata di quella del semiperimetro di base.*

6) Sia u un *poligono convesso* (superficie), ed s il suo contorno; allora:

$$\text{Volum sol}\ (u, h) = 2h\ \text{Area}\ u + \pi h^2/2\ \text{Long}\ s + 4\pi h^3/3;$$

quindi:

Per un poligono convesso (superficie) la lunghezza è eguale ad un mezzo della lunghezza del suo contorno; e la curvatura è eguale ad uno.

Risultato analogo si ha per tutte le superficie convesse piane.

7) Se u è un segmento, allora:

$$\text{Volum sol}\ (u, h) = \pi h^2\ \text{Long}\ u + 4\pi h^3/3;$$

quindi anche la curvatura d'un segmento è eguale ad uno.

Diamo ora degli esempi in cui h deve essere convenientemente scelto affinchè valga lo sviluppo asintotico di Volum sol (u, h):

Digitized by Google

8) Sia u una *corona circolare* (superficie) limitata da due circonferenze di raggi R ed R_1.

Se $R > R_1$ e $0 < h < R_1$, si deduce:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = 2h\pi\,(R^2 - R_1^2) + \pi h^2 \pi\,(R + R_1);$$

quindi:

La curvatura d'una corona circolare (superficie) è eguale a zero.

9) Sia u una *superficie sferica* di raggio R; allora se $0 < h < R$, si deduce:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = (2h)\,4\pi R^2 + (4\pi h^3/3)\,2;$$

quindi:

La lunghezza d'una superficie sferica è nulla; e la curvatura è eguale a 2.

10) Sia u la *superficie laterale d'un cilindro* circolare retto di raggio R ed altezza a. Se $0 < h < R$, si ottiene:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = (2h)\,2\pi R a + (\pi h^2)\,2\pi R;$$

quindi:

La lunghezza della superficie laterale d'un cilindro circolare retto è eguale a quella della circonferenza di base; e la curvatura è nulla.

11) Sia u un *toro* (solido) descritto da un cerchio di raggio R, il cui centro descrive una circonferenza di raggio $a > R$. Allora, se $0 < h < a - R$, si deduce:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = \pi R^2\,2\pi a + h\,(2\pi R\,2\pi a) + (\pi h^2)\,2\pi a;$$

quindi:

La lunghezza del toro (solido) u è eguale a quella della circonferenza descritta dal centro del cerchio generatore; e la curvatura è nulla.

12) Sia u la *superficie d'un parallelepipedo* rettangolo di dimensioni a, b, c. Allora, se $2h$ è un numero reale assoluto minore del minimo dei tre numeri a, b, c, si deduce:

$$\text{Volum sol}\,(u, h) = 2\,(ab + bc + ca)\,2h -$$
$$- \pi h^2\,(a + b + c)\,(4 - \pi)/\pi + (1 + 6/\pi)\,4\pi h^3/3.$$

Digitized by Google

La superficie d'un parallelepipedo rettangolo ci dà dunque un esempio semplicissimo d'una figura la cui *lunghezza è negativa*, e la cui *curvatura è irrazionale*.

La curvatura (al pari del volume, dell'area e della lunghezza) può essere infinita. Per es. la figura costituita dai punti di una retta di ascisse 1, 1/2, 1/3, 1/4, ... ha curvatura infinita.

3. — Scriviamo in simboli la definizione ben nota di figura convessa:

$$(5) \qquad u \in \text{conv.} = : . u \in \text{Cls}' \text{p} . \exists u : x, y \in u . \supset_{xy} . x \vdash y \supset u \quad \text{def.}$$

Allora: *La curvatura d'una figura convessa è sempre eguale ad 1.* In simboli:

$$(6) \qquad u \in \text{conv.} \supset . \quad \text{Curv } u = 1.$$

Tale teorema è vero se u è un segmento, un poliedro convesso o un poligono convesso.

Se poi u è un solido convesso finito, il teorema risulta subito dal fatto che la curvatura d'una tale figura (analogamente a quanto avviene per il volume, l'area e la lunghezza) è eguale al limite superiore delle curvature dei poliedri convessi interni. Cose analoghe intendansi dette se u è una figura convessa piana.

4. — Seguendo Hamilton e Peano indichiamo con Uv la classe dei vettori unitari. Allora sia f una funzione numerica definita nel campo Uv.

Consideriamo la superficie sferica di centro un punto arbitrario O e di raggio 1. Essa è descritta dal punto $O + r$ al variare di r nel campo Uv. Sia $d\omega$ un elemento di questa superficie sferica nelle vicinanze del punto $O + r$; allora daremo il nome di *integrale sferico* all'integrale $\int (fr)\, d\omega$, esteso a tutta la superficie sferica; e, imitando le notazioni del *Formulario* (v. pag. 443) lo indicheremo anche con $\int (f, \text{Uv})$.

Riferendoci a tre vettori unitari ortogonali i, j, k, se φ e θ sono rispettivamente la longitudine e la colatitudine del punto $O + r$, cioè se:

$$r = \cos\varphi \sin\vartheta\, i + \sin\varphi \sin\vartheta\, j + \cos\vartheta\, k,$$

Digitized by Google

sarà:

$$(a) \qquad \int (f, \mathrm{U}v) = \int f r \, \mathrm{d}\omega = \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_0^{\pi} (f r) \sin\theta \, \mathrm{d}\theta .$$

Indichiamo con r la retta passante per il punto O e parallela al vettore r; e con $\mathrm{I}r$ il piano passante per O e perpendicolare ad r. Allora, se u è una figura, con $\mathrm{Proj}(u, r)$ e $\mathrm{Proj}(u, \mathrm{I}r)$ indicheremo la figura costituita dalle proiezioni ortogonali di u rispettivamente sulla retta r o sul piano $\mathrm{I}r$.

Nelle ipotesi precedenti si hanno i notevoli teoremi seguenti, che crediamo nuovi:

Se u è una figura convessa, allora l'area di u è eguale a $1/(2\pi)$ moltiplicato per l'integrale sferico dell'area della figura proiezione di u su un piano arbitrario; cioè:

$$\mathrm{Ar}\, u = 1/(2\pi) \int \mathrm{Area\ Proj}(u, \mathrm{I}r) \, \mathrm{d}\omega .$$

La lunghezza di u è eguale a $1/(2\pi)$ moltiplicato per l'integrale sferico della lunghezza della figura proiezione di u su una retta arbitraria.

Cioè:

$$\mathrm{Lon}\, u = 1/(2\pi) \int \mathrm{Long\ Proj}(u, r) \, \mathrm{d}\omega .$$

In simboli:

$$u \in \mathrm{conv.}\, \mathfrak{O} : . \, o \in \mathrm{p} \, . \, \mathfrak{O}_o :$$

$$(7) \qquad \mathrm{Ar}\ u = 1/(2\pi)\, \mathrm{S}\,[\mathrm{Area\ Proj}\,\}\, u, \mathrm{I}\,(o + \mathrm{q}r)\,\{\,|\, r, \mathrm{U}v].$$

$$(8) \qquad \mathrm{Lon}\, u = 1/(2\pi)\, \mathrm{S}\,[\mathrm{Long\ Proj}\,\}\, u, o + \mathrm{q}r\,\{\,|\, r, \mathrm{U}v].$$

Dimostrazione.

1) La (8) è vera se u è un segmento.

2) La (7) è vera se u è un poligono convesso.

Infatti, posto $\mathrm{I}u$ eguale al segmento avente per estremi i punti O ed $O + n\,\mathrm{Area}\, u$, ove n è un vettore unitario perpendicolare al piano di u, si ha:

$$\mathrm{Area\ Proj}(u, \mathrm{I}r) = \mathrm{Long\ Proj}(\mathrm{I}u, r).$$

Ma allora, per 1), si deduce:

$$\int \mathrm{Area\ Proj}(u, \mathrm{I}r) \, \mathrm{d}\omega = 2\pi\, \mathrm{Lon}\, \mathrm{I}u = 2\pi\, \mathrm{Ar}\, u .$$

Digitized by Google

3) La (7) è vera se u è un poliedro convesso.

Infatti [cfr. n° 2, 5)]: l'area di u è eguale ad un mezzo dell'area del suo contorno; d'altra parte, la somma delle aree delle proiezioni delle facce di u su Ir è eguale al doppio dell'area della proiezione di u su Ir; quindi, per la 2), si ricava la 3).

4) Se u è un solido convesso e finito, allora l'area di u è eguale al limite superiore delle aree dei poliedri convessi interni; quindi da 3) risulta immediatamente la (7). La quale è pure vera se u è un poligono convesso, v. 2), e se u è un segmento: dunque è vera in generale.

5) Si ha una proposizione analoga alla (7) per le figure piane. Precisamente:

Se u è una figura convessa piana, allora la lunghezza di u (che è eguale ad un mezzo della lunghezza del suo contorno) è eguale a 1/4 *moltiplicato per l'integrale, preso tra* 0 *e* 2π, *della lunghezza della proiezione di u su una retta arbitraria del suo piano.* Cioè:

$$\text{Lon } u = 1/4 \int_0^{2\pi} \text{Long Proj } (u, s)\, d\alpha,$$

ove s è una retta arbitraria del piano della figura.

Se r è un vettore unitario perpendicolare al piano di u. indichiamo con $\text{U v} \perp r$ la classe dei vettori unitari perpendicolari ad r; allora la proposizione precedente in simboli si scrive così:

$$(9) \qquad r \in \text{v} \,.\, r^2 = 1 \,.\, o \in \text{p} \,.\, u \in \text{conv.}\, u \cap \text{plan}\,(o, Ir) : \supset_o :$$
$$\text{Lon } u = 1/4\ \text{S}\,[\text{Long Proj}\,(u, o + \text{q}\, s) \mid s, \text{U v} \perp r].$$

6) Dimostriamo la (8). Ci occorrono alcune formole preliminari che sono conseguenze immediate delle definizioni (1), (2), (3) e (4).

Nelle ipotesi della def. (1), e se inoltre anche k è un numero reale assoluto, si deduce:

$$(10) \qquad \text{sol}\,[\text{sol}\,(u, h), k] = \text{sol}\,(u, h + k).$$

Digitized by Google

Nelle stesse ipotesi si deduce:

(11) $\quad \text{Ar sol}(u, h) = 1/2\ \text{D Volum sol}(u, h),$

(11′) $\quad \text{Lon sol}(u, h) = 1/\pi\ \text{D Ar sol}(u, h),$

(11″) $\quad \text{Curv sol}(u, h) = 1/4\ \text{D Lon sol}(u, h),$

nelle quali D indica la derivazione rispetto ad h.

Formole analoghe si hanno nel piano:

Sia a un piano contenente la figura finita v, ed h un numero assoluto; allora indichiamo con " $\sup_a(v, h)$ „ la figura formata dai punti di a la cui distanza da u è minore od eguale ad h [cfr. (1)]. Se non vi è pericolo di ambiguità tralasceremo l'indice a in " $\sup_a$ „. Allora:

(12) $\quad \text{Lon sup}(v, h) = 1/2\ \text{D Area sup}(v, h).$

Ciò premesso, poichè sol (u, h) è convesso, per la (11′) e la (7) si ha:

$$\text{Lon sol}(u, h) = 1/\pi\ \text{D} \int 1/(2\pi)\ \text{Area Proj}[\text{sol}(u, h), \text{I}r]\ \text{d}\omega =$$
$$= 1/(2\pi^2) \int \text{D Area Proj}[\text{sol}(u, h), \text{I}r]\ \text{d}\omega.$$

Ma:

$$\text{Proj}[\text{sol}(u, h), \text{I}r] = \sup[\text{Proj}(u, \text{I}r), h];$$

quindi, applicando la (12), si deduce:

(β) $\quad \text{Lon sol}(u, h) = 1/(2\pi^2) \int 2\ \text{Lon sup}[\text{Proj}(u, \text{I}r), h]\ \text{d}\omega.$

Facendo in questa h eguale a zero, si ha:

(13) $\quad \text{Lon}\, u = 1/\pi^2 \int \text{Lon Proj}(u, \text{I}r)\ \text{d}\omega.$

Cioè:

La lunghezza d'una figura convessa è eguale a $1/\pi^2$ *moltiplicato per l'integrale sferico della lunghezza della proiezione della figura su un piano arbitrario.*

Per rendere più chiaro il seguito di questa dimostrazione, porremo con Peano (v. *Form.*, pag. 77):

(δ) $\quad (fr) \mid r = f.$

Digitized by Google

Il simbolo $|$, che si legge " variando „, è utile quando non si conosce il segno di funzione sotto forma esplicita.

Tenendo presenti la (α) e la (δ), la (13) può scriversi:

$$\text{Lon } u = 1/\pi^2 \int \{ \text{ Lon Proj } (u, \text{I}r) \mid r, \text{Uv} \}.$$

Se ora s è un vettore unitario perpendicolare ad r, ed s è la retta passante per O parallela ad s, per la (9) si deduce:

$$\text{Lon } u = 1/\pi^2 \int ([1/4 \int \text{Long Proj} \} \text{ Proj } (u, \text{I}r), s \{ \mid s, \text{Uv} \perp r] \mid r, \text{Uv}).$$

Ma:

$$\text{Proj} \} \text{ Proj } (u, \text{I}r), s \{ = \text{Proj } (u, s),$$

quindi:

$$(\epsilon) \qquad \text{Lon } u = 1/(4\pi^2) \int \{ [\int \text{Long Proj } (u, s) \mid s, \text{Uv} \perp r] \mid r, \text{Uv} \}.$$

L'integrazione, nel secondo membro di (ϵ), è estesa a tutte le coppie di vettori r, s unitari e fra di loro ortogonali; e quindi l'integrale non muta se si scambiano i campi di variabilità di r e di s. Cioè la (ϵ) può scriversi:

$$\text{Lon } u = 1/(4\pi^2) \int \{ [\int \text{Long Proj } (u, s) \mid s, \text{Uv}] \mid r, \text{Uv} \perp s \}.$$

Ed allora, integrando rispetto ad r, si deduce la (8).

Derivando la (β) rispetto ad h, e tenendo presente la (11''). si può ottenere, per altra via, la proprietà che la curvatura di ogni figura convessa è eguale ad 1.

5. — Si possono ottenere dei risultati notevoli applicando le definizioni (2), (3), (4) ad un solido generico. Per ora ci limitiamo ad un rapido accenno.

Sia σ una superficie completamente chiusa descritta dal punto P funzione di due variabili numeriche, date in opportuni intervalli, con derivate parziali di tutti gli ordini che ci occorreranno.

Indichiamo con H e K rispettivamente la curvatura media e totale di σ.

Una superficie siffatta la diremo, per brevità, *superficie regolare*; e diremo *regolare* anche il solido τ da essa racchiuso.

Allora:

Digitized by Google

(14) *L'area del solido regolare* τ *è eguale alla metà dell'area del suo contorno. La lunghezza del solido regolare* τ *è eguale a* $1/(2\pi)$ *moltiplicato per l'integrale, esteso a tutta la superficie che lo limita, della curvatura media del suo contorno. La curvatura del solido regolare è eguale a* $1/(4\pi)$ *moltiplicato per l'integrale, esteso a tutta la superficie che lo limita, della curvatura totale del suo contorno.*

Infatti sia $\boldsymbol{n}$ il vettore unitario normale a σ e volto verso l'esterno di τ, e P un punto generico di τ. Allora, se h è un numero reale assoluto, diciamo σ' la superficie parallela a σ descritta dal punto $P + h\boldsymbol{n}$ al variare di P su σ. Ne risulta che il " sol (τ, h) „ si ottiene aggiungendo a τ il solido compreso fra le superficie parallele σ e σ'.

Ma il volume V compreso fra le due superficie parallele σ e σ', è dato da:

$$V = h\int d\sigma + h^2/2\int H d\sigma + h^3/3\int K d\sigma \ (^1);$$

per cui:

$$\text{Volum sol}(\tau, h) = \text{Volum}\,\tau + h\int d\sigma + h^2/2\int H d\sigma + h^3/3\int K d\sigma.$$

Ed allora:

$$\text{Ar}\,\tau = 1/2\int d\sigma; \qquad \text{Lon}\,\tau = 1/(2\pi)\int H d\ ;$$
$$\text{Curv}\,\tau = 1/(4\pi)\int K d\sigma. \qquad \text{c. d. d.}$$

Si hanno anche i teoremi seguenti:

Ogni superficie regolare chiusa ha lunghezza nulla, ed area e curvatura doppie di quelle del solido da essa racchiuso.

Se τ *e* τ' *sono solidi regolari limitati dalle superficie* σ *e* σ'; *e* τ' *è interamente contenuto in* τ, *e la distanza fra* σ *e* σ' *è finita, allora:*

$$\begin{aligned}
&\text{Volum}\,(\tau - \tau') = \text{Volum}\,\tau - \text{Volum}\,\tau';\\
&\text{Ar} \quad \text{„} = \text{Ar}\,\tau + \text{Ar}\,\tau';\\
&\text{Lon} \quad \text{„} = \text{Lon}\,\tau - \text{Lon}\,\tau';\\
&\text{Curv} \quad \text{„} = \text{Curv}\,\tau + \text{Curv}\,\tau'.
\end{aligned}$$

---

(1) Tale formola, dovuta a J. Steiner (a. 1840), si trova nella sua breve nota: *Ueber die parallele Flächen* (*Gesam. Werke*, 2 Bd., pp. 174-176).

Digitized by Google

COROLLARI: *Se in un solido regolare* τ *si fa una* ***lacuna*** *limitata da una superficie chiusa interamente contenuta in* τ *ed avente distanza finita dal contorno di* τ, *allora il solido risultante ha curvatura eguale a* 2.

Più in generale: *Ogni solido multiplamente connesso ottenuto facendo m* ***lacune****, nel modo sopra spiegato, in un solido regolare ha curvatura eguale ad* ***m****.*

Si hanno dei teoremi analoghi per le figure piane.

Quest'ultime proposizioni mostrano come la lunghezza e la curvatura da noi introdotte siano collegate con le varie espressioni proposte per la curvatura di una superficie. C. F. Gauss (a. 1837), infatti, dà il nome di *curvatura integra* all'espressione $\int K d\sigma$ (*Werke*, Bd. 4, p. 227). J. Steiner (a. 1840), nella breve nota già citata, a questa stessa espressione dà il nome di *Summe der Ecken-Krümmung*; egli inoltre dà il nome di *Summe der Kanten-Krümmung* all'espressione $\int H d\sigma$. Tali enti gli si sono presentati per il calcolo del volume compreso fra due superficie parallele, che è lo scopo essenziale di detto lavoro. Lo Steiner si limita ad osservare che $\int H d\sigma$ è nullo per le superficie d'area minima. C. W. Borchardt, infine (a. 1854, *Werke*, p. 81), agli integrali $\int K d\sigma$ e $\int H d\sigma$ dà rispettivamente il nome di *courbure sphérique* e *courbure cylindrique*. L'A. però non precisa il significato geometrico di tali integrali; si limita, facendo uso delle formole di Dirichlet sul potenziale d'un ellissoide, a ricondurre ad integrali semplici il calcolo della curvatura cilindrica d'un ellissoide. A questo risultato si può giungere in modo molto più rapido ricorrendo al teorema (8).

Gennaio 1922.

Digitized by Google

Sull'avvolgimento dei fili o dei trefoli per formare un cavo metallico

Nota di OTTORINO SESINI

Presentata dal Socio nazionale residente Modesto Panetti

Per avvolgere ad elica i fili (od i trefoli) che debbono costituire un cavo, si usano in generale appositi meccanismi i quali, o per mezzo di rotismi epicicloidali, o con dispositivi equivalenti, fanno muovere intorno al prolungamento del cavo in formazione i vari rocchetti donde si svolgono i fili, mantenendo invariato l'orientamento degli assi dei rocchetti stessi, il cui moto si riduce ad una semplice traslazione con traiettoria circolare.

Si afferma che in questo modo si viene ad escludere ogni torsione nei fili durante l'avvolgimento. Può essere interessante, dal lato teorico, ricercare se tale affermazione ha un fondamento rigoroso, o se invece risponde alla realtà solo con approssimazione sufficiente per i casi pratici.

Per far ciò immaginiamo di avvolgere un filo, inizialmente ad asse rettilineo, su di un cilindro di rotazione, secondo un'elica inclinata di α sulle generatrici del cilindro. Studiamo il moto della porzione rettilinea di filo non ancora avvolto (il cui asse sia t), o, meglio, di una sua sezione A.

Se escludiamo la torsione, il moto di avvolgimento sarà in ogni istante una rotazione intorno alla binormale n all'elica nel punto B, fino al quale è arrivato l'avvolgimento. La n è tangente al cilindro contenente l'elica, ed inclinata di α sulla sezione normale del cilindro stesso.

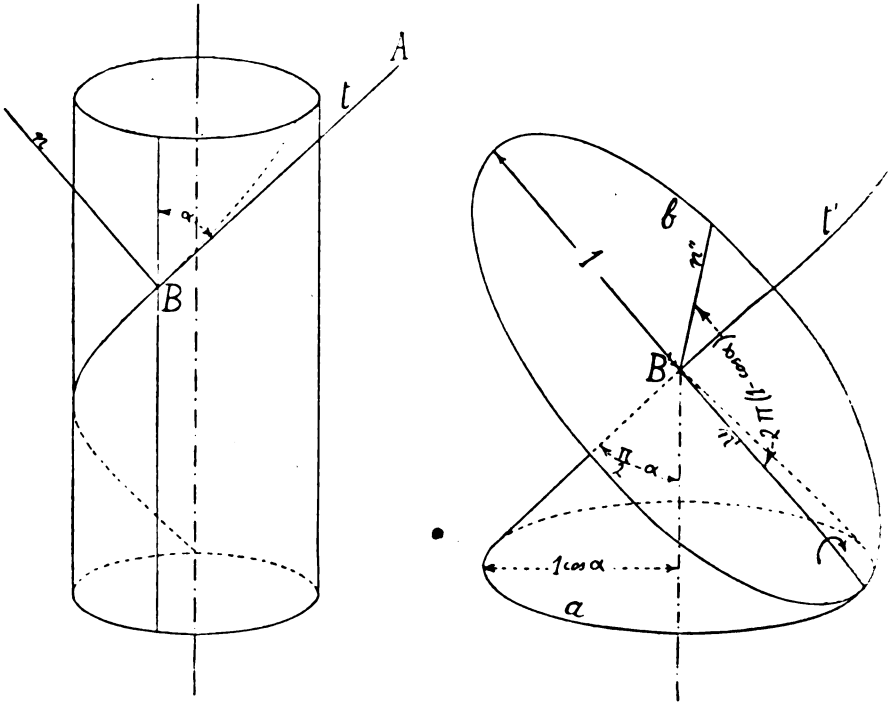
Gli assi di istantanea rotazione del moto di A sono dunque:

In posizione assoluta le binormali n all'elica, che costituiscono una rigata fissa nello spazio.

Digitized by Google

strisciamento sulla rigata fissa, e perciò è da questa ottenibile con flessioni senza estensione. Tale rigata mobile, dovendo avere parametro uguale a quello (costante) della rigata fissa,

In posizione relativa ad A, delle rette normali all'asse t del filo non avvolto, che vengono a formare una rigata mobile con A, e non ancora del tutto definita, ma facilmente determinabile, quando si consideri che essa deve rotolare senza



sarà perciò un elicoide conoide retto, avente come asse la retta t.

Per mezzo di queste rigate si possono facilmente determinare le posizioni di A nei vari istanti. Siccome però al nostro scopo interessano solo le rotazioni, e possiamo prescindere da traslazioni, conviene procedere in modo più spiccio trasportando gli assi istantanei n, parallelamente a sè stessi, in n', a passare cioè pel punto fisso B'; t ed A verranno trasportati, pure parallelamente a sè stessi, in t' ed A'.

Digitized by Google

Gli assi istantanei divengono con ciò:

In posizione assoluta le generatrici di un cono di semiapertura $\frac{\Pi}{2} - \alpha$, ed avente l'asse parallelo a quello del cilindro sopra considerato.

In posizione relativa ad A' un fascio di rette normali a t' e passanti per B'.

Il moto di A' è definito dal rotolamento di un piano normale a t' e passante per B' intorno al cono suddetto. In tale movimento è facile vedere che tutto il sistema mobile (e con esso A' e perciò pure A) viene a subire rotazioni progressive, giacchè un cerchio b di raggio 1 e centro B' segnato sul piano rotolante deve svilupparsi su di un cerchio a di raggio $1 \cos \alpha$ segnato sul conò, e perciò dopo un'intera rotazione (quando t' è tornato nella posizione primitiva, e cioè è stata avvolta una intera spira) del cerchio b avrà rotolato una porzione $2\Pi \cos \alpha$. Il raggio che prima si trovava a contatto col cono si troverà da ultimo in n'', spostato rispetto alla posizione primitiva di un angolo $2\Pi (1 - \cos \alpha)$, in senso tale che la sua proiezione sulla base del cono risulti ruotata nello stesso verso della proiezione di t' (verso dell'avvolgimento).

Per annullare la torsione basterà imprimere al filo, intorno al proprio asse, la rotazione suddetta (evidentemente con moto uniforme) durante l'avvolgimento, supposto pure uniforme, di una spira. Se ω è la velocità angolare di avvolgimento (ossia della proiezione di t sul piano normale all'asse dell'elica), bisognerebbe dare agli assi dei rocchetti che portano il filo una velocità angolare $\omega' = \omega (1 - \cos \alpha)$, nel verso stesso di ω.

Per $\alpha = 17°$ si ha $\omega' = 0{,}044\ \omega$, cioè una velocità praticamente trascurabile, ciò che spiega il metodo in uso.

Bisogna inoltre osservare che, essendo ω' diretto nel senso dell'avvolgimento, il metodo usato in pratica viene a dare ai fili una torsione in senso opposto. La coppia che ne risulta ha perciò il senso stesso dell'avvolgimento, e viene quindi a contrastare la tendenza del cavo a svolgersi, e perciò non è dannosa.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 29 Gennaio 1922

PRESIDENZA DEL COMM. PROF. GAETANO DE SANCTIS
SOCIO ANZIANO

Sono presenti i Soci Patetta, Luzio e Stampini Segretario della Classe.

Hanno scusata l'assenza i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, Brondi e Prato.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 15 corr.

Il Socio De Sanctis, assumendo come anziano la presidenza dell'adunanza, pronuncia le seguenti parole:

" Egregi Colleghi, è una consuetudine vigente da qualche " tempo nella nostra Accademia di non tenerci estranei, anche " fuori del campo degli studi, a tutto ciò che commuove gli " animi dei nostri concittadini. Sarebbe tanto meno conveniente " che ce ne allontanassimo nella dolorosa occasione della morte " del S. P. Benedetto XV quanto più è naturale e, direi, dove- " roso che partecipiamo all'universale compianto per la inattesa " scomparsa di Lui nel momento in cui più pareva promettente " di frutti la sua giornata operosa. Signori, io non voglio anti- " cipare certo sull'opera, così complessa e così poco ancora " conosciuta ne' suoi particolari, di Benedetto XV il giudizio

Digitized by Google

" della storia. Ma questo credo che debbano riconoscere tutti:
" che è certo insigne merito Suo e ad un tempo non piccola
" gloria per noi Italiani che in questo torbido ed oscuro dopo-
" guerra la parola più alta, più solenne, più disinteressata pel
" ritorno della pace tra gli uomini, la iniziativa più provvida
" e più efficace per lenire la miseria di tutti quelli che oggi
" soffrono, senza distinzione alcuna di nazione o di regime, sia
" partita dalla nostra Roma. Ed è pure non piccola gloria per
" lo Stato italiano quella di aver lasciato che il Pontefice
" esplicasse da Roma con piena libertà tale sua opera umani-
" taria e pacificatrice, anche se talora nelle apparenze essa potè
" sembrare in qualche punto non accordarsi interamente coi
" contingenti interessi nostri. Nelle apparenze, dico: poichè la
" verità profonda è che gli interessi dell'Italia coincidono con
" quelli della umanità civile e che nella consapevolezza di tale
" coincidenza sta la forza e sta il segreto del successo che
" potrà avere, io spero, tra le passioni contrastanti dei vinci-
" tori e dei vinti, la politica italiana.. E poichè ho accennato
" all'Italia, permettetemi di chiudere con l'augurio che quel
" ravvicinamento tra la Chiesa e l'Italia pel quale il pontificato
" di Benedetto XV ha segnato una tappa notevolissima, pro-
" gredisca e si rinsaldi ad opera del successore; in quanto, ben
" inteso, esso possa oggi attuarsi senza menomazione alcuna
" della dignità, della potenza e della libertà dell'una e dell'altra,
" ma con vantaggio e con gloria di entrambe „.

Segue il Socio Stampini, il quale non solo consente col Socio De Sanctis nella convenienza che l'Accademia non resti estranea all'universale compianto per la repentina morte di Benedetto XV, ma anche si associa tanto più volentieri all'augurio, con cui il Collega De Sanctis ha chiuso il suo dire, in quanto che egli stesso recentemente, nella ferma convinzione di non contraddire per nulla alle sue idee di vecchio liberale, colse l'occasione per esprimere un simile voto in un discorso

Digitized by Google

che fra pochi giorni sarà pubblicato negli *Atti* della nostra Accademia.

L'Accademico Segretario presenta per la pubblicazione negli *Atti* accademici una *Nota* del Socio nazionale residente Giovanni Sforza intitolata *Gli antenati di Ennio Quirino Visconti.*

In fine sono presentati dall'Accademico Segretario, quale dono dell'autore, il libro del Socio Sforza, che ha per titolo *Vincenzo Gioberti Ministro plenipotenziario a Parigi (29 marzo-5 maggio 1849). Documenti inediti* (dalla " Rassegna storica del Risorg. „, Anno VIII, Fasc. III-IV), e, quale omaggio dell'editore, il vol. di Vladimiro Zabughin, *Vergilio nel risorgimento italiano da Dante a Torquato Tasso*, Vol. Primo (Bologna, Zanichelli). La Classe ringrazia.

Digitized by Google

Gli antenati di Ennio Quirino Visconti

Nota del Socio nazionale residente GIOVANNI SFORZA

A Vernazza, nella diocesi di Luni-Sarzana, per undici generazioni fiorì la famiglia Visconti (1), e vi s'imparentò co' Redoani, co' Caratini e co' Rezasco, " in quel luogo annoverati tra' primi „ (2). Manfredo di Gio. Andrea Visconti, nato a Ver-

(1) I Visconti di Vernazza si ritenevano un ramo di quelli di Milano, e presero come propria l'altera insegna, *in cui* — per dirla col Tasso — *dall'angue esce il fanciullo ignudo.* Avendo l'avv. Achille Gennarelli affermato che il loro lignaggio " era ignobile ne' registri municipali „, Pier Ercole Visconti, figliuolo di Alessandro, fratello di Ennio Quirino, " per contrapposto alla affermata ignobilità e umilissima origine „ della sua stirpe, diede alle stampe i *Documenti che riguardano la famiglia Visconti, dalla Lombardia passata in Vernazza e quindi in Roma*, Roma, senza note tipografiche e anno; in-8° di pp. 16. Uno di questi " documenti „ ha per titolo: *Memoria intorno all'antichità e nobiltà della famiglia Visconti, già Signori di Lampugnano, stabilita nella terra di Vernazza, diocesi di Luno* (sic) *e Sarzana, scritta l'anno 1727.* Son notizie vaghe, confuse ed immaginarie in gran parte. De' Visconti di Vernazza il più vecchio, ricordato da' documenti, è Giovanni di Luciano: *Iohannes Luciani Vescontis de Vernatia*, che nel gennaio del 1548 fu preso al proprio servizio dalla Comunità della Spezia come *galeotus* (rematore delle sue galere) con lo stipendio di tredici lire al mese di buona moneta, da passarsi alla moglie di lui, Angioletta. Cfr. Archivio comunale della Spezia. *Dis. Com.* c. XIIJ. Coll'avvicendarsi degli anni, divenne una delle più agiate e ragguardevoli famiglie delle Cinque Terre, delle quali una è appunto Vernazza; famose fin da' tempi antichi per la squisitezza de' loro vini.

(2) Son parole dell'ab. Francesco Cancellieri, che dà copiose notizie di Giambattista Visconti, padre di Ennio Quirino, in una delle tante note all'opera: *Dissertazioni epistolari di* G. B. Visconti *e* Filippo Waquier

Digitized by Google

nazza il 28 ottobre del 1591, che prese per moglie una pronipote di monsig. Guglielmo Redoani, vescovo di Nebbio. si segnalò nelle armi, e in esse addestrò il nepote Marcantonio Caratini, figliuolo della sua sorella Caterina, che andato al soldo de' Veneziani e fatto cavaliere di S. Marco, " fortiter contra Turcos demicans, subito navis incendio occubuit „ (1). In Roma esercitò la pittura Antonio Maria Visconti, uno degli allievi migliori di Giambattista Gaulli, detto Baciccio, che gli fece il ritratto. Nell'ospedale di Santo Spirito di Roma studiò medicina il nepote Marcantonio (2); il quale, sposata Maria Leonardini, il 26 decembre del 1722 mise al mondo Giambattista, padre di Ennio Quirino (3), e il 13 decembre del 1724 Angela. Quest'ultima quando aveva un anno perdette la madre, a dodici il padre, e restò affidata alle cure della zia materna Margherita Leonardini. Datasi all'ascetismo fin dall'infanzia, consumò la vita tra le più aspre penitenze e la preghiera. Per testimonianza d'un suo biografo, sebbene fosse " di complessione abitualmente infermiccia, spesse volte intraprendea viaggi di dieci e più miglia a piedi, per ascoltare qualche sermone di missionari o

---

DE LA BARTHE *sopra la statua del Discobolo, scoperta nella villa Palombara da Carlo Fea e Giuseppe Antonio Guattani, e con l'aggiunta delle illustrazioni di altri due Discoboli, dissotterrati nella Via Appia e nella Via Adriana, prodotte da* ENNIO QUIRINO VISCONTI, *raccolte ed arricchite con note e con le bizzarre iscrizioni della villa Palombara da* FRANCESCO CANCELLIERI. In Roma, nel MDCCCVI. Presso Antonio Fulgoni, pp. 61-69.

(1) Son parole di un'iscrizione che si legge nella cappella gentilizia de' Visconti in Vernazza. Il matrimonio di Caterina di Gio. Andrea Visconti, sorella di Manfredo, con Pellegrino di Marco Caratini, ebbe luogo il 25 agosto 1619.

(2) Gio. Andrea, figliuolo di Pier Francesco Visconti e di Margherita Leonardini, sposata il 21 aprile del 1689 Angela Bianca Vernaccini, ebbe da lei il nostro Marcantonio e Maria Benedetta. Quest'ultima, il 23 novembre del 1717, prese per marito Michelangelo di Francesco Rezasco. Marcantonio nacque il 19 febbraio del 1699.

(3) Venne battezzato il giorno appresso da Giambattista Zacchia, arciprete di Vernazza, e gli furono imposti i nomi di Giovanni, Antonio, Battista. Ebbe per commare la zia Margherita Leonardini e per compare Gio. Andrea Leonardini, rappresentati per procura da Giovanna Margherita Visconti e dal sacerdote Alessandro Maria Scottino di Bolano, come risulta da' registri parrocchiali.

Digitized by Google

predicatori zelanti, o per prender consigli sulla propria condotta, o per visitare qualche chiesa dedicata a Maria SS.ma, cui professava particolar devozione. Ai lavori di mano e ai viaggi accompagnava ella sempre l'esercizio dell'orazione mentale, o vocale, o spirituali ragionamenti, a vantaggio suo e del prossimo; ed assistendo agli operai nella coltura de' propri poderi, suggeriva loro opportuni ricordi, e trovava tempo per ritirarsi in qualche rimota parte a conversare col Signore, orando. Sapendo esservi femmine bisognose d'istruzione della Dottrina Cristiana, o sconsigliate, o afflitte, recavasi alle case loro, o prendeva altre opportune occasioni per ammaestrarle e porger loro conforti e consigli. Se conosceva tra' suoi attinenti, o in altre famiglie, qualche discordia, o tra' paesani nemicizie, con prontezza s'interponeva e portava pace tra' loro, vincendo con riuscimento felice ogni ritrosia..... Non ostante le ripugnanze del fratello, che più volte si fe' a significarglielo per lettera, e de' congiunti dimoranti in patria, vestiva essa sempre, tanto riguardo al panno, quanto alla forma, d'una maniera inferiore alle sue facoltà e alla sua condizione. Fattasi ad osservare che le femmine di povero stato, con qualche spirito di vanità e qualche maggiore spesa d'aggravio alle famiglie, abbandonavano l'uso primiero di vestire gonne di mezzalana, panno di molta durazione e del minimo prezzo, non tardò essa a vestire di tal guisa. Crebbero allora le doglianze dei congiunti suoi, ma ottenne tosto, con l'esempio, di rimettere in pratica l'antica costumanza, perchè ogni donna dicea: *Così veste la Visconti, posso io tanto più vestire così, senza arrossirne* „.

La marchesa Argentina Imperiali di Genova la chiamò a governare, prima come sotto direttrice, poi come direttrice il ritiro da lei fondato nell'Albergo de' poveri di Carbonara. Introdusse l'uso de' flagelli, di alcuni digiuni in certi giorni, di varie altre penitenze e di parecchi atti di pietà, per l'addietro non praticati. Grande attenzione adoperava per iscorgere se le giovani traevano frutto dalle quotidiane meditazioni e lezioni spirituali, e per adattar le massime alla loro capacità; oltre che ogni dì prendevasi pensiero spiegarle con famigliari conferenze, alcuna volta le rendeva loro sensibili con qualche rappresentanza. Una sera, tra l'altre, dopo aver parlato con gran sentimento delle atroci pene infernali, esortolle tutte a

Digitized by Google

tener ferma la palma della mano sopra la fiamma d'un lumicino per il tratto della recita d'un'*Ave Maria*, ed ottenne che tutte ne facessero con molto orrore la prova, ma essa sola potè resistere al dolore della penosissima scottatura per il tempo prefisso „. Da Carbonara passò poi a Genova, a dirigere il nuovo ritiro, eretto in Carignano presso il convento e la chiesa di S. Giacomo. Ammalatasi gravemente, l'Imperiali la fece trasportare nel proprio palazzo, dove spirò il 28 febbraio del 1773. Essendo ascritta al terz'ordine di S. Francesco, fu sepolta, come desiderava, nella chiesa di S. Maria della Pace de' Minori osservanti riformati. Le vesti da lei usate si conservarono come reliquie; e da' contemporanei venne tenuta per santa (1).

Di Giambattista — l'altro orfanello — si prese cura il prozio, del quale portava il nome, uomo colto, che si era laureato in teologia a Roma, arciprete allora di Vernazza, vicario foraneo ed esaminatore sinodale (2). Dopo averlo fatto istruire presso di sè nel latino da D. Giambattista Bianchi, all'età di quattordici anni lo mandò a Roma a tirare innanzi gli studi; e in Roma, nel latino ebbe per maestro il P. Luigi Bubuni delle Scuole Pie; nel greco e nell'ebraico l'ab. Gennaro Sisti; nella filosofia, nella fisica e nelle matematiche i PP. Leseur, Jacquier e Boscovich. Frequentò anche le lezioni di botanica e di medicina nell'Archiginnasio. Restauratore dell'Accademia de' Varj, ne scrisse gli annali e ne fu segretario, poi principe; l'Arcadia lo contò tra' suoi pastori col nome di Alberilmo Eginense; l'ebbero a socio gli Aborigeni, gli Infecondi ed i Forti; frequentò la Sala Latina, dove si recitavano le commedie di Terenzio; dette più di un saggio di sè come verseggiatore, in italiano e in latino (3); nella chiesa di S. Giovanni de' Fio-

(1) *Vita di Angela Visconti*, d'ignoto autore, ms. nella Biblioteca comunale della Spezia.

(2) Gio. Manfredo Visconti, fratello di questo arciprete, si ascrisse a' Minori riformati di S. Francesco, pigliando il nome di Bonaventura da Vernazza. " Predicatore assai celebre in Roma ed in altre parecchie città e luoghi „ è detto nella *Vita di Angela Visconti*, già ricordata.

(3) Compose due drammi sacri, *Il Tobia* e *La Susanna*, che vennero messi in musica dal maestro Francesco Garzia e stampati. Nelle *Poesie degli Aborigeni* e nelle *Rime degli Infecondi* non mancano versi del padre di Ennio Quirino; parecchi se ne trovano nelle altre raccolte d'allora, sacre e profane.

Digitized by Google

rentini, l'anno 1744, festeggiandosi i Morti, recitò per nove sere un sermone (1). Prese poi a coltivare con tale e tanto ardore la numismatica che " in poco di tempo venne in quella riputato dottissimo „ (2); nè vi fu genere d'antiquaria alla quale non volgesse la mente e gli studi. " Acquistò la bella serie di medaglie imperiali di monsig. Lomellino e l'accrebbe dell'altra sceltissima, a gran prezzo, riunita dal Bondacca. A queste due collezioni procurò con assidua cura sempre nuovi ornamenti di monete inedite; delle quali, e di Colonie principalmente, n'ebbe in buon numero. Scopertasi in Roma una medaglia in bronzo di Britannico, non prima stata veduta, nè congetturata, l'ebbe a competenza di molti per il suo museo, pagandola scudi cinquecento, prezzo che sembrò grandissimo all'Eckhel. Si accresceva per tali acquisti, piuttosto che diminuirsi, nel Visconti il desiderio di possedere rari antichi oggetti. Volle avere gemme incise, di rilievo e di cavo; volle marmi figurati e scritti; volle bronzi, fra i quali tenne il primo luogo una cista mistica, che lasciò pubblicare a Cristoforo Amaduzzi. Altri letterati divulgarono altri monumenti, pigliandoli dalla sua collezione; perchè la sua casa aperta era a tutti; a tutti permesso il valersi delle cose da lui raccolte. Per la qual sua liberale natura, circondato sempre da dotti uomini e da' professori migliori delle tre arti, caro ad insigni personaggi, ebbe, ancora privato, autorità di uomo pubblico „ (3). S'era comprato una carica di notaio apostolico, per procurarsi un grado in società e avere una professione; ma, come notò l'Emèric-David, " un genio predominante lo traeva allo studio degli antichi monumenti „.

---

(1) Emèric-David, *Visconti Jean-Baptiste-Antoine*; nella *Biographie universelle ancienne et moderne*, Paris, chez L. G. Michaud, 1827, tom. XLIX, pp. 249-251.

Cfr. *Biografia universale antica e moderna, compilata in Francia da una società di dotti ed ora per la prima volta recata in italiano con aggiunte e correzioni*, Venezia, presso Giambattista Missiaglia, 1830, tom. LXI, pp. 399-401.

(2) Luigi Biondi, *Ennio Quirino Visconti*; nel *Giornale Arcadico*, di Roma, tom. II [1819], p. 4.

(3) N. N., *Visconti Giovambattista Antonio*; nella *Biografia universale degli italiani illustri nelle scienze, lettere ed arti del secolo XVIII e de' contemporanei, pubblicata per cura del prof.* Emilio De Tipaldo, vol. II, pp. 478-481.

Digitized by Google

Il Winckelmann, che fino dal 1763 ricopriva in Roma la carica di prefetto delle antichità, quando nel 1768 si recò a rivedere la nativa Germania, chiese e ottenne che il Visconti facesse le sue veci fin che restava lontano. Nel ritorno il disgraziato archeologo trovò la morte a Trieste l'8 giugno di quell'anno: il Visconti, il 30 del mese stesso, fu da papa Rezzonico chiamato a succedergli. La scelta non poteva essere migliore, e ben presto se ne videro i frutti. Impedì che uscissero da Roma e valicassero le Alpi i due candelabri trovati nella villa Adriana e famosi presso i Barberini, il Giove conservato nel palazzo Verospi e una singolare statua d'Augusto, con altri tesori d'arte; tesori che fece acquistare dal pontefice Clemente XIV, il quale, per consiglio suo, fondò il Museo Vaticano; e per frenare " l'avidità de' dilettanti esteri e l'amor del denaro di alcuni de' possidenti nostrani „ ordinò che " niuna produzione delle belle arti, sia antica, sia moderna, potesse estrarsi dalla metropoli „ senza il permesso del Cardinal camarlengo e il parere favorevole del prefetto delle antichità. Incaricò poi il Visconti di comprare " qualunque pezzo fosse degno del nuovo Museo „. Per accrescerlo, l'operoso archeologo ottenne che si abolisse la vecchia legislazione, la quale inceppava gli scavi. Le ricerche allora divennero agevoli non solo ne' possessi de' privati, ma in quelli del pubblico; e in dieci anni furono ritolti alla terra tanti monumenti, quanti non erano usciti fuori dal risorgimento delle lettere in poi. Il fiore ed il meglio passava al Museo; le scelte e le compre si facevano dal Visconti, che ne dava conto al Papa. Però quella nuova e così rigogliosa e perenne fonte di spesa spaventò il tesoriere della Camera Apostolica, che era allora monsig. Gio. Angelo Braschi, il quale, per quanto seppe e potè, si sforzò di frenarla; ma vinto dalla evidenza delle ragioni che il Visconti gli andava adducendo, finì col venire anche lui nelle sue idee. Come ci venne il cardinale Guglielmo Pallotta, che gli successe nella carica di tesoriere. L'amicizia stretta col Braschi prima che vestisse la porpora, rimase saldissima anche quando ebbe cinto il triregno; anzi, divenuto papa, fece eseguire con alacrità maggiore e in maggior numero le ricerche de' monumenti. Il Museo Vaticano, che forma la gloria di Clemente XIV e di Pio VI, è pur la gloria di Giambattista Visconti, che ne fu la mente, l'anima,

Digitized by Google

il braccio. E del favore di que' due pontefici, che amò riamato, se ne valse per farsi consigliere e promotore di abbellimenti a Roma, di edifizi a decoro delle altre città pontificie, d'imprese di durevole utilità. Era di natura magnanimo, amò lo splendore del vivere, usò volentieri liberalità verso tutti; molti giovò di consiglio, moltissimi di aiuto; a chi schiuse il cammino della fortuna, a chi quello della gloria. Fu " sensibile all'amicizia. Io stesso „ (scrive l'abate Francesco Cancellieri) " potrei servirne di prova. Egli me l'accordò fin dalla più fresca età. Io l'ho sempre coltivata e valutata moltissimo, per la stima che facevo dell'auree sue qualità e della vasta sua erudizione „.

" Aveva meditato molte opere antiquarie „ (è sempre il Cancellieri che scrive), " ma non l'eseguì. Compose molte iscrizioni latine, fra le quali tutte quelle, tanto di Clemente XIV, quanto di Pio VI, che si leggono nel Museo Pio Clementino. Altre molte ne scrisse per i suoi amici sopra vari argomenti. Progettò parimente diverse iscrizioni e tipi di medaglie e monete pontificie, delle quali diverse furono eseguite. Suggerì ancora i soggetti delle pitture che adornano il detto Museo. Recitò in un'Accademia che si teneva nella Biblioteca Lancisiana, sotto la direzione di D. Giuseppe Buram, brasiliano, allora bibliotecario, due dissertazioni: una sopra una medaglia di Colonia, spettante a Tiberio; l'altra, stesa matematicamente, sopra certi danni recati da moderno lavoro agli antichi acquedotti presso la villa Casali. Fece inserire nell'*Antologia Romana* varie lettere e notizie antiquarie (1). Molte altre ne fece stampare ne' Foglietti del Chracas e in quelli manoscritti del Neri „. Promosse lo scavamento della breccia di Cori, dell'alabastro di Civitavecchia e di quello di Monte Circeo, che riuscì adatto anche per la scultura (2).

(1) Nel tom. V, p. 305 e seg. dell'*Antologia Romana* vi è una sua lettera a monsig. Romualdo Braschi Onesti sopra due nuove iscrizioni scoperte nel sepolcro degli Scipioni. Nel tom. VIII, pp. 244, 249 e 267, parla di una nuova iscrizione dissotterrata nel sepolcro stesso. Nel tom. IX a p. 187 e seg. vi è un'altra sua lettera al cardinal Guglielmo Pallotta intorno alla scoperta del monumento a Cornelio Scipione Barbato; a p. 227 e seg. riporta una nuova iscrizione dissotterrata e corregge la lezione delle altre già messe in luce.

(2) Un breve cenno di *Giambattista Antonio Visconti*, senza nome d'autore, si legge nel *Nuovo dizionario storico, ovvero biografia classica univer-*

Digitized by Google

Nel 1750 sposò Orsola de' Filonardi, famiglia originaria di Bauco, piccolo castello degli Erici, nella diocesi di Veroli, la quale dette alla Chiesa due cardinali: Ennio al tempo di Paolo III, e Filippo sotto Paolo V, un vescovo a Carpentras e un vescovo ad Aquino. Ebbe da lei quattro maschi e due femmine. Il primo a nascere fu Ennio Quirino. Aprì gli occhi alla luce il 1° novembre del 1751, e incominciò a far parlare di sè all'età di tre anni e otto mesi. Il 17 ottobre del 1755 le *Novelle letterarie* di Firenze stampavano la seguente lettera, scritta da Roma il 19 luglio di quell'anno:

Sappiate che havvi in Roma il Sig. Abate Gio. Batista Visconti (1), giovane di circa trenta anni, molto benestante, del quale io taccio i pregi, essendo egli noto a bastanza per gli suoi eruditi e sodi componimenti, che frequentemente fa sentire in Arcadia. Ebbe questi fin dall'età sua più giovanile sempre desiderio di prender moglie, a quest'oggetto principalmente di avere un figlio da poterlo educare a suo talento, e far conoscere al mondo la forza dell'educazione. Iddio prosperollo fin da principio, poichè, presa moglie, ai 30 del mese di ottobre

---

sale, compilazione di una società di dotti francesi, pubblicata nel 1830, prima versione italiana, con aggiunte, Torino, presso Giuseppe Pomba e compagni, 1837, vol. V, p. 1022. Cfr. inoltre: [G. B. Spotorno], *Il padre di Ennio Quirino Visconti*; nel *Nuovo Giornale Ligustico*, fasc. I [1831], pp. 23-24. — Ab. Giuseppe Scaniglia, *Antonio Gio. Batt. Visconti*; negli *Elogi di Liguri illustri. Seconda edizione, riordinata, corretta ed accresciuta da D.* Luigi Grillo, Genova, Stab. tip. Fontana, 1846, tom. III, pp. 54-58. Ricca di notizie è la biografia di G. B. Visconti che *L'Album, giornale letterario e di belle arti*, di Roma, stampò nell'ann. II, vol. II, distribuzione 27, 12 settembre 1835, pp. 209-211, con ritratto. Finisce: " Molte sue cose inedite conserva il cav. P. E. Visconti, che, assaissimo onorando la memoria di tanto suo avo, si propone pubblicarne una scelta, con più ampie memorie d'una vita così utile e così operosa „. Disgraziatamente, non mantenne il fatto proposito.

(1) Come notò Achille Monti, " di que' tempi tutti gli uomini di un qualche studio si dimandavano *Abati*, ancorchè avessero moglie e figliuoli, e abate era detto il Monti, abate dicevasi il Metastasio, e abati il Cesarotti, il Visconti ed il Mazza. Metterei pegno che taluno, per uso, desse altresì dell'abate a Vittorio Alfieri, il quale, con quelle sue furie, pensate voi quanto potesse aver caro quel così pacifico e poco poetico appellativo, che a un dipresso rispondeva a quel *chiarissimo*, di cui noi ora facciam tanto sciupìo „. Cfr. A. Monti, *Vincenzo Monti, ricerche storiche e letterarie*, Roma, Barbèra, 1873, pp. 220-221.

Digitized by Google

[correggi il 1° di novembre] dell'anno 1751 nacquegli un bambino, che fin dalle fasce dava segni di avere una grandissima apertura di mente, a cui pose il nome di Ennio Quirino. Lascio a voi considerare quale fosse la cura che questo giovane avea del suo figlio, in cui sperava di veder compiuti i suoi disegni. Allatavalo ancora la propria madre, quando egli procurò d'imboccargli le lettere dell'alfabeto, di modo che di diciotto mesi lo sapeva ben tutto; e siccome non poteva pronunziare le liquide per essere ancora troppo piccino, pure, essendone interrogato, le andava con le dita indicando in qualsivoglia libro. Crescendo, non dirò negli anni, ma nei mesi, conosceva perfettamente, in età di due anni, alla sola fisonomia, perchè non sapeva ancor leggere, tutte le medaglie degli Augusti da Giulio Cesare a Gallieno; e non solamente quelle del suo studio domestico, ma quelle ancora che de' medesimi Augusti gli erano d'altronde presentate. Di tre anni non compiti conosceva tutti i ritratti degli imperatori e greci e latini e francesi e tedeschi fino ai tempi nostri; aggiungendo di più qualche azione particolare la quale facesse il carattere di quel tale imperatore. Spiegava ancora, della medesima età, il significato di tutti i ramini dell'Albrizzi del Vecchio e Nuovo Testamento. Presentemente poi, che ha tre anni e otto mesi, dice francamente la storia di 307 carte figurate, rappresentanti i fatti più memorabili della Storia Sagra; legge francamente italiano, latino e greco, tanto maiuscolo, quanto minuscolo, e ogni idioma ne' propri caratteri. Non meno compitamente conosce alcune medaglie de' Sommi Pontefici e i ritratti di alcuni Arcadi e Capitani illustri e diverse immagini d'idoli, e dà conto del Catechismo, secondo il metodo del Fleury. Che il bambino nelle prime età sapesse ciò che di sopra vi ho detto, è infallibile, essendo qui in Roma infiniti testimoni e nobili e religiosi e letterati, che lo hanno interrogato e fattane più volte la sperienza. Il Sig. Visconti, comecchè uomo savio e prudente, riconosce benissimo da Dio l'avere un figliuolo di sì raro talento e aiuti tali da poterlo ben educare; nè v'ha pericolo che egli per ciò sia per invanirsene. Sapendo però che il mondo è stato sempre pieno d'invidie, e che a' tempi nostri, come più eruditi, sono cresciute a dismisura, avea ragione di temere che tramandandosi ai posteri una somigliante notizia, non gli facessero il servizio di stimarla una favola, una invenzione; studiò pertanto il partito di far tenere al suo piccino come una specie di accademia, invitando varii uomini per lettere e professioni illustri i quali lo interrogassero a suo arbitrio e senza ordine alcuno su delle cose già sopra esposte, e formassero come un atto pubblico della verità di un tal fatto. Fu stabilito il giorno dell'accademia il giovedì della cadente settimana, e intervennero monsig. Gio. Gaetano Bottari, custode della Biblioteca Vaticana, il P. Tommaso Leseur, professore di matematica nella Sapienza, il P. Maestro Domenico Giorgi, professore di storia ecclesiastica

Digitized by Google

nella Sapienza, e altri, che non istò a nominare, per non tediarvi. Adunatisi tutti, fu introdotto il buon bambino avanti sì onorato consesso, e, postosi a sedere sopra una seggiola, si cominciò l'esperimento. Monsig. Bottari dunque, presenti gli altri, avendo innanzi la raccolta de' 214 rami del Soren e una Bibbia figurata, che in tutto forma le 307 carte suddette, alcune immagini d'idoli e un libro di ritratti di Arcadi e Capitani illustri, ne presentò un per volta al bambino, il quale rispose francamente, indicando i personaggi, nominando i luoghi, i monti, ecc., ivi incisi, e dichiarando i fatti, ancorchè minimi, rappresentati ne' medesimi rami. Furono indi prese dal medesimo monsig. Bottarr, una per volta, tre tavole di medaglie dei primi tre secoli, con alcune di Sommi Pontefici, e quindici cartolari, in cui erano i ritratti di tutti gli Imperatori de' secoli susseguenti; lo interrogò dei nomi di quei tali ritratti, che a lui più piacque, e il bambino rispose sempre con franchezza, dicendo il nome proprio di quelle tali figure e qualche fatto caratteristico delle medesime, senza leggerne il nome, il quale apposta era stato diligentemente coperto. Presentògli poi la Bibbia latina, e assegnatogli un certo luogo per leggere, lesse speditamente tanto quanto piacque al prelato; e quindi presentatogli il Greco, lesse parimente, ad arbitrio degli astanti, con la medesima facilità. Terminato l'esame, fu rimandato il bambino alle sue stanze; e fatto un lungo discorso sul modo d'istruire i fanciulli, fu lodato il metodo che si tiene da' maestri nell'insegnare le lingue tanto franzese, come spagnuola e le altre lingue varie; e fatte grandissime maraviglie perchè lo stesso non si usi nella lingua latina, ove si vede la gioventù perdere più e più anni con pochissimo profitto. Voglio dirvi ancora come il P. Leseur, di sopra nominato, ha molto tempo prima di ora francamente asserito, che un bambino, a questo somigliante, nella storia letteraria di qualunque nazione non c'era stato fino a' nostri tempi. È poi indicibile il merito del padre, il quale nelle sue istruzioni s'ingegna sempre di far conoscere al bambino, che quanto esso gl'insegna, glielo insegna in premio di qualche sua azione o gioco ancor puerile. Di modo che il bambino, curioso di godere il frutto delle sue piccole azioni, rimostrategli dal padre in aria di grandiose, sente volentieri; e siccome ha perfettissima ritenitiva, rade volte si scorda di ciò che ha una volta sentito. E si può dire con verità, che non istudia mai, e che sta sempre applicato (1).

All'età di dieci anni, il 29 settembre del 1762, Ennio Quirino sostenne un altro pubblico esperimento, e di nuovo fece prova

(1) *Novelle letterarie pubblicate in Firenze l'anno MDCCLV*, Firenze, nella Stamperia della SS. Annunziata, 1755, tom. XVI, col. 666-671.

Digitized by Google

della propria bravura nel settembre del 1764. Del primo di questi due esperimenti si legge il seguente ragguaglio nel *Diario ordinario* di Roma:

È veramente riuscito di gran maraviglia il pubblico saggio delle sue cognizioni, dato il dì di S. Michele nel palazzo dell'Em.^mo^ De Rossi dal Sig. Ennio Quirino Visconti, romano, fanciullo che non sorpassa la sua età di undici anni, di modo che sorprese tutta l'udienza, stata onorata dalla presenza delli tre Em.^mi^ Imperiali, De Rossi e Acciaiuoli. Si era egli accinto ad esporre e dimostrare, come più piacesse agli astanti che lo interrogassero, quanto veniva esposto in un libretto, stampato per il Barbiellini e distribuito agli ascoltanti (1), il quale riguardava la Storia Sagra e Romana, l'Antichità, la Geografia, la Cronologia, l'Aritmetica e la Geometria..... Infatti venne interrogato in tutte le suddette materie dal P. M. Giorgi, dal P. Abb. Sarti, dal P. Lettor Bonaglia, teatino, da' PP. Lettori delle Scuole Pie, Fassoni e Gaudio, e finalmente dal P. Agostino da Napoli, Lettore del convento di Aracoeli; alle domande dei quali rispose pienamente il fanciullo, sempre in latino, narrando Storie Sagre e Romane, interpretando medaglie, esponendo metodi e sistemi, e dimostrando e sciogliendo tutte le richiestegli matematiche proposizioni, con tanta vivacità, congiunta con un'aria d'intendimento, che parve un prodigio a quella numerosa adunanza, composta di persone nobili e scientifiche (2).

Ecco quanto scrisse il *Diario ordinario* dell'altro esperimento:

Nella Biblioteca Angelica de' PP. Agostiniani, nel dopo pranzo di giovedì, il Sig. Ennio Quirino Visconti, fanciullo di 12 in 13 anni, sostenne, con gran presenza di spirito ed ammirazione della nobile numerosissima udienza, un pubblico esame in trigonometria, sezioni coniche, algebra e calcolo integrale, differenziale ed esponenziale; con libertà a chiunque d'interrogarlo sulla soluzione e dimostrazione de' teoremi e problemi della Trigonomia piana del Wolfio, delle Sezioni coniche del

(1) *Experimentum domesticae institutionis, quod publice habebit Ennius Quirinus Vicecomes, puer decennis, in aedibus Em.^mi^ ac Rev.^mi^ Principis Ferdinandi M. de Rubeis S. R. E. Card. patroni sui; sive index 46 problem. arithm. scientif. solvendorum, theorematum 52 ejusdem arithm. et 93 geom. problematum solvendorum,* Romae, apud Haer. Barbiellini, 1762; in 4°.

(2) *Diario ordinario,* di Roma, n° 7059, 2 ottobre 1762, p. 24, e n° 7062, 9 ottobre 1762, pp. 2-5.

Digitized by Google

Guidi e sulle soluzioni di tutti i 380 problemi analitici trattati dal detto Wolfio (1). A tutte le interrogazioni latine, state fatte da vari virtuosi soggetti, rispose così dottamente e diede sì chiare riprove del suo gran talento, che ne riscosse applauso distinto, in particolare dagli Em.^{mi} Galli e Fantuzzi, che onorarono colla loro presenza l'esame, come fecero varî prelati e religiosi, che occupano nel loro Ordine le cariche più sublimi (2).

Nel 1774 l'ab. Gio. Cristoforo Amaduzzi, nel dedicare a Ennio Quirino, " generosae indolis et praecocis omnigenae litteraturae adolescens „, una sua dissertazione, rievocava quelle singolarissime prove (3). E l'ab. Francesco Cancellieri, nel trattare degli uomini " dotati di gran memoria „, non scorda il " celeberrimo „ Ennio Quirino Visconti, " principe de' moderni antiquari „, che destò " la pubblica ammirazione fin dall'infantile età di sedici mesi „ (4).

Giambattista Visconti che aveva imposto al suo primogenito il nome d'un antenato della moglie, insignito del cappello cardinalizio, si mise in testa di fare anche di lui un principe della Chiesa; e appunto per questo, volle studiasse diritto canonico e diritto romano e vi prendesse la laurea. Si addottorò infatti nell'una e nell'altra legge. Da Pio VI venne fatto suo cameriere

(1) *Specimen alterum domesticae institutionis, quod publice dabit in Bibliotheca Angelica Ennius Quirinus Vicecomes, puer annorum XII, sub auspiciis S. Aurelii Augustini et universi Eremitarum Ordinis ab eo sanctissime instituti et feliciter florentis sub R.^{mo} P. Francisco Vasquez, supremo suo moderatore.* Romae, apud Haeredes Jo. Laurentii Barbiellini, 1764; in-4°.

(2) *Diario ordinario*, di Roma, n° 7365, 15 settembre 1764, pp. 11-12.

(3) *Donaria duo graece loquentia, quorum unum in tabula argentea apud Moniales Saxoferratenses S. Clarae ab Justiniano Augusto S. Demetrio martyri, alterum in vexillo serico opere phrygionico apud Monachos Avellanenses ab Emmanuele Comneno imp. S. Michaeli Archangelo dicatum, nunc primum latine reddita, in publicam lucem profert* Iohannes Christophorus Amadutius. *graecarum litterarum professor in Archigymnasio Romanae Sapientiae*; negli *Anecdota litteraria ex mss. codicibus eruta*, Romae, apud Gregorium Settarium ad insigne Homeri, [1774], vol. III, pp. 3-28.

(4) F. Cancellieri, *Dissertazione intorno agli uomini dotati di gran memoria ed a quelli divenuti smemorati; con un'appendice delle Biblioteche degli scrittori sopra gli eruditi precoci, la memoria artificiale, l'arte di trascegliere e di notare ed il giuoco degli Scacchi*, Roma, presso Francesco Bourlie, 1815. pp. 84-87.

Digitized by Google

d'onore; gli conferì anche due pensioni ecclesiastiche. Rimasto poi vacante, per la morte di Pier Francesco Foggini, il posto di secondo custode della Biblioteca Vaticana, lo chiese e l'ottenne. Ennio Quirino però non sentiva vocazione alcuna per il sacerdozio, nè volle piegarsi mai a ricevere gli ordini sacri; anzi, innamoratosi di Teresa Doria, che poi divenne la gioia e l'orgoglio della sua vita, manifestò il proposito di sposarla. Il padre, nel vedersi dileguare a un tratto l'ambizioso sogno, tanto da lui vagheggiato e accarezzato, vinto dal dolore, fatto cieco dallo sdegno, tentò di atterrirlo e piegarlo con la violenza. Ricorse all'amicizia del Papa, il quale, a istigazione sua, gli tolse l'impiego e le pensioni. Tutto fu inutile. Ennio Quirino, fiero della propria indipendenza, saldo nel proposito di non farsi prete, ma di ammogliarsi, sopportò con gagliarda fortezza l'atrocissimo colpo. Il caso pietoso, che a Roma corse sulla bocca di tutti, intenerì il cuore al principe Sigismondo Chigi; il quale chiamò e accolse nel suo palazzo il giovane perseguitato, lo volle alla propria mensa, lo fece suo bibliotecario; e perchè tirasse innanzi gli studi ed i lavori, e non attendesse che a questi, gl'impose di pigliarsi un segretario e di scegliere egli stesso un sotto bibliotecario, per aiuto.

Con breve del 4 agosto 1778, Giambattista Visconti ebbe dal Pontefice l'incarico d'illustrare il Museo Pio Clementino. Appena si fu accinto al lavoro, preso dalla malattia, che poi lo trasse al sepolcro, si accorse trattarsi di un peso superiore alle sue forze affievolite. Aveva chiesto e ottenuto per coadiutore nella carica di Prefetto delle antichità l'altro figlio Filippo Aurelio, che, sebbene lui pure coltivasse l'archeologia, non seppe mai sollevarsi dalla mediocrità; ma riconobbe subito che magro aiuto poteva avere da lui nell'intraprendere l'opera, vasta e faticosissima. Fu dunque costretto a ricorrere ad Ennio Quirino, che vi consacrò tutto sè stesso. Il primo volume del *Museo Pio Clementino* comparve alla luce in Roma nel 1783, co' torchi di Antonio Fulgoni (1). Il nome di Giovambattista " vi figurava

(1) *Il Museo | Pio-Clementino | descritto da* Giambattista Visconti | *prefetto delle antichità di Roma | tomo primo | dedicato | alla Santità di Nostro Signore | Pio Sesto | Pontefice Massimo | da* Ludovico Mirri | *mercante di quadri in contro al palazzo Bernini* | In Roma MDCCLXXXII. | Con privi-

Digitized by Google

solo, ma suo figlio ebbe la parte maggiore nella gloria di esso (1). La voga che ottenne fu immensa; nessun'opera uscì mai in circostanze più convenienti alla sua celebrità, nè più interamente corrispose all'universale aspettazione „, come notò l'Emèric-David.

Mentre stava preparando il secondo volume, il padre, che da tre anni era tormentato da un'aneurisma, cessò di vivere il 2 settembre del 1784. Pio VI, con breve del 30 di quello stesso mese, restituì ad Ennio Quirino le tolte pensioni ecclesiastiche, autorizzandolo a ritenerle " in stato coniugale ed anche in abito militare „. Il 12 gennaio dell'anno dopo sposò Teresa Doria; unione che il padre, severo verso di lui soltanto per eccesso d'amore, aveva benedetta prima di morire.

---

legio pontificio. [In fine:] *Si è compita l'impressione del tomo I. del Museo Pio-Clementino | in Roma | pe' torchi di Antonio Fulgoni | nella vigilia de' SS. Pietro e Paolo Apostoli | l'anno di Cristo* CIↃIↃCCLIII | *e del pontificato di Nostro Signore | Papa Pio Sesto | gloriosamente regnante | l'anno IX*; in-fol. massimo di pp. x-102, col ritratto del Pontefice, la pianta generale del Museo e LII tavole, oltre 2 supplementari, segnate A. e B.

(1) Ennio Quirino dichiara in fronte al secondo volume: " Il fu abate Giambattista Visconti, mio padre, la cui memoria sarà sempre negli annali delle belle arti preziosa, pel zelo, per l'intelligenza e pel disinteresse co' quali ha servito due Pontefici nella grande impresa della collezione, che ora pubblichiamo, era già dalle fatiche e dalle indisposizioni, più che dall'età, cotanto abbattuto, che quando s'incominciò l'edizione de' monumenti Vaticani non era in istato di contribuire alla esposizione altro quasi che il nome „.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 5 Febbraio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. CORRADO SEGRE
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Mattirolo, Grassi, Panetti, Sacco, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Somigliana e Guidi, e del Socio Salvadori ammalato.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Direttore annunzia la morte del nostro Socio corrispondente Camillo Jordan, decano dei Matematici francesi, che lasciò un nome imperituro nella Scienza. È ben noto, egli dice, come le sue ricerche sulla teoria dei gruppi di sostituzioni e sulle equazioni algebriche, contenute in un grande Trattato, abbiano portato un contributo essenziale a questa così importante teoria. Ma anche in altri campi, nell'*Analysis situs*, nella determinazione dei gruppi di movimenti, nelle questioni sui fondamenti dell'analisi, nella geometria elementare a n dimensioni, nella teoria delle equazioni differenziali lineari, e così via, Jordan ha dato alla Scienza dei risultati vitali che accade sempre di citare.

Il Socio Mattirolo presenta in omaggio una Nota preventiva, dei professori G. Gola e G. Negri, *Sulle Briofite raccolte dal dott. G. B. Gasperi nella Terra del Fuoco Sud-occidentale.*

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 12 Febbraio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Cian, Pacchioni, Faggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Baudi di Vesme, Prato e Valmaggi.

L'Accademico Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza del 29 gennaio u. s., che è approvato.

Il Vicepresidente Ruffini prende la parola, riferendosi all'atto verbale della precedente adunanza, per rilevare come la degna commemorazione, in essa fatta dal Socio De Sanctis, del Pontefice defunto, Benedetto XV, non possa non avere in questa seduta un naturale e doveroso complemento per la assunzione, nel frattempo avvenuta, al Seggio pontificio di Monsignore Achille Ratti, già Arcivescovo di Milano e Bibliotecario un tempo della Ambrosiana e poi della Vaticana. E prosegue dicendo: " Come italiani e come studiosi, i Soci di questa Classe " non possono non rallegrarsi sinceramente e profondamente di " un tale evento. I sentimenti di umanità, ma insieme di alta " e schietta italianità del nuovo Eletto sono troppo noti, perchè

Digitized by Google

" occorra farne qui speciale discorso. È certo grande e provvi-
" denziale ventura per la Patria nostra e per l'intiera Umanità,
" che in questo istante critico della storia del nostro Paese e
" della storia del Mondo a un Uomo siffatto sia stato commesso
" il governo supremo della Chiesa cattolica.

" Ma, per ridurci senz'altro a ciò che più da vicino ci
" tocca quali cultori delle Scienze morali, ci è cagione di com-
" piacimento vivissimo il ricordare in quest'ora solenne l'amore
" e l'opera dati alle istituzioni e alle iniziative più nobili e ca-
" ratteristiche della cultura italiana dal Pontefice Pio XI, e con
" un fervore e in una misura, che non hanno precedenti nelle
" età a noi più vicine. Basterà citare la collaborazione attiva
" da Lui prestata ai lavori e alle pubblicazioni dell'Istituto più
" prossimo al nostro, e cioè all'Istituto Lombardo di Scienze,
" Lettere ed Arti, alla Accademia scientifico-letteraria di Milano,
" e, per quel che riguarda più da vicino la Città nostra, alla
" R. Deputazione sopra gli studî di storia patria delle antiche
" Provincie, la quale si gloria di averlo già da tempo fra i suoi
" Soci, non che al Giornale storico della Letteratura italiana,
" che ha sua sede presso di noi.

" Da un Pontefice, così illuminato e così curante dei nostri
" studî nazionali, sono da attendere non solamente provvidenze
" sempre più ad essi giovevoli, ma una ispirazione di governo
" che ridondi a sempre maggiore incremento e lustro della co-
" mune Patria italiana „.

La Classe dimostra il suo pieno consentimento alle parole del Vicepresidente.

Essendo pervenuti all'Accademia in dono due volumi, uno del Prof. Giorgio Mortara, *Prospettive economiche 1922* (Città di Castello, 1922), quale omaggio della Università Bocconi, e l'altro di J. A. Salter, *Allied Shipping Control* (Oxford, 1921), inviato da parte della fondazione detta " Carnegie Endowment for International Peace „, il Socio Einaudi ne fa la presentazione alla Classe con le parole seguenti:

Digitized by Google

" Il volume del Prof. Giorgio MORTARA si riconnette ad " analoghe pubblicazioni, che all'estero hanno un grande suc- " cesso, di previsioni economiche. Ma il MORTARA non vuole, e " ben giustamente, fare delle vere e proprie previsioni; egli " con spirito scientifico delinea la situazione attuale dei prin- " cipali mercati e dei principali fenomeni economici, così che il " lettore possa farsi un'idea di quelle che sono le prospettive " o le realtà prossime da avvenire.

" La pubblicazione fa onore all'autore. È giunta al secondo " anno, e si presenta anche quest'anno ricca di dati e di osser- " vazioni misurate ed acute.

" L'altro volume, quello di J. A. SALTER, è un quadro sto- " rico dei tentativi fatti dagli Stati alleati per unificare l'am- " ministrazione della marina mercantile durante la guerra. Il " SALTER, con la sua esperienza inarrivabile di segretario e " presidente dell'Esecutivo alleato marittimo dei trasporti, narra " le varie fasi di questa storia interessante, e mette in luce a " quali risultati la unificazione del controllo marittimo sia ar- " rivata per la salvezza delle nazioni alleate.

" Il volume fa parte di una grande collezione di opere " sulla storia economica della guerra, diretta dal Prof. James " T. SHOTWELL, della Columbia University, ed è pubblicato sotto " gli auspici della fondazione Carnegie per la pace internazionale.

" L'Italia parteciperà a questa grande intrapresa con una " serie di volumi diretta da un Comitato italiano. Finora però " sono usciti soltanto alcuni volumi della serie inglese, e cioè " quello del SALTER, or nominato, quello di Arthur L. BOWLEY: " *Prices and Wages in the United Kingdom 1914-1920*, e quello " di Arthur BERRIEDALE KEITH: *War Government of the British* " *Dominions* „.

Il Prof. VIDARI presenta una sua traduzione, che è la prima italiana, di un'opera di KANT, *L'Antropologia prammatica*, accompagnando la presentazione con alcune osservazioni. Egli nota che non si tratta di una delle maggiori opere del grande pen-

Digitized by Google

satore; ma benchè essa appartenga al periodo della sua vecchiaia, tuttavia è piena di interesse, non solo perchè espone in una maniera organica tutta una trattazione di psicologia nei rapporti con la vita pratica, ma anche perchè ci presenta un KANT alquanto diverso da quell'austero pensatore che siamo soliti a figurarci, un KANT che osserva e conosce con acuto occhio l'animo dell'uomo ed espone riflessioni non prive di *humour* intorno ai difetti e alle debolezze umane. Importanti sono fra le altre le sue trattazioni di psicologia dei sessi, dei popoli, dei temperamenti, del carattere. Curiose sono le attestazioni che egli dà della sua varia e larga cultura nel campo delle letterature francese e inglese, e anche italiana. L'opera troverà, non v'è dubbio, buona accoglienza nel pubblico degli studiosi di psicologia e delle dottrine Kantiane.

La Classe ringrazia tutti i donatori.

In fine per la pubblicazione negli *Atti* accademici sono presentate due *Note*, una del Socio DE SANCTIS, che ha per titolo *Una lettera degli Scipioni*, e l'altra del Socio FAGGI intitolata *Le idee filosofiche di Dante.*

Digitized by Google

LETTURE

Una lettera degli Scipioni

Nota del Socio nazionale residente GAETANO DE SANCTIS

Tutti conoscono la lettera, attribuita a Cn. Manlio Vulsone, in cui si promette la libertà ai cittadini di Eraclea del Latmo. Pubblicata per la prima volta da A. Böckh nel *CIG.* 3800 di su una copia del Mustoxidis, l'amico del nostro Monti, fu poi ripubblicata moltissime volte e anche ripetutamente riveduta sull'originale epigrafico, che si conserva ora al Louvre. Benchè si trovi in repertori alla portata di tutti come la *Sylloge* del Dittenberger (I² 287, II³ 618), è opportuno darne ancora una volta il testo:

[. . . . .] *στρατηγὸς ὕπατος Ῥωμαίων*
[. . . . .] *ος Ἡρακλεωτῶν τῆι βουλῆι καὶ τῶι δή-*
[μωι χαίρειν]· ἐνέ[τυχον] ἡμῖν οἱ παρ' ὑμῶν πρέσβεις Διᾶς, Διῆς, Διονύ-
[σιος, ...] μ[αν]δρος, [Εὔ]δημος, Μόσχος, Ἀριστείδης, Μένης ἄνδρες κα-
[λοὶ κἀγαθοὶ] οἳ τό τε [ψήφ]ισμα ἀπέδωκαν καὶ αὐτοὶ διελέγησαν ἀκολού-
[θως τοῖ]ς ἐν τῶ[ι ψη]φίσματι κατακεχωρισμένοις οὐδὲν ἐλλείποντες
[φιλοτι]μίας· ἡμ[εῖ]ς δὲ πρὸς πάντας τοὺς Ἕλληνας εὐνόως διακείμεν[οι]
[τυγχά]νομεγ καὶ πειρασόμεθα, παραγεγονότων ὑμῶν εἰς τὴν ἡμετέρα[μ]
[πίστι]μ, πρόνοιαν ποιεῖσθαι τὴν ἐνδεχομένην, ἀεί τινος ἀγαθοῦ παρα[ί]-

Digitized by Google

[τιοι γεν]όμενοι· συγχωροῦμεν δὲ ὑμῖν τήν τε ἐλευθερίαν καθότι καὶ
[ταῖς ἄ]λλαις πόλεσιν, ὅσαι ἡμῖν τὴν ἐπιτροπὴν ἔδωκαν, ἔχουσιν ὑ[φ']
[αὐτοὺς πά]ντα τὰ αὐτῶμ πολιτεύεσθαι κατὰ τοὺς ὑμετέρους νόμους
[καὶ ἐν τ]οῖς ἄλλοις πειρασόμεθα εὐχρηστοῦντες ὑμῖν ἀεί τινος ἀγαθοῦ
[παραίτ]ιοι γίνεσθαι· ἀποδεχόμεθα δὲ καὶ τὰ παρ' ὑμῶν φιλάνθρωπα καὶ τὰς
[πίστεις, κ]αὶ αὐτοὶ δὲ πειρασόμεθα μηδενὸς λείπεσθαι ἐγ χάριτος ἀποδόσει·
[ἀπεστά]λκαμεν δὲ πρὸς ὑμᾶς Λεύκιον Ὄρβιον τὸν ἐπιμελησόμενον τῆς
[πόλεως κ]α[ὶ] τῆς χώρας ὅπως μηδεὶς ὑμᾶς παρενοχλῆι. Ἔρρωσθε.

V. 4 *vulgo* Ἀναξί]μανδρος; Haussoullier [Παλ]άμ[αν]δρος; forse Σκά]μανδρος. — [Εὔ]δημος Haussoullier. — V. 9 [πίστι]μ Dittenberger. — V. 11-12 ὑ[φ' αὐτούς] Holleaux; ὑ[φ' αὐτοῖς] Judeich.

È chiaro a prima vista che abbiamo qui un documento poco posteriore al passaggio dei Romani nell'Asia Minore e alla battaglia di Magnesia. Per questo W. Henzen, che ne diede un breve commentario negli "Annali dell'Inst. arch.„, 1862, p. 138 segg., riconobbe nel mittente Cn. Manlio Vulsone il console del 189; e fu seguìto in ciò da tutti, con la sola eccezione di M. Holleaux. Non tutti però lo seguirono nei suoi supplementi della seconda linea, che egli propone del resto assai dubitativamente [καὶ | δέκα πρέσβεις οἱ ἀπὸ Ῥώμη]ς; ai quali Waddington si limitò a proporre un lieve ritocco: [καὶ οἱ ἀπὸ Ῥώμης δέκα πρέσβει]ς. Sono, queste restituzioni, inammissibili, perchè la prima linea è vuota dopo Ῥωμαίων, e perchè nella successiva prima di Ἡρακλεωτῶν si riconosce nella pietra un ος. Perciò W. Judeich, "Athen. Mitt.„, XV (1890), p. 254 segg., propose di leggere Γναῖος Μάνλιος Γναίου υἱὸς στρατηγὸς ὕπατος Ῥωμαίων τῶν δέκα πρέσβεων πρόεδρος, e B. Haussoullier, "Revue de Phil.„, 1899, p. 277 seg. Γναῖος Μάνλιος Γναίου Οὐόλσων στρατηγὸς ὕπατος Ῥωμαίων καὶ Κόιντος τῶν δέκα πρόεδρος. Il supplemento dello Judeich ebbe il suffragio

Digitized by Google

del Dittenberger e dello Hiller von Gärtringen. E tuttavia M. Holleaux ha assai buon giuoco nel combatterlo, " Revue des études anciennes ", 1917, p. 240 seg. Non si può meglio farne la critica che con le sue stesse parole: " Qui eût jamais imaginé qu'un consul pût joindre à son nom un autre titre que celui de sa magistrature? Et, d'autre part, qui ne voit que les mots *τῶν δέκα πρέσβεων πρόεδρος* ne seraient qu'une redondance absurde, puisque le consul était de droit président de la *legatio* sénatoriale, laquelle formait proprement son *consilium*? La restitution de Judeich

Cn. Manlius Cn. f.
Consul
Président de la Commission des Dix légats romains

rappelle assez bien ces cartes de visite où des personnes avantageuses font l'étalage fastueux de leurs titres authentiques ou supposés. Elle ne manque pas d'une certaine saveur comique: mais c'est son seul mérite „.

Non meno inaccettabile è peraltro la restituzione dell'Haussoullier. Nè si può ammettere che i dieci legati abbiano avuto un presidente diverso dal console o proconsole che essi assistevano, nè è ammissibile che uno di essi possa avere agito quasi come collega del magistrato fornito d'*imperium*, nè infine può esser rimasto nella penna dell'estensore della lettera il gentilizio del presidente dei legati (Minucio) dopo ch'egli aveva registrato il gentilizio o, come crede l'Haussoullier, persino il cognome del console.

Nè del resto il supplemento [*πρόεδ*]*ρος* proposto dal Judeich e adottato dall'Haussoullier è confermato da una revisione accurata della pietra. " Je me crois en droit d'assurer (scrive l'Holleaux, mem. cit., p. 243, e la stessa assicurazione egli mi ha cortesemente ripetuto dopo " lungo esame „ della epigrafe) que la lettre qui précédait *ΟΣ* n'y a laissé aucune trace distincte; ce qu'on a pris pour la boucle d'un *P* (ou mieux, pour l'amorce de cette boucle) n'est qu'un faux trait, d'une forme irrégulière, sans rapport avec l'inscription „.

Perciò, confrontando la lettera di M. Valerio ai Tei (Dittenberger II³ 601), che comincia: *Μᾶρκος Οὐαλάριος Μάρκου στρατηγὸς καὶ δήμαρχοι καὶ ἡ σύγκλητος Τηΐων τῆι βουλῆι καὶ*

Digitized by Google

τῶι δήμωι χαίρειν, e quella di ....ος Λικίνιος Μαάρ[κου υἱός] agli Anfizioni (per cui mi basti per ora rinviare alla mia *St. dei R.* IV 234), alle quali si può anche aggiungere la lettera di un console ai Delfi presso Dittenberger *Sylloge* II³ 611, l'Holleaux propone di supplire nella intestazione un accenno ai tribuni della plebe ed al senato: [N.] στρατηγὸς ὕπατος Ῥωμαίων [καὶ δήμαρχοι καὶ ἡ σύγκλητ]ος Ἡρακλεωτῶν τῆι βουλῆι κτλ.

Ed è supplemento ingegnosissimo e non offre alcuna difficoltà nel rispetto formale; ma va incontro ad obiezioni assai gravi nel rispetto reale. La sottomissione d'Eraclea appare infatti nella lettera cosa recente. Il paese non è tranquillo, se vi si manda un Lucio Orbio τὸν ἐπιμελησόμενον τῆς πόλεως καὶ τῆς χώρας ὅπως μηδεὶς ὑμᾶς παρενοχλῆι. Eppure non si fa parola d'istruzioni date ai comandanti romani forniti d'*imperium* per occuparsi essi delle faccende d'Eraclea, secondo la formola consacrata, καθὼς ἂν αὐτοῖς ἐκ τῆς ἰδίας πίστεως καὶ τῶν δημοσίων πραγμάτων δοκῆ. E quest'Orbio non sembra per nulla un legato senatorio mandato appositamente da Roma per regolare le cose degli Eracleoti. A che avrebbe servito? C'erano infatti in Asia un console o proconsole a capo dell'esercito, un pretore o propretore a capo dell'armata e vi si trovava già o vi sarebbe giunta tra breve una commissione di dieci legati senatorii. Deve quindi ritenersi Orbio un centurione o tribuno militare mandato ad Eraclea non da Roma, ma dal campo del generale in capo, con un piccolo distaccamento di soldati, per il buon ordine e per la presa di possesso, appena la città ebbe fatto la sua sottomissione. Sicchè contro l'Holleaux e con i precedenti commentatori va ritenuto che la lettera emana da un generale romano, che si trova sul posto, non dal senato e dal console che lo presiede in Roma. E una conferma è nel numero dei legati eracleoti. Sono nientemeno che otto. Ora si capisce che una piccola città come Eraclea possa mandare otto de' suoi maggiorenti a un campo romano che si trova a qualche centinaio di chilometri di distanza. Ma un viaggio dall'Asia Minore a Roma era una *corvée* che costava ogni sorta di spese e (usiamo il termine consacrato) di cacopatie. Non si poteva mandare dunque dalle piccole città tanta gente a Roma, quando in generale Rodi stessa e i re orientali si contentavano di due o tre ambasciatori.

Digitized by Google

E c'è di più: o la deliberazione del senato su Eraclea è anteriore alla proclamazione dei dieci legati (Polyb. XXI 46), ed essa avrebbe prevenuto quella proclamazione e interferito con la facoltà dei legati di adattare alle contingenze le linee generali delle deliberazioni prese dal senato sull'ordinamento dell'Asia dopo la vittoria; o essa è posteriore, e non si vede come non vi sia nessun accenno alla proclamazione dei legati nè alle disposizioni dei comandanti militari e come in essa il caso d'Eraclea appaia caso vergine. Inoltre non è vero che, come è detto nella lettera, il senato abbia assicurato la piena libertà a tutte le città che in Asia si diedero ai Romani (*ὅσαι ἡμῖν τὴν ἐπιτροπὴν ἔδωκαν*); chè anzi esso rese tributarie di Eumene quante già erano state tributarie di Attalo ed altre ancora (Polyb. XXI 46, 2: *ὅσαι δ' Ἀττάλῳ σύνταξιν ἐτέλουν, ταύταις ἐπέταξαν τὸν αὐτὸν Εὐμένει διδόναι φόρον*, cfr. Liv. XXXVIII 39, 8: *quae partium Antiochi fuerant aut stipendiariae Attali regis, eas omnes vectigal pendere Eumeni iusserunt*). Ma se si trattava di un comandante romano che scriveva, non avrebbe egli commesso un abuso singolare di potere assicurando ad Eraclea la libertà? " La question (scrive M. Holleaux, p. 247) regardait le Sénat et ne regardait que lui. Le consul n'avait pas le droit d'anticiper sur la décision des *Patres* dont les intentions lui demeuraient inconnues „. Ora, che in fatto nel sec. II il senato statuisse in generale sulle città dedite non è dubbio: ma non sembra neppure dubbio che questa dal punto di vista del diritto formale è una usurpazione dei poteri del magistrato fornito d'*imperium*. E potevano esserci di quei magistrati cui non garbassero i nuovi poteri che il senato assumeva. Ce n'erano anzi di fatto. Tali gli Scipioni, i cui processi sono dovuti, come cercherò di mostrare altrove, più che ad abusi di potere, all'aver essi esercitato poteri che il senato pretendeva ormai di riservare a sè.

Non ho nominato a caso gli Scipioni. Infatti, se non pare dubbio che la lettera è scritta in Asia da un comandante romano, pare anche evidente che, seguendo subito alla sottomissione della città di Eraclea, essa è di ben poco posteriore alla battaglia di Magnesia; perchè appunto, mentre si sfasciava dopo quella battaglia il dominio seleucidico nell'Asia Minore. *Asiae civitates in fidem consulis dicionemque populi Romani sese tradebant*

Digitized by Google

(Liv. XXXVII 45, 3). Poi di dedizione di città sulla costa dell'Egeo o ivi presso a nord di Rodi, non si parla più; conferma che quelle città si affrettarono a sottomettersi. E coi ritardatari i Romani del resto avrebbero tenuto ben altro linguaggio che i complimenti melliflui della nostra lettera. Dunque la lettera è di L. Scipione, che dopo la battaglia, avvenuta sul principio dell'inverno 190/89 (cfr. Liv. XXXVII 39, 2 nel discorso di Scipione all'antivigilia del combattimento: *instare hiemem; aut sub pellibus habendos milites fore aut, si concedere in hiberna vellent, differendum esse in aestatem bellum*), rimase nell'Asia sino alla buona stagione del 189, quando sopravvenne il suo successore Cn. Manlio. E poichè L. Scipione nella intestazione della lettera è associato con altri, si può pensare al comandante dell'armata L. Emilio Regillo, essendo Eraclea in un distretto dove Emilio aveva conquistato o ricevuto in dedizione più d'una città. Ma è ovvio pensare anzitutto all'insigne legato di Lucio, il suo fratello Publio Scipione Africano: ed è facile in tal caso supplire:

[*Λεύκιος Κορνήλιος Ποπλίου υἱὸς*] *στρατηγὸς ὕπατος Ῥωμαίων* [*καὶ Πόπλιος Κορνήλιος Ποπλίου υἱ*]*ὸς κτλ.*

ovvero, se 28 lettere sono troppe per la lacuna della seconda linea, come mi assicura un insigne epigrafista che ha riveduto la pietra,

[*Λεύκιος Ποπλίου Κορνήλιος Σκιπίων*] *στρατηγὸς ὕπατος Ῥωμαίων* [*καὶ Πόπλιος Ποπλίου Κορνήλι*]*ος κτλ.*

dove per *Πόπλιος Ποπλίου K.* e *Λεύκιος Π. Κορνήλιος* si può confrontare, senza andar troppo lontano, *Τίτον Τίτου Κοΐγκτιον* (Dittenberger *Syll.* II³ 592) della dedica di Gitio. Altri del resto potrà, per quel che è della minuta restituzione, far proposte più felici delle mie. Per la sostanza, che si tratti d'una lettera dei due Scipioni, questo mi pare sicuro e non riesco neppure a capire come non si sia riconosciuto alla prima. Non faccia difficoltà di vedere al console associarsi un suo legato: perchè appunto il console non era che Lucio Scipione e il legato era l'Africano, al quale come al comandante vero si rivolgevano,

Digitized by Google

ne fanno testimonianza Polibio e Livio, principi e città, e il quale, a giudicare dagli eventi che seguirono, fu considerato in Roma come il responsabile dell'esito della spedizione e persino della sua gestione finanziaria.

Ma poi faccia la cosa difficoltà o no, che Lucio e Publio scrivessero insieme almeno una lettera, la cui intestazione non può essere suppergiù che quella stessa da me congetturata per la lettera agli Eracleoti, è detto esplicitamente da Polibio. È la lettera scritta a Prusia *παρά τε Λευκίου καὶ Ποπλίου τῶν ἀδελφῶν* (XXI 11, 3), che Polibio ha fors'anche veduta egli stesso; lettera i cui mittenti vengono indicati persino dallo storico, con poco riguardo alla preminenza giuridica di Lucio, come *οἱ περὶ Πόπλιον*. E lettere collettive dei due fratelli è probabile che siano, sebbene non possiamo dirlo con certezza assoluta, quelle che giunsero a Lucio Emilio Regillo e ad Eumene in Samo: *παρά τε τοῦ Λευκίου τοῦ τὴν ὕπατον ἀρχὴν ἔχοντος καὶ παρὰ Ποπλίου Σκιπίωνος, δηλοῦντα τὰς πρὸς τοὺς Αἰτωλοὺς γεγενημένας συνθήκας ὑπὲρ τῶν ἀνοχῶν καὶ τὴν ἐπὶ τὸν Ἑλλήσποντον πορείαν τῶν πεζικῶν στρατοπέδων* (Polyb. XXI 8, 2).

Sicchè non deve far meraviglia che i fatti testimoniati da Polibio e da Livio si rispecchino in un documento epigrafico. E il contenuto della lettera è la migliore riprova di questa ipotesi. La lettera, accentuando a ogni tratto, senza schivare ripetizioni, la benevolenza dei Romani per gli Elleni e il proposito di libertà con cui i Romani avevano combattuto, ci riporta in pieno idillio greco-romano. Cioè, parallela alle proclamazioni di Flaminino dopo la seconda macedonica, essa è anteriore alle deviazioni dalla politica filellenica, che dopo la battaglia di Magnesia posero fine all'idillio. E la prima deviazione fu quella appunto cui i Romani si trovarono indotti, contro le richieste dei Rodî, dalle preghiere d'Eumene rispetto alle città greche d'Asia. La lettera presuppone dunque una situazione anteriore al dibattito che allora ebbe luogo nella curia, il cui significato si rileva chiaro da una attenta meditazione del resoconto che ne dànno Polibio (XXI 18-24) e, sulle sue traccie, Livio (XXXVII 52-56). Mentre il senato cominciava a gettare a mare le promesse fatte ai Greci, la nostra lettera documenta — e qui sta il suo capitale interesse storico — che

Digitized by Google

Scipione Africano come aveva voluto lasciare a Cartagine ed alla Siria la possibilità di vivere, così aveva preso onestamente sul serio il manifesto di guerra romano della liberazione delle città elleniche. Ma le vittorie appunto degli Scipioni erano così immani che esse permettevano d'iniziare una politica d'impero ben diversa da quella moderata che gli Scipioni avevano creduto di preparare vincendo. E il non essersi adattati alla politica nuova contribuisce a spiegare come i generali vittoriosi rimanessero esautorati subito dopo le loro vittorie.

Digitized by Google

Le idee filosofiche di Dante

Nota del Socio nazionale residente ADOLFO FAGGI

Dopo la morte di Beatrice, descritta con sì vivaci colori nella *Vita Nuova*, Dante racconta di essere stato consolato nel suo dolore da una donna *gentile*. Di lei dice:

> Color d'amore e di pietà sembianti
> Non preser mai così mirabilmente
> Viso di donna.

E confessa di esser venuto a tanto per la vista di questa donna, che i suoi occhi si cominciarono a dilettare troppo di vederla, il suo pensiero a ragionar di lei amorosamente, e il cuore a consentire. Ma il ricordo di Beatrice insorgeva ancora possente e caldo contro il nuovo affetto che mirava a prendere stanza nell'animo di Dante; nell'aspra battaglia, il suo cuore cominciò dolorosamente a pentirsi del desiderio da cui vilmente si era lasciato prendere; e, discacciato questo cotale malvagio desiderio, tutti i suoi pensamenti tornarono a rivolgersi alla loro gentilissima Beatrice.

Nel *Convivio* questa donna gentile che viene a consolar Dante della morte di Beatrice è identificata colla filosofia. Ciò non significa, sia detto di passaggio, che la donna gentile della *V. Nuova* non sia stata un vero amore o un vero sentimento di Dante per persona reale; certo è che egli più tardi, sopito il bollore dell'età giovane e del senso, la idealizzò, secondo il costume del tempo, e ne fece simbolo della Filosofia, come Beatrice fu fatta simbolo della Teologia. Così invero dice Dante della Filosofia nel luogo citato del *Convivio*: " E io imaginava lei fatta come una donna gentile: e non la potea immaginare

Digitized by Google

in atto alcuno se non misericordioso, per che sì volentieri lo pensiero la mirava, che appena lo potea volgere da quello „. *E più* esplicitamente ancora in altro luogo dello stesso *Convivio*: " Quella gentil Donna di cui feci menzione nella fine della *Vita Nuova* apparve primamente accompagnata d'Amore agli occhi miei, e prese alcuno luogo nella mia mente. E, siccome è ragionato per me nello allegato libello, più da sua gentilezza che da mia elezione venne ch'io ad essere suo consentissi; chè passionata di tanta misericordia si dimostrava sopra la mia vedova vita (vedova per la morte di Beatrice), che gli spiriti degli occhi miei a lei si fero massimamente amici. E così fatti, dentro me poi fero tale che il mio beneplacito fu contento a disposarsi a quella imagine „.

Così avvenne il secondo sposalizio (spirituale) di Dante; se il primo fu con Beatrice, il secondo fu colla filosofia. Ma ciò non fu senza battaglia, quella battaglia che è narrata nella *V. N.* tra la memoria di Beatrice e il nuovo affetto, e che nel *Convivio* è invece rappresentata simbolicamente nella lotta fra il sentimento amatorio e la speculazione filosofica, come appare dalla canzone:

Voi che intendendo il terzo ciel movete

e dal commento che le segue.

Ma Dante ci dà nel *Convivio* altri ragguagli sulle circostanze che favorirono e determinarono questo suo sposalizio colla filosofia dopo la morte della sua Beatrice. Udiamo ancora una volta le sue parole: " E però principiando ancora da capo, dico che, come per me fu perduto il primo diletto della mia anima, cioè Beatrice, io rimasi di tanta tristizia punto, che alcuno conforto non mi valea. Tuttavia, dopo alquanto tempo, la mia mente che s'argomentava di sanare, provvide (poichè nè il mio nè l'altrui consolare valea) ritornare al modo che alcuno sconsolato avea tenuto a consolarsi. E misimi a leggere quello, non conosciuto da molti, libro di Boezio, nel quale, cattivo e discacciato, consolato s'avea. E udendo ancora che Tullio (Marco Tullio Cicerone) scritto avea un altro libro, nel quale trattando dell'Amistà, avea toccato parole della consolazione di Lelio, uomo eccellentissimo, nella morte di Scipione, amico suo, misimi a leggere quello „.

Digitized by Google

Furono dunque due libri famosi nel M. E. fra i dotti che volsero Dante alla filosofia: il *De consolatione philosophiae* di Boezio e il *Laelius de amicitia liber* di Cicerone: nel primo una grande sventura, il bando dalla corte reale di Teodorico, la perdita di tutti gli onori, la prigionia che dovea poi condurre al patibolo è consolata dalla filosofia; nel secondo la filosofia consola pure Lelio, uomo, come dice Dante, eccellentissimo nella irreparabile morte di Scipione amico suo. Due vedove vite sono così consolate: vedova era pure la vita di Dante per la morte di Beatrice; la stessa consólazione poteva forse anch'egli sperare dalla filosofia. E ciò avvenne oltre le sue speranze, perchè egli nella filosofia non trovò soltanto argento, cioè rimedio alle sue lagrime, ma anche oro, cioè arricchimento dell'intelletto e acquisto di sublimi verità.

Dante cominciò allora, poichè non gli bastavano le letture, a frequentare anche le scuole di filosofia. Ce lo dice egli stesso nel *Convivio*: " E da questo imaginare (la filosofia come Donna gentile e in atto misericordioso) cominciai ad andare là dove ella si dimostrava veracemente, cioè nelle scuole dei religiosi e alle disputazioni dei filosofanti; sicchè in picciol tempo, forse di trenta mesi, cominciai tanto a sentire della sua dolcezza, che il suo amore cacciava e distruggeva ogni altro pensiero ".

Le scuole di filosofia dei religiosi, a cui qui Dante accenna, sono forse quelle di S. Maria Novella a Firenze, dove insegnando i Domenicani già spiegavano S. Tommaso, e quelle di Santa Croce, ove insegnavano i Francescani. E un eco del tempo passato da Dante sui banchi di queste scuole, dove, secondo il metodo scolastico e medievale, l'insegnamento era pôrto per via di sillogismi, si ritrova in parecchi luoghi della *Divina Commedia*. Ricordate il canto XXVII dell'*Inferno*, il canto di Guido da Montefeltro, dannato per aver dato, colla promessa dell'assoluzione, il famoso consiglio frodolento a Bonifazio VIII:

> ' Lunga promessa coll'attender corto
> Ti farà trïonfar nell'alto seggio '?

Ebbene Guido da Montefeltro così racconta il triste episodio della sua morte:

> Francesco venne poi com'io fui morto
> Per me, ma un de' neri Cherubini
> Gli disse: Nol portar, non mi far torto.

Digitized by Google

Venir se ne dee giù tra i miei meschini,
Perchè diede il consiglio frodolente
Dal quale in qua stato gli sono ai crini.
Chè assolver non si può chi non si pente,
Nè pentere e volere insieme puossi
Per la contradizion che nol consente.
Oh me dolente come io mi riscossi
Quando mi prese, dicendomi: Forse
Tu non credevi ch'io loico fossi.

Così nel canto XIII del *Paradiso*, laddove San Tommaso spiega a Dante come Salomone non ebbe pari, non già nella sapienza in generale chè per questo lato Adamo e Cristo gli furono superiori, ma nella sapienza regale, si dà prova di tutte le sottigliezze scolastiche nel distinguere e suddistinguere:

Chè quegli è fra gli stolti bene abbasso
Che senza distinzione afferma e nega
Così nell'un come nell'altro passo.

Nel canto XXIV del *Paradiso* San Pietro interroga Dante intorno alla fede. E Dante si prepara a rispondere:

Sì come il baccellier s'arma e non parla
Fin che il maestro la quistion propone
Per approvarla, non per terminarla;
Così m'armava io d'ogni ragione.

Baccelliere è lo studente che avea conseguito il primo grado accademico e poteva partecipare alle discussioni per sostenere ossia per dimostrare, per provare (*ad probandum*) la quistione che il maestro proponeva: ma al maestro poi, udita la dimostrazione dello scolaro, spettava di risolvere la quistione, cioè di *terminarla*.

A Dante che si presentava nell'agone della filosofia diversi sistemi si offrivano con diverso invito. Quali erano questi sistemi? Essi erano tre: l'Averroismo, il Tomismo, il Francescanesimo. Tutti e tre erano improntati sulla filosofia che dominava nell'epoca: la filosofia di Aristotele,

Il maestro di color che sanno:

più i primi due, meno il terzo cioè il Francescanesimo, che avea mantenuto più stretti legami con S. Agostino e quindi col Platonismo.

Digitized by Google

Si capisce subito che Dante doveva decidersi per il Tomismo, la filosofia di San Tommaso. L'Averroismo non era ortodosso e Dante era profondamente cattolico. Il Francescanesimo non teneva poi così in onore la filosofia di Aristotele come il Tomismo: e Aristotele già nel *Convivio* è sempre l'autore, il filosofo per eccellenza di Dante. Come sulle carte di Virgilio, così egli avea vegliato sulle carte di Aristotele. Averroè e l'Averroismo sono però rammentati con grande onore da Dante:

Averrois che il gran commento feo.

Chi era Averroè? Come Aristotele era il filosofo per eccellenza, così Averroè era il commentatore per eccellenza. E nel Medio Evo commentatore di Aristotele voleva dir molto; perchè Aristotele era la Scienza, tutta la Scienza umana; e grande era quel commentatore che sapea trarla fuori tutta da quello scrigno e dispensarla agli uomini come pane di vita.

L'Averroismo era nato da una interpretazione particolare di una dottrina di Aristotele, la dottrina dell'intelletto. Aristotele distingue due forme dell'intelletto: l'intelletto attivo e l'intelletto passivo. Quest'ultimo è legato al corpo e muore con esso. L'intelletto attivo è invece separabile dal corpo e ad esso sopravvive: ma Averroè non ammette che un unico intelletto attivo fra tutti gli uomini, che si rifrange nei diversi cervelli come il sole nelle cose a cui dà luce e colore. La Ragione che vive e palpita nell'umanità è dunque una sola, tant'è vero che gli uomini s'intendono fra loro, e i principi logici sono gli stessi in tutti gli uomini, malgrado le diversità psicologiche di questo e di quello. Le diversità psicologiche dipendono appunto dall'intelletto passivo che è legato al corpo nei singoli individui: ma la Ragione è impersonale, identica in tutti gli esseri pensanti: è l'intelletto attivo, che è unico in sè stesso, indipendente dal corpo e perciò immortale. Si comprende subito che l'Averroismo conduce necessariamente al Panteismo, ammette cioè una sola grande anima dell'Umanità e nega perciò l'immortalità dell'anima individuale. Questa non è che una fiammella che s'accende per un momento di luce non sua, e tosto si spenge; è il raggio di un gran sole che si rifrange su di un oggetto e gli dà solo per brevi istanti vita e calore. Ma come il sole, pur mandando nell'immensità dello spazio infiniti raggi, rimane sostanzialmente

Digitized by Google

uno, così l'intelletto attivo, pur rifrangendosi in mille e mille cervelli, rimane anch'egli sostanzialmente uno.

L'Averroismo, negando l'immortalità dell'anima individuale, era dunque contrario al domma cattolico. Pur tuttavia Dante è compreso d'ammirazione davanti ad Averroè e alla sua dottrina, che rappresentava quello che con parola moderna si potrebbe chiamare l'*Illuminismo* del tempo, rispetto alla rigidità della dottrina ortodossa. Egli arriva persino a collocare nel Paradiso, accanto a San Tommaso d'Aquino e ai grandi Dottori della Chiesa, nel Cielo del Sole, il più famoso degli Averroisti del sec. XIII, Sigieri di Brabante, che mise a rumore colle sue dottrine l'Università di Parigi, la rocca della Scolastica nel Medio Evo.

> Questi, onde a me ritorna il tuo riguardo,
> È il lume d'uno spirto che in pensieri
> Gravi a morire gli parve esser tardo.
> Essa è la luce eterna di Sigieri,
> Che leggendo nel vico degli strami
> Sillogizzò invidïosi veri.

Così dice S. Tommaso a Dante. Il vico degli strami è la *rue du Fouarre*, nella quale erano le scuole di filosofia dell'Università di Parigi. *Invidïosi veri*, che fruttarono cioè odi e persecuzioni a Sigieri, il quale fu infatti condannato dalla Chiesa, escluso dall'insegnamento, e internato nella Corte di Roma ad Orvieto. Come mai Dante abbia potuto collocare nel Paradiso, accanto ai Padri e ai Dottori, un Averroista condannato e scomunicato dalla Chiesa, resta anche oggi, dopo tanti studi e tentativi di spiegazione, un mistero. Nè meglio si comprende come egli, ortodosso e cattolico sincero, abbia potuto chiamar *veri* delle dottrine che contradicevano ai dogmi del Cristianesimo ed erano state colpite dalla esplicita riprovazione della autorità ecclesiastica nel 1277. Egli certo non ebbe una conoscenza approfondita delle dottrine di Sigieri: forse ignorò la condanna del 1277; forse, se la conobbe, credè di non doverne tener conto rigoroso, poichè nella condanna di quell'anno furono coinvolte anche alcune tesi di S. Tommaso. Egli si credè lecito di tributare, malgrado le riserve che la Fede gli imponeva, la sua ammirazione a un movimento d'idee, come quello averroistico, che avea profondamente agitati gli animi del suo tempo, e rischia-

Digitized by Google

rate di nuova luce le vie del pensiero e della cultura medievale.

Non sono anzi mancati al nostro tempo gli studiosi, che sono andati a ricercare palesi tracce di Averroismo nell'opera di Dante; e han creduto, per esempio, di ravvisarle nel *De Monarchia*, dove l'umanità è presentata in forma di un Tutto unico, indivisibile nella necessaria collaborazione di tutti i suoi componenti all'opera comune di portare, in ogni passo della sua vita storica, al più alto grado possibile lo svolgimento dell'intelletto, cioè la conquista del vero e del bene, in cui consiste il fine assegnatole quaggiù, cioè la sua felicità. Ma la teoria averroistica dell'intelletto unico non è qui certamente inclusa. Tutte le volte che noi ci trasportiamo dallo studio psicologico dell'uomo allo studio storico dell'umanità, dalla considerazione cioè dell'individuo a quella della specie, sogliamo considerar questa come una salda unità, ma in maniera puramente concettuale, senza darle cioè una sostanzialità propria, diversa da quella degli individui che effettivamente la compongono e la costituiscono. Poteva Dante proporsi il ragionevole problema, se all'*attuazione* piena (nei suoi riguardi terreni) dell'intelletto posto da Dio in *potenza* nell'uomo, non bastando l'opera del singolo, si richiedesse la cooperazione di tutti gli uomini uniti dallo stesso fine; ma ciò non implicava per nulla il riconoscimento o il sostanziamento averroistico di un'anima dell'Umanità.

È certo dunque che Dante, se ebbe stima ed ammirazione per l'Averroismo e il suo valore culturale ed intellettuale, non poteva, a parte anche le riserve religiose, in nessuna maniera appropriarsene la dottrina. L'Averroismo oltre all'immortalità individuale, negava anche la responsabilità morale. Ora come avrebbe potuto costruirsi la Divina Commedia senza questi due principî? In quale altro modo avrebbe Dante potuto rappresentarci gli spiriti dopo la morte, se non nell'effigie individuale che ebbero durante la vita? Sta qui tutta la grandezza della sua arte. Come si potrebbe imaginare una Francesca da Rimini che non sia anche dopo la tomba donna e amante, un Farinata degli Uberti, che non sia, anche fra i tormenti dell'Inferno, uomo di fazione e di partito? E, quanto alla responsabilità morale, vi fu forse alcuno che n'ebbe il concetto più chiaro e il sentimento più vivo di Dante, il quale non esita a relegare

Digitized by Google

nella selva infernale dei suicidi, malgrado la sua innocenza e le pene ingiustamente sofferte in vita, Pier delle Vigne, per essersi voluto sottrarre, con un atto disperato contro se stesso, a una esistenza diventata insopportabile; non risparmia al suo stesso maestro Brunetto Latini, che anche nell'Inferno conserva per lui

La cara e buona immagine paterna,

il cocente martirio della pioggia di fuoco riserbata ai sodomiti, perchè di questa colpa lo seppe o lo credè macchiato? Dante è inesorabile nell'assegnazione delle pene; fu appunto chiamato il grande giustiziere del Medio Evo. Non ho bisogno quindi di citare i luoghi della Divina Commedia in cui si afferma esplicitamente il libero arbitrio e la responsabilità morale nell'uomo: tutto il poema è pervaso da questo concetto e anzi fondato su di esso. Oltre le ragioni della fede vi erano anche le ragioni dell'arte che doveano rendere, malgrado qualche astratta simpatia intellettuale, l'Averroismo assolutamente inaccettabile a Dante.

San Tommaso distingue due fonti di conoscenza per l'uomo, la Ragione e la Rivelazione. La Ragione non può spiegar tutto: se l'uomo può, per via di essa, comprendere l'esistenza di Dio, l'immortalità dell'anima, l'esistenza di una vita futura, non può tuttavia comprendere quelli che appunto per ciò son detti i Misteri del Cristianesimo, la Trinità, l'Incarnazione, l'Eucaristia. Si rendeva perciò necessaria la Rivelazione, che è non contraria, ma superiore alla Ragione. Dante distingue anch'egli le due fonti di conoscenza. Nel canto III del *Purgatorio* Virgilio stesso gli dice:

Matto è chi spera che nostra ragione
Possa trascorrer l'infinita via
Che tiene una sustanzia in tre persone.
State contenti umana gente al *quia*;
Che se potuto aveste veder tutto
Mestier non era partorir Maria.
E desïar vedeste senza frutto
Tai che sarebbe lor disio quietato
Ch'eternalmente è dato lor per lutto.
Io dico d'Aristotele e di Plato
E di molti altri. E qui chinò la fronte.
E più non disse, e rimase turbato.

Digitized by Google

Fermiamoci un po' su questi versi. Nel linguaggio della Scolastica la dimostrazione *a priori* cioè dell'effetto per la causa si diceva *demonstratio propter quid*: la dimostrazione *a posteriori*, della causa per l'effetto, si diceva *quia*.

State contenti umana gente al *quia*

significa perciò: Contentatevi di conoscere gli effetti senza conoscere direttamente per sè le cause. Le cause, in sè, sono sottratte alla ragione umana; poichè la Causa delle cause è Dio imperscrutabile nel suo Mistero di Uno e Trino. Virgilio che rappresenta la Ragione umana è lui stesso che ne confessa l'impotenza.

E qui chinò la fronte,
E più non disse, e rimase turbato.

La Ragione umana china con Virgilio la fronte dinanzi al Mistero e rimane turbata. Ma in questo atto c'è anche un amaro rammarico di Virgilio, come appare dai versi che immediatamente precedono. Egli ricorda il suo luogo di confine, là nel Limbo, con Aristotele e Platone, cogli spiriti magni dell'antichità prima della venuta di Cristo. Quel luogo senza dolore, è vero, ma senza gioia; che non sa il pianto, ma non sa nemmeno il riso, dove la sembianza non è trista, ma non è mai lieta. Perchè questi spiriti magni dell'antichità, del cui numero è Virgilio, sono stati relegati nel primo cerchio dell'Inferno ed esclusi dalla visione beatifica di Dio? Virgilio lo spiega a Dante nel Canto IV dell'*Inferno*.

E se furon dinanzi al Cristianesmo,
Non adorar debitamente Dio;
E di questi cotai son io medesmo.
Per tai difetti e non per altro rio
Semo perduti e sol di tanto offesi
Che senza speme vivemo in disio.

Vivere in un desiderio continuo, incessante, senza speranza di vederlo mai appagato! Si direbbe che Dante non ha pensato alla terribilità morale di questo supplizio. Ma dai versi del *Purgatorio* che ho più sopra citati apparisce che l'inesorabile giustiziere ha anche qui applicato la legge del taglione o meglio del contrappasso, per cui la pena è proporzionata e corrispondente alla colpa. Questi spiriti magni dell'antichità, tra cui pri-

Digitized by Google

meggiano Aristotele e Platone, desiderarono in vita di saper tutto per la via della Ragione, la quale non basta a così *grand'uopo* senza l'aiuto della Rivelazione. Fu dunque in vita un desiderio vano; e un desiderio vano senza mai speranza di appagamento li tormenta dopo la morte:

> E desïar vedeste senza frutto
> Tai che sarebbe lor desio quetato
> Ch'eternalmente è dato lor per lutto.

Abbiamo detto che per San Tommaso due sono per l'uomo le sorgenti della conoscenza, la Ragione e la Rivelazione. La Rivelazione è infatti per lui una sorgente di conoscenza, piuttosto che la manifestazione o l'estrinsecazione nel mondo di una vita divina come intendono i Mistici, fra i quali bisognerà comprendere i Francescani. La Rivelazione è dunque una sorgente soprannaturale di conoscenza, che presenta all'uomo misteri da essere creduti anche quando non siano compresi: la Santa Scrittura e la tradizione della Chiesa sono i *canali* per cui essa si diffonde,

> Come torrente ch'alta vena preme,

fra gli uomini. Ma anche la Ragione, come fonte di verità naturale, ha i suoi *canali*, che sono i grandi sistemi dell'antica filosofia, soprattutto quello d'Aristotele. La Ragione e la Rivelazione sono dunque due sorgenti separate di conoscenza, che hanno i loro appropriati *canali*, ai quali l'uomo per calmare

> La sete natural che mai non sazia

può rivolgersi: la Chiesa da una parte, la filosofia d'Aristotele dall'altra. Le due fonti non sono in contradizione l'una coll'altra, perchè tutt'e due emanano dall'unica sorgente della cognizione che è Dio. Di qui la compatibilità della filosofia colla teologia, che è l'assioma fondamentale della Scolastica, e la possibilità di una *Summa philosophiae*, accanto a una *Summa theologiae*, che comprenda e racchiuda la totalità del sapere umano.

Dante avea dunque bisogno per il suo viaggio nell'oltretomba di due guide, una che rappresentasse la Ragione umana ossia la Filosofia, un'altra che rappresentasse la Rivelazione ossia la Teologia. La prima poteva bastare per fargli visitare due dei regni d'oltretomba, l'Inferno e il Purgatorio, perchè

Digitized by Google

Dio, come supremo giudice e vendicatore delle colpe, può essere inteso e compreso dalla Ragione; ma per entrare in Paradiso, per comprendere Dio cioè nella sua gloria e nella sua essenza, ci voleva la guida e l'aiuto della Teologia. Ora chi poteva egli scegliere come guida per la prima parte del suo viaggio, chi poteva egli scegliere come rappresentante della Ragione cioè della Filosofia? Poteva, come Boezio, personificare nei sembianti di una donna la filosofia stessa: poteva a questo scopo valersi, inalzandola a simbolo, della *Donna gentile* della *Vita Nuova*. Non volle, perchè sarebbe risultata una cosa fredda e convenzionale: la Filosofia, in veste di una donna, di una matrona, sarebbe stata sempre la personificazione di un'astrazione, non avrebbe potuto, come nel libro di Boezio, che ripetere sentenze di antichi saggi, specialmente stoici, per consolare e fortificare l'animo, o dare ammaestramenti morali. Avrebbe potuto scegliere Aristotele, il maestro di color che sanno: quegli che veramente rappresentava la Filosofia nel medio evo. Gran ventura fu che Dante così non scegliesse: invece di un maraviglioso poema, avremmo avuto una delle tante Somme del M. E., una *Summa philosophiae*.

Dante, benchè si fosse dedicato alla filosofia, era e restava poeta. Voleva sì fare opera di filosofia, ma che fosse nello stesso tempo opera di poesia: un'opera cui avrebbero posto mano e cielo e terra, che giudicasse gli uomini e le cose, ma nello stesso tempo li rappresentasse in una sublime figurazione d'arte. Virgilio gli si offriva come la migliore tra le guide. Poeta grande, che anche nel *Convivio* è detto lo maggior nostro poeta, egli era, come forse nessun altro degli antichi, rimasto vivo nella tradizione medievale, che ne avea fatto una figura straordinaria, in cui alla poesia si univa la dottrina, la sapienza, la magìa, una specie di dominio taumaturgico sulla Natura. Virgilio, che già era come poeta maestro e autore di Dante, quello da cui avea preso *lo bello stile che gli avea fatto onore*, diviene per lui l'alto dottore, il saggio, il verace duca, il mar di tutto il senno, il savio gentil che tutto seppe; quel rappresentante insomma, che egli cercava, della Ragione umana o della Filosofia nel suo viaggio per i regni dell'oltretomba; non di una filosofia astratta, nutrita di ignudi concetti e amante solo di raziocini o di sillogismi, ma di una filosofia viva e naturale, rivestita di belle imagini e di forme luminose.

Digitized by Google

A simbolo della Teologia Dante assunse Beatrice. Nella poesia del tempo, specialmente nella poesia del *dolce stil nuovo*, l'Amore era scuola per ogni più alto pensamento, e la Donna che n'era l'oggetto veniva ad essere *angelicata*, o come oggi si direbbe divinizzata, rappresentando l'ideale di ogni perfezione, la scala quindi per arrivare a Dio. Dopo che Beatrice fu tolta a Dante dalla morte, questo processo di spiritualizzamento o idealizzamento andò sempre più affinandosi nell'animo di lui, fino a fargli considerare nella bellezza della donna amata, e così presto scomparsa come tutte le cose supremamente belle, una vera e propria rivelazione di Dio; e scoprire in lei il simbolo di quella Scienza che, sopra i vani sforzi della filosofia umana, a Dio veramente e intimamente riconduce.

Abbiam veduto che la Rivelazione era intesa nel Tomismo più come una nuova conoscenza che come una nuova vita. Quest'ultimo modo era proprio dei Mistici, per cui Fede non volea dire semplicemente accettare una proposizione incomprensibile all'intelletto, ma attuare e vivere in sè stesso il Mistero, rinunziando alla ragione individuale e perdendosi nella contemplazione dell'infinita essenza. Ma Dante non era portato al Misticismo. Il Francescanesimo perciò gli doveva nella sua essenza rimanere estraneo. Ben poco di francescano è in lui: uomo di partito e d'azione egli non poteva completamente dimenticare sè stesso. Il sentimento della personalità era in lui troppo vivo, perchè si potesse spegnere. L'ira e la superbia, passioni a cui egli si riconosce soggetto, sono assolutamente contrarie allo spirito francescano di carità e di umiltà, e manifesti segni di un intenso sentimento individuale e personale della vita.

Tuttavia il Misticismo non poteva mancar di esercitare un allettamento sulla grande anima di Dante: ai suoi sforzi instancabili dovea al fine aprire i lontani orizzonti d'una nuova patria. Il suo volere appassionato non potea rinunziare a congiungersi almeno per brevi istanti al suo oggetto. La nuova conoscenza che egli avea acquistato per mezzo di Beatrice, dovea dargli l'assaggio, sia pure fugace, di una nuova vita. Ma a ciò Beatrice, la Teologia non poteva bastare. Essa aveva dato tutto quello che poteva dare alla conoscenza: ci voleva un'altra guida che lo portasse più in su, all'ultimo fine dei suoi desideri, all'unione con Dio, che non è più conoscenza, ma identificazione,

Digitized by Google

immedesimazione. Dante scelse San Bernardo di Chiaravalle; e anche in questa scelta si rivela tutto il carattere di Dante.

Poichè San Bernardo fu nello stesso tempo anima profondamente mistica e uomo d'azione. Egli si trovò coinvolto nei più grandi avvenimenti della sua epoca, e v'ebbe invitta ed energica parte. Alla meditazione solitaria e serena del contemplante succedeva in lui l'opera fervorosa dell'apostolo e qualche volta il sagace intervento del diplomatico. Vissuto nella prima metà del XII secolo, fu presente a un grande scisma che travagliò la cristianità; scelto ad arbitro per la sua autorità e la santità della sua vita, sostenne le ragioni di Innocenzo II contro l'antipapa Anacleto; e le sostenne con tanta energia che persuase l'imperatore a prendere le armi in favore d'Innocenzo, e Anacleto fu obbligato a chiudersi in Castel S. Angelo, dove poi morì. Predicò e preparò la 2ª Crociata, cui presero parte il re di Francia Luigi VII e l'imperatore di Germania Corrado III. Combattè contro le dottrine di Abelardo, che egli credeva perniciose al Cristianesimo, finchè non ne ottenne la riprovazione dalla Chiesa. Indirizzò al papa Eugenio III il suo trattato *De Consideratione*, sui doveri del papato, uno dei libri più coraggiosi che siano mai usciti da penna di sacerdote. Non ci fu dunque vita che fosse più attivamente e più operosamente spesa.

Eppure S. Bernardo riuscì a provare tutta la poesia della contemplazione, tutto il rapimento dell'estasi, questo trapasso dell'umana natura, in cui, morendo a sè stessi, si risorge alla vera vita. San Bernardo non espone la sua dottrina, la vive: in lui lo slancio del sentimento spezza ogni freno di ragione. Ma questi congiungimenti con Dio furono nella sua vita brevi e fugaci istanti di suprema dolcezza: *dulce commercium, sed breve momentum et experimentum rarum*: breve momento ed esperimento raro; *heu rara hora et parva mora*, ora di eccezione e brevità di indugio! Quando in seguito a vigilie, a preghiere, a travagli d'ogni genere, a pioggia di lagrime, lo Sposo si piega a venire, d'improvviso mentre credi tenerlo, ti sfugge; e quando di nuovo ritorna, cedendo a nuove preghiere e nuove lagrime, ecco che ancora d'improvviso ti scappa quasi di mano. *Ritorna, ritorna*, esclama il Santo, *ritorna* è la continua voce dell'anima

Digitized by Google

sua, è il continuo suo desiderio; *ritorna* non cessa di gridare nell'ardente brama del cuore (1).

Ma l'estasi mistica, l'unione con Dio, raggiunta solo in alcuni momenti privilegiati, come premio all'anima ardente e sitibonda, non impedì a San Bernardo l'opera attiva e indefessa nel mondo a pro della Giustizia. S. Bernardo era perciò il contemplante che piaceva a Dante, essendo nello stesso tempo uomo travagliativo, per usare l'espressione del Gioberti. Il misticismo era un premio dell'anima nei suoi riposi: dopo aver servito Dio coll'opera e combattuto per lui, poteva bene aspirare a congiungersi con lui in uno slancio d'amore. Da questa congiunzione, da questo amplesso ella ritraeva nuove forze per l'azione; come Anteo, il gigante della favola, nella lotta con Ercole acquistava nuove forze appena toccava la terra sua progenitrice, così l'anima acquista nuove forze appena tocca spiritualmente Dio suo progenitore. Inoltre a Dante, che, per fortuna nostra e della nostra letteratura, fu sempre, malgrado forse qualche suo proposito, più poeta che filosofo, non poteva sfuggire la grandezza e la luminosità, la ricchezza e la poesia della sensazione mistica, che rappresenta il culmine della sensibilità umana. L'arte sua, che volteggiò con sublime volo su tutti i culmini dell'anima umana, non poteva non essere attratta anche da questo, che è il più eccelso. Essa avea già saputo trasformare in sorgenti inesauribili di fantasia le due sorgenti della Conoscenza medievale, la Ragione e la Rivelazione, avea già saputo trasformare Aristotele in Virgilio e la Teologia in Beatrice, un mondo di concetti e di precetti in un mondo d'immagini e di forme vive: ma l'ultimo Canto del *Paradiso*, in cui Dante s'affisa all'Eterno vero, che è l'Eterno mistero cioè Dio, e lo adempie e lo compie per un momento in sè stesso, è il canto più maravïglioso e più sublime che sia uscito o possa mai uscire dall'anima umana.

Fu detto che in Dante le due correnti del Tomismo e del Francescanesimo si conciliano. Vero è che Dante, poeta, non era intellettualista abbastanza per rimanere durevolmente in compagnia dei Tomisti. Ma la conciliazione fu fatta più dal

(1) Cf. G. Zuccante, *S. Bernardo e gli ultimi canti del Paradiso*, Pavia, 1906, pag. 41, 42.

Digitized by Google

poeta che dal filosofo. L'intellettualismo si nutre di libri e di maestri; ma a Dante non potevano non suonar care le parole di San Bernardo: *Experto crede, aliquid amplius invenies in sylvis quam in libris; ligna et lapides docebunt te quod a magistris audire non possis*: Credi a chi l'ha provato; troverai qualche cosa di più nelle foreste che nei libri; gli alberi e le rocce t'insegneranno ciò che non potresti mai imparare dai maestri. — Il misticismo se era un contatto più immediato con Dio, era anche un contatto più immediato con la Natura; e l'Arte che, secondo il detto di Dante, essendo figlia della Natura, a Dio quasi è nipote, non poteva che avvalorarsi da quel contatto. Sicchè Dante, terminando da mistico la sua grande visione oltremondana, non fece che ritrovare e ridestare in se stesso, dopo l'aspra e nuda dialettica del *Convivio*, dopo il maraviglioso panorama che la sua fantasia avea saputo sviluppare dai regni della conoscenza umana, quegli intimi e indicibili motivi, che aveano fatto di lui fin dalle pagine della *Vita Nuova*, nell'amore della vivente Beatrice, un poeta.

La Scolastica è tutta quanta occupata e soggiogata da un solo grande pensiero, il pensiero religioso. Le diversità di razza o di stirpe che si manifesteranno nella filosofia moderna male si distinguono in essa: l'unità dominatrice dell'Idea produce l'uniformità della fisionomia. Nondimeno queste differenze di razza non potevano fare a meno d'accennarsi, ed esse già s'intravedono. Si vede apparire il genio francese nel Razionalismo di Abelardo, che si rifiutava di accogliere come oggetto di fede ciò che non fosse chiaro al pensiero: *intelligo ut credam*. In lui si avvera già il detto di Rivarol: *Ciò che non è chiaro non è francese*. Con Ruggero Bacone, con Giovanni Duns Scoto, con Guglielmo Ockam si rivela il genio inglese, nella tendenza empirica, nel gusto particolare dell'esperienza: il genio tedesco si annunzia da una parte nel talento enciclopedico, nelle vaste sintesi del sapere di Alberto di Bollstädt, ossia d'Alberto Magno, dall'altra nel misticismo panteistico di Mastro Eckhart. Fu detto che il genio italiano si manifesta nel Principe della Scolastica, in Tomaso d'Aquino. Io non credo che ciò sia. S. Tomaso è nato, è vero, in Italia, ma la sua educazione fu fatta con Alberto Magno, tedesco, all'Università di Colonia e di Parigi. Quando si tratti dello spirito, la nascita vuol dir poco rispetto

Digitized by Google

all'educazione. Io credo invece che nell'epoca scolastica il genio italiano sia rappresentato da Dante, il quale seppe dare ai fantasmi della filosofia la vita eterna dell'arte:

Anch'io
Pingo e spiro ai fantasmi anima eterna,

poteva egli ben dire ai suoi fratelli del Rinascimento, a Leonardo e Michelangelo. Il pensiero filosofico di Dante, è vero, non è originale: ma aveano poi la vera impronta dell'originalità i sistemi che apparvero nella Scolastica? Si trattava sempre in fondo di elaborare un materiale esteriore, sia il contenuto della Rivelazione, sia il contenuto della filosofia antica, specialmente di Aristotele. Poichè la Ragione, noi lo abbiamo detto, avea i suoi *canali* come la Rivelazione. La Ragione non era intesa come forza individuale che crea e produce il pensiero; ma come una fonte naturale di Conoscenza, che scaturiva da una gran mente, che sola avea pensato per tutti. Aristotele nel M. E. rappresentava tutto lo scibile umano; la Natura avea insegnato a lui in una volta tutto ciò che l'uomo poteva sapere.

Or bene Dante dà a questo materiale l'elaborazione estetica più perfetta: fissa un mondo di concetti in un mondo di forme e d'immagini. E così dà a quel sistema concettuale una stabilità definitiva, una vita che non morrà nei secoli. In questa interpretazione del pensiero filosofico per mezzo dell'arte sta il genio di Dante a un tempo e il genio italiano. La trasformazione perfetta del Vero filosofico nel Bello estetico annunzia già, nella rozzezza della Scolastica, il Rinascimento, che è precipua gloria italiana: ma l'Arte, pel suo connubio colla Filosofia, mantiene ancora un significato superiore; non è l'Arte per l'Arte, è l'Arte per la Verità e la Giustizia.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Febbraio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Sacco, Ponzio, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario della Classe

È scusata l'assenza dei Soci Salvadori, Foà e Somigliana.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza (5 febbraio 1922).

Il Socio Peano presenta in omaggio la nuova edizione delle sue *Tavole numeriche*. Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

Sono accettate per la stampa negli *Atti* le Note seguenti:

Amalia Caldi, *Studio del campo di forza esistente nel dielettrico polarizzato di un condensatore sferico*, presentata dal Segretario a nome del Socio Somigliana.

Gustavo Sannia, *Calcolo differenziale assoluto con una variabile geometrica affine delle curve piane*, presentata dal Socio D'Ovidio.

C. Burali-Forti, *Operatori per le iperomografie*, presentata dal Socio Peano.

Digitized by Google

LETTURE

Studio del campo di forza esistente nel dielettrico polarizzato di un condensatore sferico

Nota di AMALIA CALDI

Presentata dal Socio nazionale residente C. Somigliana

Nella Memoria del Prof. SOMIGLIANA, *Sul problema statico di Maxwell* (1), è risolto il problema generale di rappresentare mediante tensioni elastiche — secondo il concetto maxwelliano — un campo di forza non variabile col tempo. Io mi propongo di studiare la natura del campo di forza esistente nel dielettrico polarizzato del condensatore sferico, e di dedurre, per esso campo, — col metodo di calcolo del Prof. Somigliana — il sistema delle tensioni elastiche riproducenti il campo elettrico e il sistema degli spostamenti e delle deformazioni risultanti nel dielettrico, spostamenti e deformazioni resi sperimentalmente manifesti dai fenomeni di elettrostrizione. Questi ultimi poi — teoricamente dedotti — confronterò con quelli, che sperimentalmente — nei condensatori sferici — osservò QUINCKE (*Electrische Untersuchungen*, "Ann. der Physik und Ch. „, nuova serie, vol. 19) (1883).

Il valore che dalla presente teoria risulta per la dilatazione unitaria del volume interno di ogni singolo condensatore sferico sperimentato da Quincke, coincide sempre nell'ordine di grandezza e con ottima approssimazione nel valore della prima cifra significativa coi valori sperimentali.

(1) C. SOMIGLIANA, *Sul problema statico di Maxwell*. "Reale Accademia dei Lincei „, Anno CCCVI, 1909

Digitized by Google

Nelle verifiche numeriche ch'io feci delle formole da me dedotte coi dati sperimentali forniti da Quincke, la divergenza fra i miei valori teorici e i suoi sperimentali è in diciassette casi su ventuno *inferiore a mezza unità dell'ordine di grandezza* 10^{-6} (che è l'ordine di grandezza della variazione unitaria del volume considerato), e negli altri quattro casi tale divergenza è *minore di una unità dello stesso ordine*. L'approssimazione ottenuta è maggiore di quella teoricamente raggiunta dallo stesso Quincke, che applica al dielettrico del condensatore sferico le formole del Lamè. Un confronto teorico, ma non numerico, è invece il confronto che può essere instituito con le altre formole teoriche dedotte introducendo nella teoria i coefficenti di variazione della costante dielettrica per trazioni parallele o normali alle linee di forza, come fecero Boltzmann (1), Korteweg (2), Helmholtz (3), Kirchhoff (4), Lorberg (5), Sacerdote (6); dei quali i primi estendono ai dielettrici la teoria di Poisson sul magnetismo indotto, e l'ultimo segue il procedimento termodinamico, movendo dalla teoria generale di Lippmann (7) sui fenomeni elettrici reversibili: e ciò perchè tali coefficenti di variazione non solo sono estremamente incerti persino nel segno (positivi secondo le esperienze dei Professori Cantone e Sozzani (8) per trazioni normali alle linee di forza, negativi secondo le esperienze 1902-3 di Wüllner e Wien (9)), ma, comunque, sono dell'ordine di grandezza 10^{-12} (secondo Cantone e Sozzani) o 10^{-13} (secondo Wüllner e Wien), e ancor minori, se pure esistenti, per trazioni parallele alle linee di forza; onde la loro introduzione nel calcolo, se può essere interessante teoricamente, non può essere eseguita praticamente: e, se pure lo fosse, non porterebbe nessun contributo al calcolo pratico di deformazioni, in cui la costante dielettrica è data al

(1) Boltzmann, "Wiener Ber. „, 82, II, 32, 1880.
(2) Korteweg, "Wied. Ann. „, 9, 48, 1880.
(3) Helmholtz, "Wied. Ann. „, 13, 385, 1881.
(4) Kirchhoff, "Wied. Ann. „, 24, 52, 1885 e 25, 601, 1885.
(5) Lorberg, "Wied. Ann. „, 21, 300, 1884.
(6) Sacerdote, "Annales de Ch. et de Phys. „, 7ª serie, 1900.
(7) Lippmann, "Ann. Ch. Phys. „, 5ª serie, t. 24, p. 159, 1881.
(8) Cantone e Sozzani, "Nuovo Cim. „, (4), 12, 155, 1900.
(9) Wülner e Wien, "Ann. „, 9, 1217, 1902 e 11, 619, 1903.

Digitized by Google

massimo con tre cifre decimali, e la deformazione stessa è dell'ordine 10^{-6} o 10^{-7}.

Osservo poi ancora che le formole che io ottengo per la variazione del volume interno del condensatore sferico soddisfano rigorosamente alle due leggi fondamentali della elettrostrizione, su cui concordano esperienze e teorie:

I. *Diretta proporzionalità della variazione unitaria del volume interno al quadrato della differenza di potenziale delle armature.*

II. *Inversa proporzionalità al quadrato dello spessore del dielettrico.*

Per la trattazione teorica del problema, ch'io risolsi con semplici considerazioni intorno alla natura dell'induzione elettrostatica nei dielettrici, osservo:

1°) Che il dielettrico (che io suppongo isotropo) di un condensatore, quando è in istato di polarizzazione, considerato dal punto di vista della teoria elettronica della materia (la quale in questo campo porta alla stessa rappresentazione che dei dielettrici ci diedero Faraday e Maxwell, dando anzi alle cariche distribuite nel dielettrico non più carattere di rappresentazione fittizia, ma carattere di essenziale realtà), deve considerarsi come costituito da un *sistema di strati alternativamente carichi positivamente e negativamente*; per tutto il tempo che dura la polarizzazione del dielettrico, la forza esercitata sugli elettroni dal campo esterno, e che ha provocato il loro spostamento (la corrente di spostamento di Maxwell), è equilibrata dalla forza elastica del mezzo, che tende a riportarli nella primitiva posizione di equilibrio.

2°) Riconosciuta questa struttura stratificata del dielettrico polarizzato, posso ammettere che *tali strati coincidano in forma colle superfici equipotenziali del campo*, perchè appunto normalmente ad esse, secondo le linee di forza, avviene la corrente di spostamento nel dielettrico (nei corpi isotropi la direzione dello spostamento è in ogni punto quella del campo, ed io considero il caso di un mezzo isotropo).

3°) Posso quindi *ridurre lo studio* intrapreso della deformazione *del dielettrico a tre dimensioni allo studio degli spostamenti dei punti di uno generico degli strati superficiali equipotenziali che lo costituiscono*, poichè questi punti degli strati sono

Digitized by Google

tutti e soli i punti costituenti il dielettrico a tre dimensioni, onde nessun punto del mezzo studiato resta escluso e nessun altro aggiunto.

4°) Allora, rimanendo in un campo di considerazioni puramente elettrostatico, osservo che ciascuna delle distribuzioni superficiali equipotenziali di elettricità stratificate nel coibente è sollecitata, come ogni distribuzione superficiale di elettricità, da una *pressione elettrostatica*; la quale, poichè agisce sopra il rispettivo strato sollecitandolo in una ben determinata direzione, preme sopra gli strati coibenti di dielettrico, che isolano e separano le successive distribuzioni elettriche a due dimensioni, colla natura e il modo di una *vera e propria forza meccanica*; poichè appunto di una vera forza meccanica (a differenza della intensità del campo elettrico) sono le dimensioni della pressione elettrostatica. Tale pressione è quindi la forza del campo esterno da introdurre nel propostomi problema di rappresentazione meccanica, mediante tensioni elastiche, del campo di forza agente in ogni singolo punto del dielettrico.

Per stabilire la *direzione* di tale pressione in ogni singolo punto del dielettrico, osservo che nei casi in cui — come in quello ch'io tratto — la superficie dell'armatura interna del condensatore, e quindi ciascuna superficie equipotenziale del dielettrico che lo avvolge, e quindi ciascuna distribuzione elettrica stratificata nel dielettrico, ha la forma di superficie a curvatura finita e costante, *la pressione elettrostatica su ciascuno strato ha senso radiale e diretto verso l'esterno, sia essa* DISTRIBUZIONE POSITIVA O NEGATIVA; onde sul materiale dielettrico, che racchiude in sè tali distribuzioni di elettricità, *le azioni* di esse distribuzioni *non* si elidono a vicenda, *ma si assommano*, presentandoci il particolare problema elastico di un corpo a tre dimensioni, il quale, non già, come solitamente, è sottoposto a forze di massa all'interno e a forze superficiali al contorno, ma, essendo formato dalla giustapposizione di tanti strati quanti sono gli atomi che lo costituiscono in direzione radiale e nei quali avviene la polarizzazione, è soggetto a forze bensì interne, ma di natura superficiale. — Onde *l'effetto meccanico*, che il dielettrico risente da tutte queste pressioni elettrostatiche esercitantisi nel suo interno, è *identico a quello che subirebbe se le distribuzioni, conservando il valore assoluto della loro carica, fossero tutte di un*

Digitized by Google

segno solo invece che di segno alterno. — Per l'effetto di questo assommarsi di azioni coerenti, se io voglio calcolare la pressione elettrostatica agente su uno strato generico di raggio ρ, *non posso quindi limitarmi al calcolo della pressione quale risulterebbe dalla sola distribuzione elettrica di esso strato, ma è necessario calcolarla tenendo conto dell'azione anche di tutti gli altri strati,* e dei più interni e dei più esterni, poichè, pel legame materiale del dielettrico, l'azione di ogni strato si ripercuote, sia come pressione dall'interno, sia come trazione dall'esterno, su tutti gli altri; onde la pressione elettrostatica agente sullo strato generico l'avrò calcolando prima la *funzione potenziale di un involucro (nel mio caso sferico) stratificato secondo superfici equipotenziali (sferiche, concentriche coll'involucro), calcolata, essa funzione potenziale, nell'interno dell'involucro medesimo.*

Ottenuto il valore della pressione elettrostatica agente in ogni punto del dielettrico, per ottenere il valore dei corrispondenti spostamenti e delle corrispondenti deformazioni generati nello stesso punto del dielettrico, seguo il procedimento e applico gli integrali risolutivi, che il Prof. Somigliana dedusse nella sua Memoria intorno alla risoluzione del problema statico di Maxwell, *risoluzione perfettamente compatibile colle leggi della teoria elastica.*

***

Le formole risolutive del Prof. Somigliana sono dedotte nel caso il più generale che nel campo dato esistano e forze di volume e forze di superficie e discontinuità nella deformazione del mezzo elastico. Se si ammette che non vi siano discontinuità nella deformazione del mezzo supposto isotropo, considerando il caso di un mezzo indefinito a deformazione continua annullantesi all'infinito, le equazioni dell'equilibrio:

$$(1) \qquad (\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \Delta_2 u = X \qquad \text{e analoghe,}$$

dove X, Y, Z sono le componenti del campo da rappresentare; u, v, w le componenti dello spostamento; θ la dilatazione cubica

Digitized by Google

unitaria; λ e μ le costanti elastiche del mezzo; diventano, secondo le deduzioni del Prof. Somigliana:

$$\Delta_2\Delta_2 A = \frac{X}{\mu} \qquad \text{e analoghe} \tag{2}$$

qualora le componenti di spostamento u, v, w siano date dalle espressioni:

$$u = \alpha \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \Delta_2 A \qquad \text{e analoghe,} \tag{3}$$

essendo

$$\alpha = -\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \qquad \text{e} \qquad \Omega = \text{div.}\,(A, B, C) \qquad \text{e} \tag{4}$$

$$A = -\frac{1}{8\pi\mu}\int_S X r\, dS \qquad \text{e analoghe.}$$

Onde in definitiva la risoluzione del problema nel caso propostomi dipende soltanto dal calcolo di questi tre integrali biarmonici: nei quali S indica il complesso dei campi a tre e a due dimensioni, tale che su ogni elemento dS di esso agisca la forza del campo esterno di componenti $X dS$, $Y dS$, $Z dS$, e r indica la distanza del punto su cui agisce la forza di componenti X, Y, Z da un punto qualunque dello spazio. La distribuzione di tensioni prodotta nel mezzo dalla deformazione (3), ha per effetto di produrre sopra ogni elemento di S un'azione identica a quella della forza del campo (X, Y, Z). Questa deformazione è continua in tutto lo spazio e diviene evanescente all'infinito, supposti finiti i campi S.

Nel caso che io considero debbo quindi cercare quale deve essere la distribuzione delle deformazioni e delle tensioni in un mezzo indefinito a deformazione continua evanescente all'infinito, nel quale lo *strato generico* ch'io considero sia immerso; distribuzione che, sopra ogni elemento di esso strato, produca un'azione identica a quella della forza del campo. — Ora, nel caso ch'io considero, tale mezzo è bensì a deformazione continua evanescente all'infinito (per $\rho = \infty$), ma è un mezzo speciale, poichè costituito da strati simili in tutto a quello generico su cui voglio studiare l'azione del campo: quindi le deformazioni e le tensioni ch'io troverò per esso mezzo, sono le deformazioni e le tensioni dello strato generico stesso. — E, praticamente nei condensa-

Digitized by Google

tori, tale mezzo non è indefinito: il fatto però che ogni strato del dielettrico, sia periferico o interno, presenta le stesse caratteristiche e proprietà fisiche (dal punto di vista che io studio della polarizzazione di esso dielettrico solo), mi permette di potere prescindere da speciali condizioni al contorno, trattando il mezzo come indefinito.

***

Prendendo ora in esame il caso particolare del dielettrico del condensatore sferico, secondo i criteri esposti comincio collo stabilire il valore della pressione elettrostatica agente su ciascuno degli strati sferici che lo costituiscono.

Comincio quindi col calcolare la *funzione potenziale dell'involucro sferico stratificato secondo superfici sferiche concentriche coll'involucro, calcolata, essa funzione potenziale, nell'interno dell'involucro stesso:*

La funzione potenziale V di tale involucro essendo funzione solo del raggio ρ, vale la relazione:

$$\Delta_2 V = \frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho^2} \frac{dV}{d\rho} \right).$$

Nello spazio S_e esterno all'involucro vale l'equazione di Laplace $\Delta_2 V = 0$, onde $V_e = \frac{4\pi}{\rho} \int_{R_1}^{R_2} \delta(\rho)\, \rho^2\, d\rho$.

Nello spazio $S_{e'}$ interno. $V_{e'} = 4\pi \int_{R_1}^{R_1} \delta(\rho)\, \rho\, d\rho$.

E nello spazio che io studio S_i entro alla massa stessa dell'involucro

$$(5) \qquad V_i = \frac{1}{\rho} 4\pi \int_{R_1}^{\varrho} \delta(\rho)\, \rho^2\, d\rho + 4\pi \int_{\varrho}^{R_2} \delta(\rho)\, \rho\, d\rho.$$

Determino ora la densità $\delta(\rho)$ costante su tutta la superficie di uno degli strati equipotenziali generici, di raggio ρ. Osservo per ciò che — a meno di un fattore di induzione — essa densità è calcolabile in funzione dei potenziali L delle due armature del condensatore e dei raggi R_1 R_2 di tali armature, poichè, essendo costante il flusso dello spostamento elettrico che

Digitized by Google

attraversa tutti i successivi strati sferici, la densità elettrica su ciascuno di essi varia in ragione inversa del quadrato del loro raggio ρ. Ora la teoria dei condensatori ci dà la densità sulla armatura interna:

$$\delta'_{(R_1)} = \pm \frac{1}{4\pi} \frac{(L_1 - L_2) R_2}{(R_2 - R_1) R_1} . \tag{6}$$

Sul primo strato del dielettrico immediatamente a contatto colla armatura essa densità sarà, indicando con γ il coefficente di induzione $\frac{K-1}{K+2}$:

$$\delta_{(R_1)} = \pm \frac{\gamma}{4\pi} \frac{(L_1 - L_2) R_2}{(R_2 - R_1) R_1} \tag{7}$$

e sullo strato generico di raggio ρ, essendo $4\pi R_1^2 \delta(R_1) = 4\pi \rho^2 \delta(\rho)$,

$$\delta_{(\varrho)} = \pm \frac{\gamma}{4\pi} \frac{(L_1 - L_2) R_2 R_1}{(R_2 - R_1)} \frac{1}{\rho^2} , \tag{8}$$

onde in definitiva la funzione potenziale dielettrica diviene:

$$\begin{aligned} V_i &= \pm \left(\frac{\gamma}{\rho} \frac{(L_1 - L_2) R_2 R_1}{(R_2 - R_1)} \int_{R_1}^{\varrho} d\rho + \gamma \frac{(L_1 - L_2) R_2 R_1}{(R_2 - R_1)} \int_{\varrho}^{R_2} \frac{1}{\rho} d\rho \right) \\ &= \pm \left(\gamma M - \gamma M R_1 \frac{1}{\rho} + \gamma M \log_e R_2 - \gamma M \log_e \rho \right) , \end{aligned} \tag{9}$$

indicando con $M = \frac{(L_1 - L_2) R_2 R_1}{(R_2 - R_1)}$ la massa elettrica distribuita su ogni strato. Il segno è + o — a seconda che si considerino gli strati tutti positivi o tutti negativi, il che, come notammo, agli effetti *meccanici* equivale alla distribuzione alternata.

Posso ora calcolare la *forza unitaria*, che si esercita sopra una massa elettrica unitaria positiva appartenente a uno strato sferico di dielettrico avente raggio ρ

$$F_{(\varrho)} = -\left(\pm \frac{dV_i}{d\rho} \right) = -\left(\pm \frac{\gamma M R_1}{\rho^2} \mp \frac{\gamma M}{\rho} \right) \tag{10}$$

e sopra l'unità superficiale di strato sferico dielettrico su cui è distribuita la quantità di elettricità

$$\delta_{(\varrho)} = \pm \frac{\gamma M}{4\pi \rho^2} ; \tag{11}$$

Digitized by Google

tale forza, cioè la *pressione elettrostatica* dielettrica, varrà

$$P = F_{(Q)} \cdot \delta_{(Q)} = \frac{\gamma^2 M^2}{4\pi}\left(-\frac{R_1}{\rho^4}+\frac{1}{\rho^3}\right), \tag{12}$$

sempre positiva, cioè sempre diretta secondo il raggio verso l'esterno.

Se il mezzo dielettrico fosse costituito da materiale di costante dielettrica K, tale pressione elettrostatica, *a parità di differenza di potenziale* generante il campo, sarà K volte maggiore, cioè

$$P = K\frac{\gamma^2 M^2}{4\pi}\left(-\frac{R_1}{\rho^4}+\frac{1}{\rho^3}\right). \tag{13}$$

Osservo che questa pressione elettrostatica dielettrica è nulla su uno strato di dielettrico che sia coincidente in posizione col conduttore costituente l'armatura interna ($\rho = R_1$); appena ci si stacca dal conduttore, per ρ appena maggiore di R_1 assume il valore massimo; crescendo ulteriormente ρ si mantiene positiva e decrescente e si annulla all'infinito.

***

CALCOLO DELLE COMPONENTI DI SPOSTAMENTO, DELLO SPOSTAMENTO RADIALE, DELLA DILATAZIONE CUBICA UNITARIA DEL VOLUME INTERNO E DEL VOLUME ESTERNO DEL DIELETTRICO DEL CONDENSATORE SFERICO:

Ottenuto il valore della pressione agente su ogni unità superficiale di strato dielettrico, ne considero le componenti secondo i tre assi:

$$X = K\frac{\gamma^2 M^2}{4\pi}\left(-\frac{R_1}{\rho^4}+\frac{1}{\rho^3}\right)\frac{\xi}{\rho} \quad \text{e analoghe.} \tag{14}$$

Se considero adesso i tre integrali biarmonici del professore Somigliana

$$A = -\frac{1}{8\pi}\int_S Xrds \qquad \text{e analoghi}$$

(per comodità di calcolo tolgo alle (4) il coefficiente $\frac{1}{\mu}$; ma

Digitized by Google

ne terrò conto nelle espressioni delle componenti di spostamento, le quali, invece che da $u = -\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\frac{\partial\Omega}{\partial x} + \Delta_2 A \ldots$, saranno espresse da $u = -\frac{\lambda+\mu}{\mu(\lambda+2\mu)}\frac{\partial\Omega}{\partial x} + \frac{1}{\mu}\Delta_2 A \ldots$) avrò nel mio caso:

$$A = -\frac{1}{8\pi}\int_{s_{(\varrho)}} \frac{K\gamma^2 M^2}{4\pi}\left(-\frac{R_1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^3}\right)\frac{\xi}{\rho}\, r\, ds\,(\rho),$$

essendo $s_{(\varrho)}$ lo strato sferico dielettrico generico di raggio ρ su cui è distribuita la massa superficiale M o $-M$, e su ogni elemento unitario del quale agisce la testè calcolata pressione elettrostatica dielettrica. Sulla superficie $s(\rho)$ tanto $\frac{M^2}{\rho^4}$ che $\frac{M^2}{\rho^3}$ sono costanti, quindi posso portare tali quantità fuori segno di integrale; e applicando poi le formole di trasformazione di integrale di superficie in integrale di spazio (qui questa trasformazione ha il valore soltanto di un procedimento matematico per il calcolo di quell'integrale, ma non corrisponde a nessuna trasformazione fisica dalla superficie dello strato al suo volume) e ricordando però che qui ρ è la normale esterna:

$$A = -\frac{K\gamma^2 M^2}{32\pi^2}\left(-\frac{R_1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^3}\right)\int_{S_{(\varrho)}} \frac{\partial r}{\partial \xi}\, dS_{(\varrho)}.$$

Ora è (ξ, η, ζ) il punto generico variabile nel dielettrico, (x, y, z) un punto generico dello spazio, r la loro distanza onde $\frac{\partial r}{\partial \xi} = -\frac{\partial r}{\partial x}$; e siccome ρ non dipende da x

$$A = \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{K\gamma^2 M^2}{32\,.\,\pi^2}\left(-\frac{R_1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^3}\right)\right\}\int_{S_{(\varrho)}} r\,.\,dS_{(\varrho)}.$$

Poniamo

$$(15) \qquad W = \frac{1}{2}\,\frac{K\gamma^2 M^2}{32\,.\,\pi^2}\left(-\frac{R_1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^3}\right)\int_{S_{(\varrho)}} r\,.\,dS_{(\varrho)};$$

allora è

$$(16) \qquad A = 2\,\frac{\partial W}{\partial x} \qquad \text{e analoghe}$$

$$\Delta_2 W = \left\{\frac{K\gamma^2 M^2}{32\pi}\left(-\frac{R_1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^3}\right)\right\}\int_{S_{(\varrho)}} \frac{1}{r}\, dS_{(\varrho)};$$

Digitized by Google

e le formole del professore Somigliana che dànno le componenti di spostamento

$$u = -\frac{\lambda+\mu}{\mu(\lambda+2\mu)}\frac{\partial\Omega}{\partial x} + \frac{1}{\mu}\Delta_2 A \qquad \text{e analoghe,}$$

ove

$$\Omega = \text{div.}\,(A, B, C) = 2\Delta_2 W,$$

essendo qui $\Delta_2 A = 2\frac{\partial \Delta_2 W}{\partial x}$, diventano:

$$u = -\frac{\lambda+\mu}{\mu(\lambda+2\mu)} 2\frac{\partial \Delta_2 W}{\partial x} + \frac{1}{\mu} 2\frac{\partial \Delta_2 W}{\partial x}$$

$$= \frac{2}{\lambda+2\mu}\frac{\partial \Delta_2 W}{\partial x} \qquad \text{e analoghe.}$$

Per trovare le componenti di spostamento basta dunque calcolare

$$\Delta_2 W = \left\{\frac{KM^2}{32\pi^2}\left(-\frac{R_1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^3}\right)\right\}\int_{S_{(\varrho)}} \frac{1}{r}\, dS_{(\varrho)} = U,$$

espressione che ha la forma della funzione potenziale U di una sfera piena $S_{(\varrho)}$ di raggio ρ, ripiena di massa di densità

$$\delta = \frac{K\gamma^2 M^2}{32\pi^2}\left(-\frac{R_1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^3}\right).$$

Poichè nel nostro caso occorre avere il valore di U proprio sulla superficie di $S_{(\varrho)}$, superficie che costituisce appunto lo strato generico dielettrico $s(\rho)$ che abbiamo sempre considerato, ho

$$\Delta_2 W = U = \frac{4}{3}\pi\rho^2\delta = \frac{K\gamma^2 M^2}{24\pi}\left\{-\frac{R_1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho}\right\}. \tag{17}$$

Posso così calcolare i valori delle *componenti dello spostamento nel dielettrico alla distanza* ρ *dal centro*

$$u = \frac{2}{\lambda+2\mu}\frac{\partial \Delta_2 W}{\partial x} = \tag{18}$$

$$= \frac{K}{12\,.\,\pi}\,\frac{1}{\lambda+2\mu}\,\frac{\gamma^2(L_1-L_2)^2 R_2^2 R_1^2}{(R_2-R_1)^2}\left(\frac{2R_1}{\rho^3} - \frac{1}{\rho^2}\right)\frac{x}{\rho}$$

Digitized by Google

e analoghe, componenti queste dello *spostamento radiale*

$$(19) \qquad s_{(Q)} = \frac{K}{12\pi} \frac{1}{1+2\mu} \frac{\gamma^2 (L_1 - L_2)^2 R_2^3 R_1^2}{(R_2 - R_1)^3} \left(\frac{2R_1}{\rho^3} - \frac{1}{\rho^2} \right).$$

Tale spostamento radiale in ogni punto nell'interno del dielettrico avviene quindi nella direzione positiva del raggio, poichè nel binomio entro parentesi prevale il segno positivo del primo termine, essendo R_1 pochissimo differente da ρ anche se ρ prendesse il valore massimo R_2. Tale spostamento radiale positivo va diminuendo man mano che ci si allontana dal centro; nel punto estremo $\rho = R_1$ del raggio interno R_1 esso vale

$$s_{Q=R_1} = \text{Cost. } M^2 \frac{1}{R_1^2} \text{ positivo,}$$

nel punto estremo $\rho = R_2$ vale $s_{Q=R_2} = \text{Cost. } M^2 \left(\frac{2R_1 - R_2}{R_2^3} \right)$ positivo se $2R_1 > R_2$. Dei due spostamenti è maggiore il primo, perchè la differenza $s_{Q=R_1} - s_{Q=R_2}$ ha il segno di $\frac{R_2^3 + R_2 R_1^2 - 2R_1^3}{R_1^2 R_2^3}$ positiva, essendo $R_2 > R_1$.

Cioè si deduce che durante la polarizzazione del dielettrico aumenta il raggio interno, aumenta pure l'esterno, ma il primo più (benchè di poco) del secondo, onde lo spessore del dielettrico diminuisce, pure avendosi in ogni suo punto spostamento radiale positivo.

Dalle testè dedotte formole degli incrementi dei raggi rispettivamente interno ed esterno si deduce immediatamente la *dilatazione cubica unitaria del volume* rispettivamente *interno* ed *esterno* del condensatore sferico:

$$(20) \qquad \frac{\Delta S_i}{S_i} = 3 \frac{s_{R_1}}{R_1} = \frac{3}{\lambda + 2\mu} \frac{K}{12\pi} \frac{\gamma^2 (L_1 - L_2)^2 R_1^2 R_2^3}{(R_2 - R_1)^2} \frac{1}{R_1^2} \frac{1}{R_1}$$

dilatazione del volume interno,

$$\frac{\Delta S_e}{S_e} = 3 \frac{s_{R_2}}{R_2} = \frac{3}{\lambda + 2\mu} \frac{K}{12\pi} \frac{\gamma^2 (L_1 - L_2)^2 R_1^2 R_2^2}{(R_2 - R_1)^2} \left(\frac{2R_1 - R_2}{R_2^3} \right) \frac{1}{R_2}$$

dilatazione del volume esterno.

Digitized by Google

Per le verifiche numeriche mi servirà la prima delle due precedenti formole, la quale semplificata diventa:

$$(21) \qquad \frac{\Delta S_{e'}}{S_{e'}} = \frac{3}{\lambda + 2\mu} \frac{K}{12\pi} \frac{\gamma^2 (L_1 - L_2)^2 R_2^2}{(R_2 - R_1)^2 R_1},$$

poichè fu sempre la variazione unitaria del volume interno che — pel condensatore *sferico* — gli sperimentatori determinarono.

Per poter rendere atta al calcolo questa formola esprimo il coefficiente $\frac{1}{\lambda + 2\mu}$ in funzione del modulo di elasticità E del vetro dielettrico, per cui è $\frac{1}{\lambda + 2\mu} = \frac{5}{6E}$ *se* si pone eguale ad $\frac{1}{4}$ il coefficente di Poisson. Perchè poi ogni grandezza sia espressa in unità c. g. s. assolute, il valore pratico del modulo di elasticità E va moltiplicato per $10^5.980{,}9$. Inoltre per i confronti coi dati sperimentali porrò $L_2 = 0$, perchè nelle esperienze l'armatura esterna è messa in comunicazione col suolo.

La formola che dà la variazione unitaria del volume interno del dielettrico del condensatore sferico è dunque:

$$(21)' \qquad \frac{\Delta S_{e'}}{S_{e'}} = \frac{3 \cdot 5}{6 \cdot E \cdot 10^5.980{,}9} \cdot \frac{K}{12 \cdot \pi} \frac{\gamma^2 L_1^2 R_2^2}{(R_2 - R_1)^2 R_1}.$$

Se si esamina la formola (21) ottenuta per la variazione del volume interno, tenendo presenti le *due leggi sperimentali fondamentali della elettrostrizione* sulle quali concordano esperienza e teoria:

I. *diretta proporzionalità della variazione unitaria del volume interno al quadrato della differenza di potenziale fra le armature*;

II. *inversa proporzionalità al quadrato dello spessore del dielettrico*,

appare che entrambe le leggi sono rigorosamente verificate.

Digitized by Google

Tabella di confronto dei valori della dilatazione cubica unitaria

$$\frac{\Delta S_{e'}}{S_{e'}}$$

del volume interno $S_{e'}$ dei termometri condensatori sferici.

Numero del condensatore	Valore del potenziale (C. G. S.)	$\frac{\Delta S_{e'}}{S_{e'}}$ calcolato teoricamente da Quincke	$\frac{\Delta S_{e'}}{S_{e'}}$ osservato sperimentalmente da Quincke	$\frac{\Delta S_{e'}}{S_{e'}}$ calcolato colle nostre formole	Differenza in unità 10^{-6} fra i valori teorici da me dedotti e gli sperimentali di Quincke
30	14,78	$2,341 . 10^{-6}$	$2,883 . 10^{-6}$	$2,181 . 10^{-6}$	$- 0,702 . 10^{-6}$
18	14,78	$2,365 . 10^{-6}$	$1,310 . 10^{-6}$	$1,519 . 10^{-6}$	$+ 0,209$
	26,39	$7,549 . 10^{-6}$	$3,960 . 10^{-6}$	$4,843 . 10^{-6}$	$+ 0,883$
	37,31	$15,07 . 10^{-6}$	$8,071 . 10^{-6}$	$7,691 . 10^{-6}$	$- 0,380$
23	14,78	$1,756 . 10^{-6}$	$0,98 . 10^{-6}$	$0,98 . 10^{-6}$	0
	26,39	$5,599 . 10^{-6}$	$3,014 . 10^{-6}$	$3,155 . 10^{-6}$	$+ 0,141$
	37,31	$11,19 . 10^{-6}$	$6,110 . 10^{-6}$	$6,306 . 10^{-6}$	$+ 0,196$
22	14,78	$1,237 . 10^{-6}$	$0,739 . 10^{-6}$	$0,899 . 10^{-6}$	$+ 0,160$
	26,39	$3,945 . 10^{-6}$	$2,662 . 10^{-6}$	$3,185 . 10^{-6}$	$+ 0,523$
	37,31	$7,881 . 10^{-6}$	$7,025 . 10^{-6}$	$6,367 . 10^{-6}$	$- 0,658$
17	14,78	$1,216 . 10^{-6}$	$0,742 . 10^{-6}$	$0,515 . 10^{-6}$	$- 0,227$
	26,39	$3,878 . 10^{-6}$	$2,042 . 10^{-6}$	$1,641 . 10^{-6}$	$- 0,401$
	37,31	$7,749 . 10^{-6}$	$3,608 . 10^{-6}$	$3,282 . 10^{-6}$	$- 0,326$
	46,69	$12,13 . 10^{-6}$	$5,889 . 10^{-6}$	$5,140 . 10^{-6}$	$- 0,749$
61	14,78	$0,585 . 10^{-6}$	$0,149 . 10^{-6}$	$0,329 . 10^{-6}$	$+ 0,180$
	26,39	$1,866 . 10^{-6}$	$0,736 . 10^{-6}$	$0,910 . 10^{-6}$	$+ 0,174$
	37,31	$3,730 . 10^{-6}$	$1,658 . 10^{-6}$	$1,446 . 10^{-6}$	$- 0,212$
	46,69	$5,841 . 10^{-6}$	$2,950 . 10^{-6}$	$2,265 . 10^{-6}$	$- 0,685$
60	14,78	$0,165 . 10^{-6}$	$0,058 . 10^{-6}$	$0,121 . 10^{-6}$	$+ 0,063$
	26,39	$0,526 . 10^{-6}$	$0,190 . 10^{-6}$	$0,385 . 10^{-6}$	$+ 0,195$
	37,31	$1,051 . 10^{-6}$	$0,554 . 10^{-6}$	$0,773 . 10^{-6}$	$+ 0,219$

Per il confronto, ho scelto, tra le esperienze di Quincke, quelle a preferenza in cui la differenza di potenziale del campo è calcolata o mediante distanze esplosive o mediante l'elettrometro assoluto di Thomson, piuttosto che quelle in cui è calcolata mediante condensatore di Lane: metodo questo che dava pel potenziale valori più alti dei reali. Riporto inoltre i dati

Digitized by Google

caratteristici che mi servirono per il calcolo di ogni singolo condensatore; essi sono (1):

Numero del condensatore	Raggio interno R_1	Raggio esterno R_2	Costante dielettrica K	Coefficente di induzione $\gamma = \frac{K-1}{K+2}$	γ^2	Modulo di elasticità E
30	2,325	2,339	11,14	0,771	0,59	5280
18	2,82	2,845	14,83	0,821	0,67	5280
23	2,75	2,777	14,15	0,808	0,65	5280
22	3,10	3,128	13,65	0,808	0,65	5280
17	2,35	2,384	13,54	0,806	0,649	5280
61	2,80	2,840	10,84	0,766	0,586	5280
60	2,895	2,954	9,33	0,736	0,54	5280

Appare dunque dalla precedente tabella di confronto che i risultati da me teoricamente ottenuti differiscono dagli sperimentali per differenze *minori*, in diciassette casi su ventuno, *di mezza unità dell'ordine* 10^{-6}; e negli altri quattro casi minori sempre di una unità di quell'ordine.

Tale approssimazione non era stata finora raggiunta dalle formole teoricamente dedotte a spiegare il fenomeno della elettrostrizione; onde l'imaginata concezione intorno alla esistenza e distribuzione ed entità delle pressioni elettrostatiche nell'interno di un dielettrico polarizzato sembra corrispondere ad una realtà fisica. — E appare come non sia essenziale, alla risoluzione teorica e numerica del problema, l'introduzione dei coefficenti di variazione della costante dielettrica, sperimentalmente piccolissimi (dell'ordine 10^{-12}) e malcerti. Poichè le divergenze ora positive ora negative di mezza unità 10^{-6}, che separano i valori da me dedotti da quelli osservati, sono divergenze per ordine di grandezza ben spiegabili cogli inevitali errori della osservazione sperimentale in un campo di determinazioni così delicate.

(1) QUINCKE, *Electrische Untersuchungen*, " Ann. d. Physik u. Ch. „, nuova serie, vol. 19, 1883.

Digitized by Google

*
* *

CALCOLO DELLE COMPONENTI DI DEFORMAZIONE E DELLA CONTRAZIONE CUBICA UNITARIA IN OGNI PUNTO INTERNO AL DIELETTRICO DEL CONDENSATORE SFERICO.

Le sei componenti di deformazione sono legate alle componenti di spostamento dalle relazioni:

$$x_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad y_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad z_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$y_z = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \qquad z_x = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \qquad x_y = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

e la dilatazione cubica in un punto è

$$\theta = x_x + y_y + z_z .$$

Nel caso nostro

$$x_x = \frac{2}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2 \Delta_2 W}{\partial x^2} \qquad \text{e analoghe}$$

$$y_z = \frac{4}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2 \Delta_2 W}{\partial y \, \partial z} \qquad \text{e analoghe}$$

e

$$\theta = \frac{2}{\lambda + 2\mu} \Delta_2 \Delta_2 W;$$

ora per $\Delta_2 W$ trovammo l'espressione

$$\Delta_2 W = \frac{K}{24\pi} \frac{\gamma^2 (L_1 - L_2)^2 R_2^2 R_1^2}{(R_2 - R_1)^2} \left(- \frac{R_1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho} \right),$$

quindi calcolando il Δ_2 di questo Δ_2 si ottiene

$$\theta_{(\varrho)} = - \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{K}{6\pi} \frac{\gamma^2 (L_1 - L_2)^2 R_2^2 R_1^2}{(R_2 - R_1)^2} \frac{R_1}{\rho^4}, \tag{22}$$

formola che dà la *dilatazione cubica unitaria del dielettrico in ogni suo punto distante dal centro del raggio generico* ρ.

Tale dilatazione è *negativa*, onde mostra, come già notammo a proposito dello spostamento radiale, che il dielettrico subisce una contrazione di volume. La direzione della contrazione è

Digitized by Google

verso la direzione positiva del raggio, come vedemmo calcolando lo spostamento radiale di ogni singolo punto del dielettrico; onde la massa del dielettrico contrae il proprio volume ma spostando verso l'esterno ognuno dei suoi punti: quindi aumenta il volume interno e il volume esterno del dielettrico, ma quest'ultimo con un incremento radiale minore del primo, come già calcolammo.

***

CALCOLO DELLA DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI ELASTICHE RIPRODUCENTI IL CAMPO DI FORZA ESTERNO E DELLE REAZIONI ELASTICHE NEL DIELETTRICO DEL CONDENSATORE SFERICO.

Note che siano le componenti di deformazione x_x, y_y, z_z, y_z, z_x, x_y, la teoria della elasticità dà, per i corpi isotropi, come componenti della tensione

$$X_x = \lambda\theta + 2\mu x_x \qquad \text{e analoghe}$$
$$Y_z = \mu y_z \qquad \text{e analoghe.}$$

Sostituendo le formole precedentemente trovate si ha

$$X_x = \frac{2\lambda}{\lambda+2\mu}\Delta_2\Delta_2 W + \frac{4\mu}{\lambda+2\mu}\frac{\partial^2\Delta_2 W}{\partial x^2} \qquad \text{e analoghe}$$
$$Y_z = \frac{4\mu}{\lambda+2\mu}\frac{\partial^2\Delta_2 W}{\partial y\,\partial z} \qquad \text{e analoghe,}$$

formole che dànno le componenti della tensione, che si esercita su elementi di superficie aventi per normali i tre assi coordinati.

Su un elemento di superficie qualunque avente per normale ν, le componenti della tensione saranno

$$X_\nu = X_x\frac{\partial x}{\partial \nu} + X_y\frac{\partial y}{\partial \nu} + X_z\frac{\partial z}{\partial \nu} \qquad \text{e analoghe,}$$

che nel nostro caso, eseguite le sostituzioni e i calcoli, sono date dalla formola (dove M indica la massa $\frac{(L_1-L_2)R_2R_1}{(R_2-R_1)}$)

$$(23)\quad X_\nu = \frac{K\gamma^2M^2}{\sigma\pi(\lambda+2\mu)}\left[(2\mu-\lambda)R_1\frac{1}{\rho^4} - \frac{\mu}{\rho^3}\right]\frac{\partial x}{\partial \nu} + \left[3\mu\frac{x}{\rho^4} - 8\mu R_1\frac{x}{\rho^5}\right]\frac{\partial \rho}{\partial \nu}$$

e analoghe. Queste le componenti della tensione elastica riproducente l'azione del campo; la quale appare quindi risultante di

Digitized by Google

due: una diretta secondo il raggio vettore e l'altra secondo la normale ν all'elemento superficiale considerato.

Sugli elementi superficiali normali al raggio vettore è $\frac{\partial \rho}{\partial \nu} = 1$ onde le componenti di tensione prendono la forma, eseguiti alcuni semplici passaggi:

$$X_\varrho = \frac{K\gamma^2 M^2}{6\pi(\lambda+2\mu)} \left\{ 2\mu \frac{x}{\rho^4} - (\lambda+6\mu) R_1 \frac{x}{\rho^5} \right\} \quad \text{e analoghe,}$$

componenti queste della tensione elastica normale riproducente l'azione del campo esterno:

$$T_\varrho = \frac{K\gamma^2 M^2}{6.\pi(\lambda+2\mu)} \left\{ \frac{2\mu}{\rho^3} - R_1 \frac{\lambda+6\mu}{\rho^4} \right\} \tag{24}$$

diretta secondo il raggio ρ.

Sugli elementi superficiali passanti pel raggio vettore è $\frac{\partial \rho}{\partial \nu} = 0$ onde le componenti di tensione assumono la forma, detta σ la normale al raggio:

$$X_\sigma = -\frac{K\gamma^2 M^2}{6\pi(\lambda+2\mu)} \left\{ \frac{\mu}{\rho^3} - R_1 \frac{2\mu-\lambda}{\rho^4} \right\} \frac{\partial x}{\partial \sigma} \quad \text{e analoghe,}$$

componenti queste della tensione elastica normale riproducente l'azione del campo esterno:

$$T_\sigma = -\frac{K\gamma^2 M^2}{6\pi(\lambda+2\mu)} \left\{ \frac{\mu}{\rho^3} - R_1 \frac{2\mu-\lambda}{\rho^4} \right\} \tag{25}$$

diretta normalmente al raggio ρ.

Da tutto quanto precede è lecito concludere che la introduzione nella teoria della elettrostrizione delle formole di rappresentazione del campo di forza, dovute al prof. Somigliana, formole che sono in perfetto accordo colla teoria della elasticità — ciò che non avviene, come è ben noto, per le tensioni di Maxwell, generalmente usate —, porta non solo un vantaggio teorico, ma anche una miglior concordanza coi risultati sperimentali.

Istituto di Fisica della R. Università di Torino.
Gennaio 1922.

Digitized by Google

Operatori per le iperomografie

Nota di C. BURALI-FORTI

Presentata dal Socio nazionale residente Giuseppe Peano

Dò alcuni complementi a quanto ho esposto nella mia Nota *Sugli operatori differenziali omografici* (1).

1. — Ogni *iperomografia* σ è un *operatore a sinistra* tra *vettori* e *omografie*; cioè, se $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ sono vettori, $\sigma\boldsymbol{a}$ è *omografia* e $(\sigma\boldsymbol{a})\,\boldsymbol{b}$ è *vettore*. Ne segue (limitandoci, come faremo, a quegli operatori che sono applicabili anche ad omografie in uno spazio euclideo ad n dimensioni (2)), che $\mathrm{K}\sigma$, $\mathrm{D}\sigma$, $\mathrm{I}_1\sigma$ sono pure iperomografie, avendosi, ad es., $(\mathrm{K}\sigma)\,\boldsymbol{a} = \mathrm{K}\,(\sigma\boldsymbol{a})$ in virtù delle leggi generali del prodotto funzionale degli operatori.

Oltre agli operatori k, k′ già definiti (cfr. mia Nota citata) dalle condizioni

$$(1) \qquad (\mathrm{k}\sigma\boldsymbol{a})\,\boldsymbol{b} = (\sigma\boldsymbol{b})\,\boldsymbol{a}\,, \qquad \boldsymbol{a} \times \mathrm{k}'\sigma\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \times \sigma\boldsymbol{a}$$

per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vettori arbitrari, conviene definire il *vettore* di σ (iperomografico, da non confondersi con $\mathrm{V}\sigma$ che è omografia ed esiste solamente in un S_3), che indicheremo con $\mathrm{v}\sigma$, ponendo

$$(2) \quad (\mathrm{v}\sigma) \times = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\sigma, \text{ cioè per } \boldsymbol{a} \text{ vett. arb. } (\mathrm{v}\sigma) \times \boldsymbol{a} = \mathrm{I}_1\,(\mathrm{k}'\sigma\boldsymbol{a})\ (3),$$

(1) " Rend. R. Acc. Lincei ", vol. XXV, s. 5ª, pp. 51-59 (a. 1916).

(2) A. Pensa, *Geometria assoluta dei vettori* ... " Ist. Lombardo ", vol. LII, 1919. — Per gli spazi curvi in un S_n, cfr.

T. Boggio, *Geometria assoluta degli spazi curvi.* " Rend. R. Acc. Lincei ", vol. XXVIII, s. 5ª, pp. 58-62, 169-174. " Atti R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. LIV, pp. 186-200.

(3) Per un noto teorema [cfr. A. V. G. (*Analyse vectorielle générale*, Torino, S. Lattes), vol. I, p. 9] $\mathrm{I}_1\mathrm{k}'\sigma$, che è operatore tra *vettori* e *numeri*, si può sempre porre sotto la forma $\boldsymbol{u} \times$; il che prova l'esistenza e la univocità di $\mathrm{v}\sigma$.

L'operatore v è stato introdotto dal Prof. T. Boggio che me lo ha gentilmente comunicato con le (13), (16) dell'algoritmo di v, dando delle (13) una dim. dedotta dalla (16).

Digitized by Google

ed inoltre l'operatore *binario* $\mathscr{H}$ che definiamo ponendo

$$(3) \qquad \mathscr{H}(\sigma, \alpha)\, \boldsymbol{a} = (\sigma \boldsymbol{a})\, \alpha$$

valevole per $\boldsymbol{a}$ vettore arbitrario ed essendo α una omografia, e risulta che $\mathscr{H}(\sigma, \alpha)$ è pure iperomografia.

2. — Siano: σ iperomografia e α, β, γ omografie. Per gli operatori k, k', K, oltre le formule già note (e che riportiamo qui per comodo del lettore):

$$(4) \quad \begin{cases} \mathrm{k}\mathrm{k} = 1, \quad \mathrm{k}'\mathrm{k}' = 1 \text{ (identità)}, & \mathrm{k}' = \mathrm{K}\mathrm{k}\mathrm{K} = \mathrm{k}\mathrm{K}\mathrm{k} \\ \mathrm{k}\mathrm{k}' = \mathrm{k}'\mathrm{K} = \mathrm{K}\mathrm{k}, & \mathrm{k} = \mathrm{K}\mathrm{k}'\mathrm{K} = \mathrm{k}'\mathrm{K}\mathrm{k}' \\ \mathrm{k}'\mathrm{k} = \mathrm{k}\mathrm{K} = \mathrm{K}\mathrm{k}', & \mathrm{K} = \mathrm{k}\mathrm{k}'\mathrm{k} = \mathrm{k}'\mathrm{k}\mathrm{k}' \text{ (1)}, \end{cases}$$

si hanno formule (alcune note) in parte delle quali comparisce il nuovo operatore binario $\mathscr{H}$:

$$(5) \quad \mathrm{k}(\alpha\sigma) = \alpha \,.\, \mathrm{k}\sigma, \quad \mathrm{k}(\sigma\alpha) = \mathscr{H}(\mathrm{k}\sigma, \alpha), \quad \mathscr{H}(\sigma, \alpha) = \mathrm{k}(\mathrm{k}\sigma \,.\, \alpha),$$

$$(6) \quad \mathrm{k}'(\alpha\sigma) = \mathrm{k}'\sigma \,.\, \mathrm{K}\alpha, \quad \mathrm{k}'(\sigma\alpha) = \mathrm{K}\alpha \,.\, \mathrm{k}'\sigma, \qquad = \mathrm{k}(\mathrm{k}\alpha \,.\, \mathrm{k}\sigma).$$

$$(7) \quad \mathrm{K}(\alpha\sigma) = \mathscr{H}(\mathrm{K}\sigma, \mathrm{K}\alpha), \quad \mathrm{K}(\sigma\alpha) = \mathrm{K}\sigma \,.\, \alpha,$$

---

(1) Introducendo anche il simbolo A (cfr. A. Pensa, l. c.) si ha

$$\sigma = \mathrm{D}\sigma + \mathrm{A}\sigma, \qquad \mathrm{K}\sigma = \mathrm{D}\sigma - \mathrm{A}\sigma,$$

e si ha quindi, come per le omografie,

$$2\,\mathrm{D} = 1 + \mathrm{K}, \qquad 2\,\mathrm{A} = 1 - \mathrm{K}.$$

Per i prodotti dei simboli D, A, k, k' si hanno, insieme a molte altre, queste notevoli identità:

$$(\mathrm{k} - \mathrm{k}')\,\mathrm{D} = \mathrm{A}\,(\mathrm{k} - \mathrm{k}'), \qquad (\mathrm{k} - \mathrm{k}')\,\mathrm{A} = \mathrm{D}\,(\mathrm{k} - \mathrm{k}')$$

$$2\,\mathrm{k}\mathrm{D} = \mathrm{k} + \mathrm{k}'\mathrm{k}, \quad 2\,\mathrm{k}\mathrm{A} = \mathrm{k} - \mathrm{k}'\mathrm{k}, \quad 2\,\mathrm{D}\mathrm{k} = \mathrm{k} + \mathrm{k}\mathrm{k}', \quad 2\,\mathrm{A}\mathrm{k} = \mathrm{k} - \mathrm{k}\mathrm{k}'$$

$$2\,\mathrm{k}\mathrm{D}\mathrm{k} = 1 + \mathrm{k}', \quad 2\,\mathrm{k}\mathrm{A}\mathrm{k} = 1 - \mathrm{k}', \quad 2\,\mathrm{k}'\mathrm{D}\mathrm{k} = \mathrm{k}'\mathrm{k} + \mathrm{K}, \quad 2\,\mathrm{k}'\mathrm{A}\mathrm{k} = \mathrm{k}'\mathrm{k} - \mathrm{K}.$$

$$2\mathrm{D}\mathrm{k}\mathrm{D} = \mathrm{D}(\mathrm{k} + \mathrm{k}'), \quad 2\mathrm{A}\mathrm{k}\mathrm{A} = \mathrm{A}(\mathrm{k} + \mathrm{k}'), \quad 2\mathrm{D}\mathrm{k}\mathrm{A} = \mathrm{D}(\mathrm{k} - \mathrm{k}'), \quad 2\mathrm{A}\mathrm{k}\mathrm{D} = \mathrm{A}(\mathrm{k} - \mathrm{k}')$$

e quelle che si ottengono da queste cambiando k e k' in k' e k.

Citiamo ancora la identità

$$(\mathrm{k} + \mathrm{k}' - \mathrm{K})(\mathrm{k} + \mathrm{k}') = (\mathrm{k} + \mathrm{k}')(\mathrm{k} + \mathrm{k}' - \mathrm{K}) = 2$$

che permette di risolvere, rispetto a σ, essendo σ_0 iperomografia nota, le due equazioni:

$$(\mathrm{k} + \mathrm{k}')\sigma = \sigma_0, \qquad (\mathrm{k} + \mathrm{k}' - \mathrm{K})\sigma = \sigma_0,$$

che danno come soluzioni:

$$2\sigma = (\mathrm{k} + \mathrm{k}' - \mathrm{K})\sigma_0, \qquad 2\sigma = (\mathrm{k} + \mathrm{k}')\sigma_0.$$

Digitized by Google

(8) $\mathrm{k}\mathscr{H}(\sigma, \alpha) = \mathrm{k}\sigma \,.\, \alpha, \quad \mathrm{k}'\mathscr{H}(\sigma, \alpha) = \mathscr{H}(\mathrm{k}'\sigma, \alpha),$

$$\mathrm{K}\mathscr{H}(\sigma, \alpha) = \mathrm{K}\alpha \,.\, \mathrm{K}\sigma$$

(9) $(\sigma \boldsymbol{a})\,\alpha = \mathrm{K}\,(\mathrm{K}\alpha \,.\, \mathrm{K}\sigma)\,\boldsymbol{a} = \mathrm{k}\,(\mathrm{k}\sigma \,.\, \alpha)\,\boldsymbol{a}$

e le formule, notevoli, per $\mathscr{H}$,

(10) $\beta \,.\, \mathscr{H}(\sigma, \alpha) \,.\, \gamma = \mathscr{H}(\beta\sigma\gamma, \alpha), \quad \mathscr{H}\{\mathscr{H}(\sigma, \alpha), \beta\} = \mathscr{H}(\sigma, \alpha\beta).$

Le nuove formule (con $\mathscr{H}$) si dimostrano facilmente.
Per la seconda (5) si ha:

$$\{\mathrm{k}\,(\sigma\alpha)\,\boldsymbol{a}\}\,\boldsymbol{b} = (\sigma\alpha\boldsymbol{b})\,\boldsymbol{a} = (\mathrm{k}\sigma\boldsymbol{a})\,\alpha\boldsymbol{b} = \{\mathscr{H}(\mathrm{k}\sigma, \alpha)\,\boldsymbol{a}\}\,\boldsymbol{b}.$$

Per la prima (7) si ha:

$$\mathrm{K}\,(\alpha\sigma)\,\boldsymbol{a} = \mathrm{K}\,(\alpha \,.\, \sigma\boldsymbol{a}) = \mathrm{K}\sigma\boldsymbol{a} \,.\, \mathrm{K}\alpha = \mathscr{H}(\mathrm{K}\sigma, \mathrm{K}\alpha)\,\boldsymbol{a}.$$

Le due forme della (9) si ottengono così:

$$(\sigma\boldsymbol{a})\,\alpha = \mathrm{K}\mathrm{K}\{(\sigma\boldsymbol{a})\,\alpha\} = \mathrm{K}\,(\mathrm{K}\alpha \,.\, \mathrm{K}\sigma\boldsymbol{a}) = \mathrm{K}\,(\mathrm{K}\alpha \,.\, \mathrm{K}\sigma)\,\boldsymbol{a},$$
$$(\sigma\boldsymbol{a})\,\alpha = \mathscr{H}(\sigma, \alpha)\,\boldsymbol{a} = \mathrm{k}\,(\mathrm{k}\sigma, \alpha)\,\boldsymbol{a}.$$

Per la (10) si ha:

$$\beta\mathscr{H}(\sigma, \alpha)\,\gamma\boldsymbol{a} = \beta\sigma\gamma\boldsymbol{a} \,.\, \alpha = \mathscr{H}(\beta\sigma\gamma, \alpha)\,\boldsymbol{a}, \text{ ecc.}$$

3. — Occupiamoci ora del nuovo operatore v [1]. — Dalle formule (2), (4) e tenendo presente che $\mathrm{I}_1\mathrm{K} = \mathrm{I}_1$ si ha:

$$(\mathrm{v}\mathrm{k}\sigma) \times = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\mathrm{k}\sigma = \mathrm{I}_1\mathrm{K}\mathrm{k}'\sigma = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\sigma = (\mathrm{v}\sigma) \times,$$

da cui risulta la formula notevole

$$\mathrm{v}\mathrm{k}\sigma = \mathrm{v}\sigma, \tag{11}$$

nulla di speciale ottenendosi per $\mathrm{v}\mathrm{k}'$ e $\mathrm{v}\mathrm{K}$. — Dalle (2), (6) si ha:

$$\mathrm{v}\,(\alpha\sigma) \times \boldsymbol{a} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\,(\alpha\sigma)\,\boldsymbol{a} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\sigma \,.\, \mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a} = (\mathrm{v}\sigma) \times \mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a} = \alpha\,(\mathrm{v}\sigma) \times \boldsymbol{a},$$

[1] Vi è appena bisogno di osservare che, essendo I_1 e k' distributivi rispetto alla somma e commutativi rispetto al prodotto per un numero, dalla (2) si ha subito

$$\mathrm{v}\,(\sigma \pm \sigma_1) = \mathrm{v}\sigma \pm \mathrm{v}\sigma_1, \qquad \mathrm{v}\,(m\sigma) = m\mathrm{v}\sigma,$$

essendo σ, σ_1 iperomografie e m un numero, cioè si ha che v è *operatore lineare* tra *iperomografie* e *vettori*.

Digitized by Google

da cui risulta la formula, pure notevole,

$$(12) \qquad v(\alpha\sigma) = \alpha(v\sigma)$$

che esprime il $v(\alpha\sigma)$ per mezzo di α e di $v\sigma$.

Non esiste espressione analoga per il $v(\sigma\alpha)$, ma si hanno le due formule importanti:

$$(13) \quad v(\sigma\alpha) = v(k\sigma \,.\, K\alpha), \qquad v(K\sigma \,.\, \alpha) = vK(\sigma\alpha) = vK(\alpha\sigma)$$

che si dimostrano così:

$$v(\sigma\alpha) \times \boldsymbol{a} = I_1 k'(\sigma\alpha)\,\boldsymbol{a} = I_1(K\alpha \,.\, k'\sigma)\,\boldsymbol{a} = I_1(\alpha \,.\, Kk'\sigma)\,\boldsymbol{a} =$$
$$= I_1(\alpha \,.\, k'k\sigma)\,\boldsymbol{a} = I_1 k'(k\sigma \,.\, K\alpha)\,\boldsymbol{a} = v(k\sigma \,.\, K\alpha) \times \boldsymbol{a} \ (^1);$$
$$v(K\sigma \,.\, \alpha) = v(kK\sigma \,.\, K\alpha) = vkK(\alpha\sigma) = vK(\alpha\sigma).$$

Per $\mathscr{H}$ si ha dalle (5), (11), (13):

$$(14) \qquad v\mathscr{H}(\sigma, \alpha) = v(k\sigma \,.\, \alpha) = v(\sigma \,.\, K\alpha).$$

Se si osserva che dalla (2), cambiando σ in $k'\sigma$, si ha:

$$(2') \qquad I_1\sigma = (vk'\sigma) \times,$$

allora applicando formule note si ha:

$$I_1\mathscr{H}(\sigma, \alpha) = vk'k(k\sigma \,.\, \alpha) \times = vK(k\sigma \,.\, \alpha) \times,$$

vale a dire:

$$(15) \qquad I_1\mathscr{H}(\sigma, \alpha) = v(Kk\sigma \,.\, \alpha) \times = v(k'\sigma \,.\, K\alpha) \times.$$

Se il sistema ortogonale di riferimento è $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \ldots$, allora:

$$I_1 k'\sigma\boldsymbol{a} = I_1 Kk'\sigma\boldsymbol{a} = I_1 kK\sigma\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i} \times (kK\sigma\boldsymbol{a})\,\boldsymbol{i} + \ldots =$$
$$= \boldsymbol{i} \times (K\sigma\boldsymbol{i})\,\boldsymbol{a} + \ldots = \{(\sigma\boldsymbol{i})\,\boldsymbol{i} + \ldots\} \times \boldsymbol{a},$$

e quindi:

$$(16) \qquad v\sigma = (\sigma\boldsymbol{i})\,\boldsymbol{i} + (\sigma\boldsymbol{j})\,\boldsymbol{j} + \ldots,$$

dalla quale possono dedursi facilmente altre formule, ad es. questa:

$$(17) \qquad v(\boldsymbol{u} \times) = \boldsymbol{u} \ (^2).$$

---

(1) Si ha pure: $v(\sigma\alpha) \times = I_1(K\alpha \,.\, k'\sigma) = I_1(\alpha \,.\, Kk'\sigma)$.

(2) Per l'iperomografia $\boldsymbol{u} \times$ si ha facilmente:

$$K(\boldsymbol{u} \times) = \boldsymbol{u} \times, \qquad k(\boldsymbol{u} \times)\,\boldsymbol{a} = H(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{a}), \qquad k'(\boldsymbol{u} \times)\,\boldsymbol{a} = H(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{u});$$

ad esempio la seconda mostra quanto sia difettosa la notazione di Gibbs per le *diadi*. — La (17) corrisponde alla formula

$$V(\boldsymbol{u} \wedge) = \boldsymbol{u}$$

che vale in un S_3.

Digitized by Google

4. — Consideriamo enti funzioni del punto generico P che varia in uno spazio euclideo (anche ad n dimensioni).

È noto [cfr. A. V. G., l. c., p. 69 e p. 130] che nel solo caso che l'omog. α sia la derivata rispetto a P di un vettore, si ha, per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vettori costanti:

$$\left(\frac{d\alpha}{dP}\,\boldsymbol{a}\right)\boldsymbol{b} = \left(\frac{d\alpha}{dP}\,\boldsymbol{b}\right)\boldsymbol{a}\ (^1);$$

allora, essendo $d\alpha/dP$ una iperomografia e tenendo conto della prima (1), si ha subito:

$$(18)\qquad \frac{d\alpha}{dP} = \mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP} \quad \text{solamente quando} \quad \alpha = \frac{d\,(\text{vettore})}{dP}\ (^2).$$

Per cose già note, ed essendo $\boldsymbol{a}$ vettore costante, si ha:

$$\operatorname{grad}_P \alpha \times \boldsymbol{a} = \mathrm{I}_1\,\frac{d(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a})}{dP} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}\mathrm{K}\,\frac{d\alpha}{dP}\,\boldsymbol{a} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP} = \\ = \mathrm{v}\left(\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP}\right)\times\boldsymbol{a},$$

(1) Per α omografia qualunque si ha:

$$\left(\mathrm{k}'\,\frac{d\mathrm{D}\alpha}{dP}\,\boldsymbol{a}\right)\boldsymbol{b} = \left(\mathrm{k}'\,\frac{d\mathrm{D}\alpha}{dP}\,\boldsymbol{b}\right)\boldsymbol{a}$$

anche per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ non costanti. Ciò risulta subito applicando al primo membro la prima (1), osservando che $\mathrm{k}\mathrm{k}' = \mathrm{k}'\mathrm{K}$ e che $\mathrm{K}\mathrm{D} = \mathrm{D}$.

(2) Allo stesso risultato si giunge anche per altra via indipendente dal teorema, ora citato, di A. V. G. — Se si ha:

$$d\boldsymbol{u} = \alpha\, d\boldsymbol{P}, \qquad \text{si ha anche} \qquad \delta\boldsymbol{u} = \alpha\,\delta P;$$

applicando δ alla prima e d alla seconda si ha

$$\delta\alpha\,.\,d\boldsymbol{P} = d\alpha\,.\,\delta\boldsymbol{P}, \quad \text{cioè} \quad \left(\frac{d\alpha}{dP}\,\delta P\right)dP = \left(\frac{d\alpha}{dP}\,dP\right)\delta P = \left(\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP}\,\delta P\right)dP\,.$$

che, per l'arbitrarietà di dP, δP, dànno la (18), condizione d'integrabilità.

Se il punto Q è funzione di P e si pone

$$\beta = dQ/dP, \qquad \text{da cui} \qquad \beta^{-1} = dP/dQ,$$

allora, osservando che per α omografia qualunque si ha

$$\mathrm{k}\,\frac{d\alpha^{-1}}{dP} = -\,\alpha^{-1}\,.\,\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP}\,.\,\alpha^{-1},$$

dalla condizione (18) risulta subito

$$\mathrm{k}\,\frac{d\beta^{-1}}{dP} = -\,\beta^{-1}\,\frac{d\beta}{dP}\,\beta^{-1}, \qquad \mathrm{k}\,\frac{d\beta}{dQ} = -\,\beta\,\frac{d\beta^{-1}}{dQ}\,\beta\,.$$

Digitized by Google

e quindi, per la (11),

$$\text{(19)} \qquad \operatorname{grad}_P \alpha = \mathrm{v}\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP} = \mathrm{v}\,\frac{d\alpha}{dP}$$

che dà una notevole espressione del gradiente di α mediante la iperomografia $d\alpha/dP$.

Dalla (19) e da altre formule note si ha:

$$\operatorname{grad}_P(\beta\alpha) = \mathrm{v}\mathrm{k}\,\frac{d(\beta\alpha)}{dP} = \mathrm{v}\left(\beta\,.\,\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP} + \mathrm{k}\,\frac{d\beta}{dP}\,.\,\alpha\right) =$$
$$= \mathrm{v}\left(\beta\,.\,\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP}\right) + \mathrm{v}\left(\mathrm{k}\,\frac{d\beta}{dP}\,.\,\alpha\right),$$

e quindi per le (12), (13):

$$\text{(20)} \qquad \operatorname{grad}_P(\beta\alpha) = \beta \operatorname{grad}_P \alpha + \mathrm{v}\left(\mathrm{k}\,\frac{d\beta}{dP}\,.\,\alpha\right) =$$
$$= \beta \operatorname{grad}_P \alpha + \mathrm{v}\left(\frac{d\beta}{dP}\,.\,\mathrm{K}\alpha\right).$$

Se il punto Q è funzione di P si ha:

$$\text{(21)} \qquad \operatorname{grad}_Q \alpha = \mathrm{v}\,\frac{d\alpha}{dQ} = \mathrm{v}\left(\frac{d\alpha}{dP}\,\frac{dP}{dQ}\right) = \mathrm{v}\left(\mathrm{k}\,\frac{d\alpha}{dP}\,.\,\mathrm{K}\,\frac{dP}{dQ}\right)$$

che per la (20) è identica alla [2] di p. 90, A. V. G.

Senza far uso della (a) seguente (come è fatto in A. V. G.) si può ottenere il gradiente del prodotto interno $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$. Differenziando $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$ ed applicando il teorema di commutazione si ha subito

$$\frac{d(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v})}{dP} = \left(\mathrm{K}\,\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\,\boldsymbol{v} + \mathrm{K}\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\,\boldsymbol{u}\right) \times$$

e applicando v ai due membri, si ha, per la (17),

$$\text{(22)} \qquad \operatorname{grad}_P(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) = \mathrm{K}\,\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\,\boldsymbol{v} + \mathrm{K}\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\,\boldsymbol{u}.$$

Come in A. V. G., p. 77, dalla (22) si deduce, essendo m numero funzione di P,

$$\text{(a)} \qquad d\boldsymbol{m}/d\boldsymbol{P} = (\operatorname{grad}_P m) \times ;$$

allora, per la (19), ed essendo $\boldsymbol{a}$ un vettore e ponendo $\boldsymbol{\xi} = d\boldsymbol{m}/d\boldsymbol{P}$ si ha:

$$\boldsymbol{\xi a} = (\mathrm{v}\boldsymbol{\xi}) \times \boldsymbol{a} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\boldsymbol{\xi a} = \mathrm{I}_1\mathrm{K}\mathrm{k}'\boldsymbol{\xi a} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}\mathrm{K}\boldsymbol{\xi a} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}\boldsymbol{\xi a},$$

e in conseguenza:

$$\text{(23)} \qquad \mathrm{I}_1\mathrm{k}\,\frac{d\boldsymbol{m}}{dP} = \mathrm{I}_1\mathrm{k}'\,\frac{d\boldsymbol{m}}{dP} = \frac{d\boldsymbol{m}}{dP}\,.$$

Digitized by Google

5. — Se, essendo $a, b, c, \ldots$ dei vettori, σ è un operatore vettoriale tale che i simboli composti $(\sigma a)\,b$, $((\sigma a)\,b)\,c$, ... abbiano significato, li scriveremo brevemente sotto la forma simbolica σab, σabc, ...

Diremo che, per n intero non nullo, l'operatore vettoriale σ è una $\mathbf{H}_n$, quando, comunque si fissino n vettori $a_1, a_2, \ldots, a_n$, si ha sempre che:

$$\sigma a_1 a_2 \ldots a_n \text{ è un } \textit{vettore}.$$

In particolare si ha $\mathbf{H}_1 = \textit{omografia}$; $\mathbf{H}_2 = \textit{iperomografia}$. Si può convenire di porre $\mathbf{H}_0 = \textit{vettore}$.

Indicando con $\sigma_{(n)}$ una generica $\mathbf{H}_n$ si ha:

$$\sigma_{(n)} a_1 a_2 \ldots a_r \text{ è una } \mathbf{H}_{n-r}; \qquad \sigma_{(m)}\,\sigma_{(n)} \text{ è una } \mathbf{H}_{m+n-1}.$$

Sia f il simbolo, noto, di una *funzione lineare* (*operatore* lineare) tra $\mathbf{H}_2$ e $\mathbf{H}_r$ con $r = 2, 1, 0$. Il simbolo f si estende [1] alle $\mathbf{H}_n$, per $n > 2$, ponendo, per $a_1, a_2, \ldots$ vettori arbitrari,

$$(f\sigma_{(n)})\,a_1 \ldots a_{n-2} = f(\sigma_{(n)} a_1 \ldots a_{n-2}) \tag{24}$$

e risulta che f, così esteso, è un operatore tra $\mathbf{H}_n$ e $\mathbf{H}_{n+r-2}$.

Se f è uno qualunque degli operatori lineari, già noti, D, A, K, I_1, k, k', la (24) definisce l'$f\sigma_{(n)}$ che è pure una $\mathbf{H}_n$ [2]. e per questi simboli, con le a della (24), valgono ancora le formule già note [3], per le quali occorre anche la $\mathscr{H}$ che la (24) estende alle $\mathbf{H}_n$, dando

$$\mathscr{H}(\sigma_{(n)}, \alpha)\,a_1 \ldots a_{n-1} = \sigma_{(n)} a_1 \ldots a_{n-1}\,.\,\alpha. \tag{25}$$

Ma alla $\mathscr{H}$ occorre dare una ulteriore estensione, sempre in modo da comprendere la (3) e la (25). Se $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ sono omografie definiremo

$$\mathscr{H}(\sigma_{(m+n+1)}, \alpha_1 \ldots, \alpha_n)$$

---

[1] Senza pregiudizio di ulteriori estensioni che si presentino in seguito necessarie; come. ad es., togliendo la condizione di linearietà e sostituendola con altra opportuna.

[2] Invece, $v\sigma_{(n)}$ è una $\mathbf{H}_{n-2}$.

[3] Se si scrive, simbolicamente, $u^{(n)}$ al posto di $uu \ldots u$, essendo u ripetuto n volte, allora il numero $u \times \sigma_{(n)} u^{(n)}$ non cambia se al posto di σ_n si pone una qualunque delle $\mathbf{H}_n$

$$D\sigma_{(n)},\quad k\sigma_{(n)},\quad k'\sigma_{(n)},\quad Dk\sigma_{(n)},\quad Dk'\sigma_{(n)},\quad kD\sigma_{(n)},\quad k'D\sigma_{(n)}.$$

Digitized by Google

come la $\mathbf{H}_{m+n+1}$ tale che

$$(26) \qquad \begin{aligned} &\omega\mathcal{H}(\sigma_{(m+n+1)}, \alpha_1, \ldots, \alpha_n)\, \boldsymbol{a}_1 \ldots \boldsymbol{a}_{m+1}\, \boldsymbol{b}_1 \ldots \boldsymbol{b}_n = \\ &. \quad = \sigma_{(m+n+1)}\, \boldsymbol{a}_1 \ldots \boldsymbol{a}_{m+1} \ldots \alpha_1 \boldsymbol{b}_1 \ldots \alpha_n \boldsymbol{b}_n \end{aligned}$$

qualunque siano i vettori $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$.

Se nella (26) si pone $n = 1$ e si legge poi n al posto di $m+2$ si ottiene la (25) e quindi anche la (3).

Imitando le dimostrazioni delle (10) si hanno subito le due formule, importanti, seguenti, nelle quali β, γ, α_1, ..., β_1, ... sono omografie:

$$(27) \qquad \beta \,.\, \omega\mathcal{H}(\sigma_{(m+n+1)}, \alpha_1, \ldots, \alpha_n)\, \gamma = \omega\mathcal{H}(\beta\, \sigma_{(m+n+1)}\, \gamma, \alpha_1, \ldots, \alpha_n),$$

$$(28) \qquad \begin{aligned} &\omega\mathcal{H}\{\omega\mathcal{H}(\sigma_{(m+n+1)}, \alpha_1, \ldots, \alpha_n), \beta_1, \ldots, \beta_n\} = \\ &= \omega\mathcal{H}(\sigma_{(m+n+1)}, \alpha_1\, \beta_1, \ldots, \alpha_n\, \beta_n). \end{aligned}$$

Nelle ricerche relative agli spazi *curvi* (o pur no) di un numero qualunque di dimensioni, fatte con i soliti metodi delle coordinate, anche generali, compariscono per certe forme differenziali, dei numeri con $n+1$ indici, i quali individuano, precisamente, per ciascuna forma differenziale, una $\mathbf{H}_n$, o meglio la *dilatazione* di una $\mathbf{H}_n$ (una $\mathrm{D}\sigma_{(n)}$), che è *assolutamente indipendente da qualsiasi specie di coordinate.* Basta questa osservazione per comprendere l'importanza geometrica delle $\mathbf{H}_n$; queste, come fanno i *vettori* le *omografie* e in parte anche le *iperomografie* nel campo a *tre dimensioni*, eliminano del tutto le coordinate in un S_n e quindi eliminano invarianti, covarianti, controvarianti che si presentano specialmente quando si introducono le coordinate.

Richiamiamo l'attenzione dei lettori sulle Note, già citate, del Prof. T. Boggio per gli *spazi curvi*, insistendo anche affinchè osservino come i simboli di Christoffel, Riemann, ecc., dipendenti da coordinate, vengano dati da opportune **H** del tutto *indipendenti* da coordinate. Il campo delle ricerche che offrono le **H** è assai vasto e per ora ben poche ne sono state fatte.

Digitized by Google

Calcolo differenziale assoluto con una variabile e geometria affine delle curve piane

Nota di GUSTAVO SANNIA (a Torino)
Presentata dal Socio nazionale residente D'Ovidio

L'importanza e l'utilità del Calcolo differenziale assoluto del Ricci [1], in tutte le quistioni nelle quali si debbono considerare funzioni o equazioni aventi un carattere invariantivo, sono ben note. Esso però non si applica alle funzioni di una sola variabile.

In questa Nota colmo la lacuna, costruendo un calcolo analogo per tali funzioni (§ 1); indi (§ 2), per dare un saggio della sua applicazione, riedifico con esso la geometria differenziale affine [2] delle curve piane (con qualche nuovo contributo) e precisamente quella ove si considerano le proprietà invarianti per affinità unimodulari.

§ 1. — Calcolo assoluto.

1. — Siano u, u' due variabili legate da una relazione invertibile

$$u = u(u'), \qquad u' = u'(u) \tag{1}$$

e sia L una legge che faccia corrispondere ad una funzione U di u una funzione U' di u'.

---

[1] Ricci e Levi-Civita, *Metodi di calcolo differenziale assoluto e loro applicazioni* (" Math. Ann. „, B. 54).

[2] Per altre geometrie cfr. la nota finale.

Digitized by Google

Dirò che L è una *legge di covarianza* e che U è *covariante di ordine* n (ed allora la indicherò con U_n) se, per qualsiasi trasformazione (1), si ha

$$U_n' = U_n \left(\frac{du}{du'}\right)^n \quad (3) \quad (n \text{ intero}). \tag{2}$$

L'intero n può essere qualunque: per $n \geq 0$ la legge di covarianza corrisponde a quella del Ricci (4) per i sistemi di funzioni di più variabili; per $n < 0$ corrisponde invece alla legge di *controvarianza* (5).

Qui insomma le due leggi si possono ridurre ad una sola, e un covariante di ordine n può anche chiamarsi controvariante di ordine $-n$.

Così, se per la legge L è $U' = U[u(u')]$, si ha

$$\frac{dU'}{du'} = \frac{dU}{du} \cdot \frac{du}{du'} ;$$

perciò la *derivata prima di una funzione è covariante di ordine* 1, e può indicarsi con U_1.

Se

$$A = a_1 \, du \tag{3}$$

è un differenziale primo e ad a_1 si fa corrispondere il coefficiente a_1' del trasformato A' di A mediante (1), si ha

$$a_1' = a_1 \frac{du}{du'} , \tag{4}$$

quindi a_1 *è covariante di ordine* 1.

È poi evidente che *la somma di due covarianti di ordine* n, *il prodotto e il quoziente di due covarianti degli ordini* n *e* m *sono covarianti di ordine* n, n + m, n − m *rispettivamente.*

2. — Alla derivazione ordinaria, che *applicata più volte non produce covarianti* (come subito si vede), è facile sostituirne

---

(3) Qui e in seguito è sottinteso che nella U_n si è posto $u(u')$ in luogo di u.

(4) Loc. cit. (1), n° 2, formola (6).

(5) Loc. cit. (1), n° 2, formola (7).

Digitized by Google

un'altra, la *derivazione covariante rispetto ad un differenziale* A, che, applicata a un covariante, ne dà sempre dei nuovi.

Basta infatti osservare che, introdotto il *simbolo*

$$S = \frac{1}{a_1}\frac{da_1}{du} \quad (5)$$

(con l'analogo S' relativo ad A'), l'equazione che si ottiene da (4) derivandola rispetto ad u' si può scrivere

$$\frac{d^2u}{du'^2} = S'\frac{du}{du'} - S\left(\frac{du}{du'}\right)^2, \quad (6)$$

per dedurne (con un facile calcolo) che: *se* U_n *è covariante di ordine* n, *la funzione*

$$U_{n+1} = \frac{dU_n}{du} - nSU_n \quad (7)$$

è covariante di ordine $n+1$.

La dirò *prima derivata covariante di* U_n *rispetto ad* A. *Essa coincide con l'ordinaria se* $n = 0$ *o se* a_1 *è costante.*

Con p successive derivazioni covarianti si passa da U_n a un covariante U_{n+p} di ordine $n+p$, sua *p-esima derivata covariante.*

È poi facile verificare che *la derivazione covariante di un covariante, che sia somma o prodotto o quoziente di due covarianti, si esegue con le regole corrispondenti del calcolo ordinario.*

3. — Se per qualunque trasformazione (1) si ha

$$f\left(a_1, U, V, \ldots; \frac{da_1}{du}, \frac{dU}{du}, \frac{dV}{du}, \ldots; \ldots\right) = \\ = f\left(a_1', U', V', \ldots; \frac{da_1'}{du'}, \frac{dU'}{du'} \ldots; \ldots\right) \quad (8)$$

ove U, V, ... sono funzioni arbitrarie e gli altri simboli hanno i significati già spiegati, dirà che la funzione f è un *parametro*

---

(6) Che terrà qui il posto dei noti *simboli di* Christoffel di 2ª specie.

Digitized by Google

differenziale di ordine uguale al massimo ordine delle derivate di U, V, ... che vi compaiono.

Tali sono le funzioni

$$\Delta_1 U = \frac{U_1}{a_1}, \quad \Delta_2 U = \frac{U_2}{a_1^2}$$

che dirò *parametri differenziali primo e secondo di* U.

Se poi ha luogo la (8), ma coi due membri moltiplicati per du e du' risp., dirò che il differenziale fdu *è covariante ad A.*

4. — Essendo $du' = du \cdot \frac{du'}{du}$, du *è controvariante di ordine* 1; ma tali non sono i differenziali successivi d^2u, d^3u, ...

Perciò ad essi sostituirò i seguenti *differenziali controvarianti*

(9) $\quad \delta u = du, \quad \delta^n u = d(\delta^{n-1}u) + S du \delta^{n-1} u \quad (n > 1)$ (7).

tutti di ordine 1, come è facile verificare (per induzione) invocando la (6).

L'interesse di questi differenziali sta in ciò: che se f è una funzione ed f_1, f_2, ... le sue derivate covarianti rispetto ad A, si può scrivere:

$$df = f_1 \delta u, \quad d^2 f = f_2 \delta u^2 + f_1 \delta^2 u, \quad d^3 f = f_3 \delta u^3 + 3 f_2 \delta u \delta^2 u + f_1 \delta^3 u, \ldots$$

(come è facile verificare) col vantaggio che: *in seguito alla* (1), *ciascun addendo della nuova espressione di* $\mathrm{d}^n \mathrm{f}$ *si trasforma nel corrispondente di* $\mathrm{d}^n \mathrm{f}'$, *ove* $\mathrm{f}' = \mathrm{f}[\mathrm{u}(\mathrm{u}')]$.

Ciò non si verificava usando derivate e differenziali ordinarii.

§ 2. — Geometria affine delle curve piane.

5. — Una curva piana Γ sia definita dando le coordinate cartesiane non omogenee x, y di un suo punto generico P in funzione di un parametro u.

---

(7) Analoghi a quelli introdotti dal Fubini per il caso di più variabili (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, t. LIV, p. 5).

Digitized by Google

Preso ad arbitrio un differenziale $A = a_1 du$, costruiamo gli altri

$$B = b_1 du\,, \qquad C = c_1 du \tag{10}$$

con

$$b_1 = \frac{1}{a_1^2}|x_1, x_2|, \qquad c_1 = \frac{1}{a_1^3}|x_2, x_3|, \tag{11}$$

ove le x_r sono derivate covarianti di x_r rispetto ad A e $|x_1, x_2|$, $|x_2, x_3|$ sono determinanti di 2° ordine dei quali non si è scritta la 2ª orizzontale (che si ottiene cambiando x in y).

Si osservi che: B *e* C *sono covarianti ad* A (n° 3) (perchè i loro coefficienti sono covarianti di ordine 1), *e non si alterano se si applica a* Γ *una affinità unimodulare* (cioè se si trasformano le x, y con una sostituzione lineare intera di modulo 1).

E ciò qualunque sia A. Ora assumiamo $A = B$ ossia $a_1 = b_1$, sicchè

$$A = a_1 du \;\text{ con }\; a_1 = \sqrt[3]{|x_1, x_2|} = \sqrt[3]{|x', x''|}, \tag{12}$$

ove x', x'' (e così y', y'') indicano derivate *ordinarie* (8).

In tal modo $A \equiv B$ e (quindi) C sono definiti in modo intrinseco ed invariante (*per affinità unimodulari*, come sarà sempre sottinteso).

Quindi A sarà il differenziale di una funzione λ intrinseca ed invariante che si assume come *arco affine* di Γ (9); e tale sarà pure la funzione

$$j = \frac{C}{A} = \frac{c_1}{a_1} = |x_2, x_3| : |x_1, x_2|^{\frac{5}{3}} \tag{13}$$

che si assume come *curvatura affine* di Γ in P (10). Dirò pure che $1 : j$ è il *raggio di curvatura affine*.

---

(8) La seconda espressione di a_1 si ha osservando che $x_1 = x'$, $x_2 = x'' - Sx'$, per la (7). L'essere *indipendente da* A assicura che non si è fatto un circolo vizioso assumendo $A = B$. È poi da notare che risulta $a_1 \neq 0$ solo quando P non è un punto di flesso di Γ; quindi in ciò che segue supporrò che l'arco di Γ che si considera sia privo di tali punti (e, in particolare, che non sia rettilineo).

(9) Con Blaschke, *Kennzeichnende Eingeschaften der Ellipsoide* (" Ber. Ges. Wiss. zu Leipzig „, B. 69, p. 166, § 1).

(10) Con Blaschke, loc. cit. (9), cfr. (14) più oltre. Supponendo che sia $u = s$ (arco ordinario di Γ), $|x', x''|$ è la curvatura (ordinaria) $1 : \rho$ di Γ, quindi $A = ds : \sqrt[3]{\rho}$ è il significato metrico di A.

Digitized by Google

6. — Da $|x_1, x_2| = a_1^3$ segue, derivando covariantemente rispetto ad A (per cui $a_2 = 0$), $|x_1, x_3| = 0$ ossia $x_3 : x_1 = y_3 : y_1 = k$, il cui valore risulta dalla (13) che può scriversi $|x_2, x_3| = a_1^4 c_1$ e dà $k = -a_1 c_1$, per la (12). Dunque x, y sono due soluzioni dell'equazione differenziale in f

$$f_3 + a_1 c_1 f_1 = 0, \tag{14}$$

che con l'altra $f = \text{cost}$ costituiscono tre soluzioni linearmente indipendenti [11] ossia un sistema fondamentale di soluzioni.

Come Γ determina A e C, a meno di una trasformazione (1) del parametro u, così viceversa: *due differenziali* $\mathrm{A} = \mathrm{a}_1 \mathrm{d}u$ $(\mathrm{a}_1 \neq 0)$ *e* $\mathrm{C} = \mathrm{c}_1 \mathrm{d}u$ *individuano una curva* Γ *a meno di una affinità unimodulare; le coordinate* x, y *di un punto generico* P *di* Γ *costituiscono con* $\mathrm{f} = 1$ *un sistema fondamentale di soluzioni di* (14) *soddisfacenti la condizione iniziale* $|\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2| = \mathrm{a}_1^3$.

Per il suo carattere intrinseco, basta dimostrare il teorema supponendo $u = \lambda$ quindi $a_1 = 1$ ossia

$$|x_1, x_2| = 1; \tag{15}$$

poi, per la (13),

$$c_1 = |x_2, x_3| = j \text{ [12]}. \tag{16}$$

E in tal caso può enunciarsi: *una curva* Γ *è individuata, a meno di un'affinità unimodulare, dalla sua "equazione intrinseca (affine)"* $\mathrm{j} = \mathrm{j}(\lambda)$; *le coordinate di un suo punto generico costituiscono un sistema fondamentale di soluzioni di*

$$\mathrm{f}_3 + \mathrm{j}\mathrm{f}_1 = 0 \tag{14'}$$

soddisfacenti la condizione iniziale (15) (per esempio per $\lambda = 0$).

Sia infatti x, y uno di tali sistemi, sicchè

$$x_3 + j x_1 = 0, \qquad y_3 + j y_1 = 0, \tag{17}$$

[11] Altrimenti Γ sarebbe una retta, contro il supposto. Cfr. [8].

[12] E qui le x_r coincidono con le derivate ordinarie (n° 2). La (16) è l'espressione di j data da Blaschke.

Digitized by Google

con (15) soddisfatta per $\lambda = 0$, e sia Γ la curva corrispondente. Dalle (17) segue $|x_1, x_3| = 0$, quindi (integrando) $|x_1, x_2| =$ costante che varrà 1 per la condizione iniziale; e ciò prova che λ è l'arco affine di Γ. Poi dalle (17) segue la (16), il che prova che j è la curvatura affine di Γ.

Se ora x', y', 1 è un altro sistema fondamentale e Γ' la curva corrispondente, si ha

$$(18) \qquad x' = ax + by + c, \qquad y' = dx + ey + f,$$

quindi Γ' si ottiene da Γ con una affinità; e questa è certo unimodulare, perchè

$$|x_1', x_2'| = |x_1, x_2| \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

deve valere 1 per la condizione iniziale.

7. — I parametri differenziali primi $(x_1 : a_1,\ y_1 : a_1)$ e secondi $(x_2 : a_1^2,\ y_2 : a_1^2)$ di x, y (n° 3) sono le coordinate di due punti T, N non allineati con l'origine O [13], il cui significato è intrinseco ed invariante. Le parallele t, n ad OT e ON condotte da P sono la *tangente* e la *normale affine* di Γ in P [14].

Ogni punto di n ha coordinate del tipo $\left(x + k\frac{x_2}{a_1^2},\ y + k\frac{y_2}{a_1^2}\right)$, ed è intrinseco ed invariante se tale è k. In tal caso dirò che k misura la *distanza affine* del punto da P; in particolare dirò *centro di curvatura affine* il punto C di n per cui tale distanza è uguale al raggio di curvatura $1 : j$.

Variando P su Γ, la n inviluppa l'*evoluta affine* di Γ. È notevole che *essa è il luogo dei centri di curvatura di* Γ. Perchè le derivate prime covarianti $x_1 - \frac{j_1}{j^2}\frac{x_2}{a_1^2} + \frac{1}{j}\frac{x_3}{a_1^2}$, ... delle coordinate di C sono proporzionali a x_2, y_2, come subito si vede invocando la (14) e poi la (13).

---

[13] Non essendo $|x_1, x_3| = 0$. Cfr. [8].

[14] BLASCHKE, loc. cit. TRANSON aveva precedentemente considerata la n con altro nome.

Digitized by Google

8. — Ogni punto M collegato a P (e mobile con P) ha coordinate del tipo $x + X\frac{x_1}{a_1} + Y\frac{x_2}{a_1^2}$, ove X, Y sono coordinate cartesiane di M rispetto a t, n prese come assi (mobili con P) [15]. X, Y saranno funzioni di u intrinseche e invarianti, se tale è la definizione di M.

Supponiamo che Γ sia analitica intorno al punto P ed assumiamo P come origine degli archi λ ed $u = \lambda$ (onde $a_1 = 1$). Allora le coordinate *rispetto agli assi fissi* di un punto M della stessa Γ nell'intorno di P saranno sviluppabili in serie di potenze di λ

$$(20) \qquad x + \frac{x_1}{1!}\lambda + \frac{x_2}{2!}\lambda^2 + \ldots, \qquad y + \frac{y_1}{1!}\lambda + \frac{y_2}{2!}\lambda^2 + \ldots;$$

e poichè dalle (17) si ha

$$x_3 = -jx_1, \qquad x_4 = -j_1x_1 - jx_2, \qquad x_5 = (j^2 - j_2)x_1 - 2j_1x_2,$$

la prima può scriversi $x + Xx_1 + Yx_2$, ove

$$(21) \qquad \begin{cases} X = \lambda - j\frac{\lambda^3}{3!} - j_1\frac{\lambda^4}{4!} + (j^2 - j_2)\frac{\lambda^5}{5!} + \ldots \\ Y = \frac{\lambda^2}{2!} - j\frac{\lambda^4}{4!} - 2j_1\frac{\lambda^5}{5!} + \ldots \end{cases}$$

Le (21) *dànno le coordinate* XY *rispetto agli assi mobili del punto* M *espresse come serie di potenze di* λ.

9. — *Il fascio di coniche aventi un contatto di 3° ordine con* Γ *in* P *ha per equazione*

$$(22) \qquad a(X^2 - 2Y) + bY^2 = 0 \qquad (a, b \text{ cost. arb.}).$$

Perchè le parabole di tal fascio sono $Y^2 = 0$ (degenere) e

$$(23) \qquad X^2 - 2Y = 0;$$

---

[15] Perchè coordinate proiettive non omogenee rispetto al triangolo coi vertici $P(x, y, 1)$, $(x_1 : a_1,\ y_1 : a_1,\ 0)$, $(x_2 : a_1^2,\ y_2 : a_1^2,\ 0)$ (coord. omogenee).

Digitized by Google

perchè, come risulta dalle (21),

$$X^2 - 2Y = -j\frac{\lambda^4}{4} - j_1\frac{\lambda^5}{20} + \dots \tag{24}$$

Dunque: (23) *è la parabola osculatrice di* Γ *in* P.

Ne segue un significato geometrico per la n $(X=0)$: *la normale affine in* P *è il diametro passante per* P *della parabola osculatrice, anzi di ogni conica del fascio* (22).

Essa è anche il luogo dei centri delle coniche del fascio (22) (insieme con la tangente), come subito si vede.

Infine: *la conica osculatrice* (contatto di 4° ordine) *di* Γ *in* P *è la*

$$X^2 + jY^2 - 2Y = 0,$$

quindi è un'ellisse, una parabola, un'iperbole secondo che $j >= < 0$; *essa ha per centro il centro di curvatura affine* C.

Ciò perchè dalla (24) e dalla seconda delle (21) risulta

$$X^2 - 2Y + jY^2 = -j_1\frac{\lambda^5}{20} + \dots$$

Solo nei punti ove $j_1 = 0$ *essa è surosculatrice.*

Tale è dappertutto se j è costante; ma allora coincide con Γ, poichè integrando (14') si riconosce subito che Γ stessa è una conica. Dunque: *le coniche sono le curve di curvatura affine* j *costante* ($j >= < 0$ risp. nell'ellisse, nella parabola, nell'iperbole); *in esse le normali affini sono i diametri.* Perciò possono dirsi *cerchi affini* di raggio $1 : j$.

E si può verificare che il luogo di un punto $(x + hx_2, y + hy_2)$ della normale n a un tal cerchio Γ avente distanza affine h costante dal piede P è un cerchio concentrico che può dirsi *parallelo* a Γ (avendo le stesse normali affini).

10. — *In un intorno di* P *l'equazione di* Γ *in coordinate* X, Y *è*

$$Y = \frac{1}{2}X^2 + \frac{j}{8}X^4 + \frac{j_1}{40}X^5 + \dots \tag{26}$$

Perchè dalle (21) si ha che $X^4 = \lambda^4$, $X^5 = \lambda^5$ a prescindere dai termini in λ^6, λ^7 ...; ed allora la (24) si riduce alla (26).

Digitized by Google

Nota. — Il procedimento seguìto può applicarsi anche per edificare la geometria differenziale *ordinaria*, euclidea o non: perchè in essa i movimenti sono rappresentati da sostituzioni lineari *intere e unimodulari* in coordinate cartesiane non omogenee x, y, o di Weierstrass x, y, z $[z^2 \pm (x^2+y^2)=1]$. In ogni caso basta assumere come differenziale $A=a_1 du$ *l'elemento lineare*, quindi

$$a_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad \text{o} \quad a_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 \pm z_1^2};$$

poi

$$b_1 = \frac{1}{a_1^2} |x_1, x_2| \quad \text{o} \quad b_1 = \frac{1}{a_1^2} |x, x_1, x_2|$$

in $B = b_1 du$; ed allora $\frac{b_1}{a_1}$ è funzione intrinseca e invariante per movimento (*curratura*).

E può anche applicarsi per edificare la geometria differenziale *proiettiva*; ma occorrono ulteriori e più delicate considerazioni [16].

Torino, 15 febbraio 1922.

---

[16] Che esporrò in altro lavoro: ***Nuova trattazione della geometria proiettivo-differenziale delle curve piane.***

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 26 Febbraio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, Luzio, e Stampini Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 12 corr.

L'Accademico Segretario dà comunicazione alla Classe dell'invito, ricevuto in questi giorni dall'Accademia, a partecipare alla celebrazione del settimo centenario della R. Università di Padova, che avrà luogo ne' giorni 14, 15, 16, 17 maggio p. v., con l'invio di uno o più delegati rappresentanti l'Accademia. La Classe osserva che la nomina di tali delegati spetta alle Classi riunite: occorrerà pertanto attendere che vi sia una loro adunanza per deliberare a tal riguardo.

È parimente data lettura di una lettera, con la quale il Presidente del Comitato per la lapide monumentale sotto il Portico del Palazzo della Provincia in onore di S. E. Paolo Boselli si rivolge alla nostra Accademia, perchè mandi la sua

Digitized by Google

adesione ed il suo contributo. La Classe si compiace dell'onore che è fatto al nostro amato e venerato consocio e direttore, ma osserva che non è nelle tradizioni dell'Accademia prendere parte collettivamente a pubbliche e private sottoscrizioni, e però sarà fatto un appello personale ai Soci, mediante un foglio di sottoscrizione, perchè ciascuno possa offrire il proprio contributo personale.

Raccoltasi quindi la Classe in adunanza privata, procede alla elezione della Commissione per il Premio Gautieri riservato alla *filosofia* (triennio 1918-1920), la quale risulta composta dei Soci Faggi, Vidari, Einaudi e De Sanctis.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 5 Marzo 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Ponzio, Sacco, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Presidente e dei Soci Salvadori e Panetti.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente annunzia la morte del Prof. Teodoro Liebisch, nostro Socio corrispondente dal 1898 per la categoria Geologia e Mineralogia, ed avverte che la Presidenza ha già inviato le condoglianze alla Vedova dell'illustre e compianto scienziato.

Comunica l'invito, presentato alla Presidenza, a partecipare alla celebrazione del Settimo Centenario della R. Università di Padova ed a comunicare i nomi dei delegati a rappresentare la R. Accademia. Interpretando i sentimenti dei colleghi, il Presidente dice, che l'Accademia aderisce calorosamente alla solennità centenaria e, considerata l'urgenza di comunicare i nomi dei delegati e per evitare una apposita convocazione dell'Accademia a Classi unite, propone che si affidi la rappresentanza ai Soci, che si propongono di recarsi a Padova in occasione dei festeg-

Digitized by Google

giamenti. La proposta è accettata, e si prende atto che i Soci Senatore Foà, Mattirolo e Somigliana rappresenteranno la Classe.

Comunica pure l'invito mandato dal Gr. Uff. Avv. G. Anselmi, Presidente dell'On. Deputazione Provinciale e del Comitato per le onoranze a S. E. Boselli, a raccogliere somme, onde contribuire alla costituzione del fondo necessario per la lapide monumentale, da murarsi sotto il Portico del Palazzo della Provincia. Il Presidente osserva, che la R. Accademia partecipa colla consueta spontaneità e affettuosamente alle manifestazioni in onore dell'illustre e amato suo antico Presidente, e, poichè essa, per consuetudine, non concorre a sottoscrizioni pubbliche coi fondi della propria dotazione, promuoverà una sottoscrizione fra i Soci, per la quale è già pronta in Segreteria apposita scheda.

Dà quindi lettura della lettera colla quale il Rettore della R. Università di Pisa invita alla inaugurazione della lapide in onore del Prof. Ulisse Dini, che si farà il 12 corr. con un discorso del Prof. Luigi Bianchi in commemorazione dell'illustre e compianto scienziato. Si delibera di delegare la rappresentanza della Classe ai colleghi dell'Università di Pisa, Soci dell'Accademia.

Il Socio Sacco offre in omaggio la sua memoria *Il glacialismo nelle valli Grisanche, Rhêmes e Savaranche* (Valle di Aosta).

Il Socio Mattirolo offre le annate 1ª, 2ª e 3ª (nuova serie) dell'*Annuario di Chimica Scientifica e Industriale*, fondato da I. Guareschi e continuato dal Prof. Felice Garelli, il quale invia pure in omaggio 16 opuscoli (1921) suoi e di diversi suoi allievi.

Il Segretario presenta, come omaggio giunto all'Accademia, la memoria *Frammento medico del secolo VII* pubblicato dall'Istituto Nazionale Medico Farmacologico (Roma, 1921) e illustrato dal Dott. G. Carbonelli. — Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

Digitized by Google

Raccoltasi poscia la Classe in adunanza privata, procedette alla votazione per la nomina di nuovi Soci. Riuscirono eletti, salvo l'approvazione sovrana, a Socio nazionale residente il Prof. Ferruccio Zambonini; a Soci nazionali non residenti i Professori Michele Cantone, Tullio Levi-Civita e G. B. Grassi; ed a Soci stranieri: Ernesto Rutherford, Giorgio Hale, Heike Kamerling-Onnes, Emilio Picard, Arcibaldo Geikie, Alberto Michelson ed Enrico Lorentz.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 12 Marzo 1922

PRESIDENZA DEL COMM. PROF. GAETANO DE SANCTIS
SOCIO ANZIANO

Sono presenti i Soci EINAUDI, BAUDI DI VESME, PATETTA, PRATO, FAGGI, LUZIO, PACCHIONI, e STAMPINI Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci SCHIAPARELLI e CIAN.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del 26 febbraio u. s.

L'Accademico Segretario presenta i seguenti volumi del *Corpus scriptorum latinorum Paravianum*: N. 28. *C. Iulii Caesaris Commentarii De bello Gallico* per cura di Domenico BASSI; N. 29, 30 e 31. *M. Valeri Martialis Epigrammaton libri* per cura di Cesare GIARRATANO; N. 35. *M. Tulli Ciceronis In L. Catilinam orationes* per cura di Sisto COLOMBO; N. 37. *P. Vergili Maronis Georgicon libri quattuor* per cura di R. SABBADINI; N. 38. *Imperatoris Caesaris Augusti Operum fragmenta* per cura di Enrica MALCOVATI; N. 39. *L. Annaei Senecae Hercules furens Troades Phoenissae* per cura di Umberto MORICCA; N. 41. *M. Tulli Ciceronis Cato Maior De Senectute liber* per cura di Atilio BARRIERA.

Digitized by Google

L'Accademico Segretario, compiacendosi con la Ditta Vigliardi-Paravia e col Prof. Carlo Pascal, benemerito direttore della Collezione, per questi nuovi importanti volumi, che di essa accrescono il notevole pregio, si duole soltanto degli altissimi prezzi di vendita che furono stabiliti per i nuovi volumi, sì che, per avere tutta l'opera di Marziale, occorre spendere lire 36.

Si determina che nell'adunanza del giorno 30 aprile p. v. la Classe procederà, secondo le norme degli art. 10 e 14 dello Statuto accademico, alle proposte di nuovi Soci residenti, stranieri e corrispondenti.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Marzo 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Pochettino e Parona Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Presidente e dei Soci Salvadori, Foà e Sacco.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario comunica la lettera colla quale l'Associazione Elettrotecnica Italiana partecipa al Presidente la sua nomina a Vice Presidente del Comitato per le Onoranze a Galileo Ferraris, fissate per i primi del prossimo maggio in occasione del 25° anniversario della morte dell'illustre nostro Socio. Il Presidente si riserva di rispondere e di ringraziare direttamente.

Il Socio Peano presenta, per la stampa negli *Atti*, la sua Nota *Operazioni sulle grandezze*; ed i Soci Somigliana e Panetti la Nota dell'ing. Ottorino Pomini, *Sul calcolo delle Ruote dentate*. La Classe ne approva la stampa.

Digitized by Google

LETTURE

Operazioni sulle grandezze

Nota del Socio nazionale residente G. PEANO

Alcuni trattati di matematica, specialmente applicata, operano direttamente sulle grandezze; moltiplicano metri per metri, ed ottengono metri quadrati, chilogrammi per metri, ed ottengono chilogrammetri, dividono cammino per tempo, ed ottengono velocità; e così facendo arrivano sempre a risultati giusti. Ma i trattati di matematica, specialmente teorica, in generale negano la legittimità di tali operazioni, dicendole inesatte, o assurde, e sostituiscono al calcolo algebrico il ragionamento ordinario, più lungo e meno preciso.

Qui mi progongo di esaminare questa questione, di importanza scientifica, e specialmente didattica.

Farò uso costante di simboli della logica matematica, quali si trovano nel mio *Formulario Mathematico*, ediz. V, anno 1908.

Ogni proposizione simbolica sarà accompagnata dalla sua versione in linguaggio ordinario.

§ 1. — Grandezze.

Q, nel *Formulario*, indica " quantità numerica „, o " numero reale positivo „.

G, in questo lavoro, sta in vece della parola " grandezza „.

1. $$a \in G \,.\, m \in Q \,.\, \supset \,.\, ma \in G.$$

" Se a è una grandezza, ed m è una quantità numerica, allora ma, ovvero $m \times a$, è una grandezza „. Cioè ogni gran-

Digitized by Google

dezza si può moltiplicare per una quantità numerica. Questa moltiplicazione ha le proprietà:

2. $$a \in G \,.\, m, n \in Q \,.\, \supset : 1 \times a = a$$
$$m \times a = a \,.\, \supset \,.\, m = 1$$
$$m\,(na) = (mn)\,a.$$

Di queste sole proprietà 1 e 2 noi faremo uso nel presente lavoro.

Per un più ampio sviluppo, vedasi:

C. Burali-Forti, *Logica matematica*, 2ª ed., a. 1919;

L. Della Casa, *Rapporto di grandezze eterogenee*, "Atti R. Acc. Torino „, a. 1916;

e i trattati scolastici del prof. S. Catania.

Euclide fa uso continuo delle grandezze, senza definirle.

Herone, anno 150, dà la definizione:

Μέγεθός ἐστι τὸ αὐξανόμενον καὶ τεμνόμενον εἰς ἄπειρον,

" grandezza è ciò che si può aumentare (moltiplicare) e dividere senza limite „; cioè grandezza è ciò che si può moltiplicare per una frazione, il che è simile alla Prop. 1.

Bossut, *Cours de Mathématiques*, a. 1790, diede la definizione:

" On appelle grandeur tout être susceptible d'augmentation ou de diminution „. Questa definizione penetrò in tutti i trattati scolastici; fu adottata da Bertrand, i cui trattati, per l'alto valore scientifico e didattico, si diffusero in tutto il mondo, trovando numerosi imitatori.

Alcuni autori moderni criticano quella definizione, come troppo ampia, perchè la bontà, la bellezza, sono suscettibili di aumento e di diminuzione, e non sono grandezze matematiche.

Effettivamente, 1 metro, 2 grammi, il diametro terrestre, sono grandezze, e non si possono nè aumentare, nè diminuire. Quella definizione non conviene ad alcuna grandezza determinata; ma accenna a definire una classe di grandezze.

Qa, prodotto d'una quantità numerica per la grandezza a, indica la classe delle " grandezze omogenee con a „. Non è necessario di introdurre un simbolo o una convenzione nuova, per esprimere questa idea.

Digitized by Google

Usando le abbreviazioni

C = centimetro, G = gramma (1), S = secondo di tempo.

avrò: QC = lunghezze,
QG = masse,
QS = tempi.

Alcuni autori dicono: " due grandezze della stessa specie (o meglio dello stesso genere) diconsi omogenee „. Ma le grandezze geometriche *lunghezze, aree, volumi, angoli,* costituiscono una specie di grandezze, in opposizione alle grandezze meccaniche *tempo, velocità, forza,* che costituiscono una nuova specie differente dalle grandezze fisiche, *temperatura, caloria*, senza che le grandezze di una stessa specie siano omogenee.

§ 2. — Rapporto di grandezze omogenee.

1. $a \in \mathrm{G} \,.\, b \in \mathrm{Q}a \,.\, \supset \,.\, b/a = \imath \mathrm{Q} \cap m \ni (ma = b)$.

" Essendo a una grandezza, e b una grandezza omogenea con a, allora b/a indica quella quantità numerica, per cui moltiplicando a si ha b „ (2).

b/a si legge " b diviso a „, ovvero " quoziente o quoto di b per a „, o " ragione, λόγος, di b ad a „, o " rapporto di b ad a „, o " misura di b rispetto ad a „, o " numero che misura b, essendo a l'unità di misura „.

Questa nomenclatura sovrabbondante proviene dalla sovrapposizione delle nomenclature usate in vari tempi, ed in libri di diversa origine, matematica classica, ragioneria, ingegneria, ecc. È una illusione cercar di definire una di queste parole mediante un sinonimo; " chiamasi rapporto il quoziente „, o " quoziente

(1) Scrivo *gramma*, e non *grammo*, perchè questa parola viene dal francese *gramme*, che deriva dal greco γράμμα γράμματος, che aveva, fra gli altri, il significato di linea tracciata sull'asta della stadera, o piccolo pes o Quindi la dobbiamo terminare come in *problema, lemma*, ecc. Viceversa, secondo l'etimologia, dobbiamo scrivere *parallelogrammo*.

(2) $\imath$ indica l'operazione inversa della *iota* del " Formulario „.

Digitized by Google

è il rapporto „ " chiamasi rapporto la misura „ sono definizioni rotatorie, *circulus in definiendo*, frequenti nei nostri trattati. La proposizione, che trovasi in alcuni libri: " Si chiama rapporto di due grandezze omogenee il quoziente dei numeri che le misurano rispetto ad una stessa unità „ significa:

$$b/a = (b/u)/(a/u),$$

essendo u l'unità di misura. Essa esprime il segno / del primo membro mediante lo stesso segno / ripetuto tre volte; e precisamente in b/u e a/u questo segno / ha lo stesso valore che nel primo membro. Inoltre questa eguaglianza non è omogenea: a/b deve essere definito mediante le sole a e b, ed essendoci nel secondo membro ancora la lettera u, bisogna dimostrare che il valore non dipende da u. Questa proposizione si può dare come un'identità.

Nella frase " misura di a, essendo b l'unità di misura „ non si possono separare le due parti. Non si può parlare della " misura di a „, come non ha senso " il valore della frazione il cui numeratore è a „. E non ha senso assoluto " l'unità di misura „; ogni lunghezza si può assumere come unità di misura delle lunghezze; e si sono assunte il dito, il piede, il passo, il miglio, la giornata di cammino, il centimetro, l'anno-luce, ecc. Sono parimenti vacui i numerosi sinonimi " valore d'una grandezza è la sua misura „, " lunghezza d'un segmento è la sua misura „. Dire che " la lunghezza di questa parete è 5 „ significa nulla, se non si aggiunge metri o passi o altra lunghezza. Nessuno dirà che l'area di questa camera è 20, come insegnasi nelle nostre scuole.

Un teorema come " il valore d'un arco di cerchio è eguale a quello dell'angolo al centro „ è incompleto, perchè mancano i denominatori. È vero che l'A. li ha indicati poco prima; ciò prova che il teorema non è completo senza le ipotesi che lo precedono.

Questi circoli viziosi nelle definizioni, e queste frasi incomplete non si possono incontrare in Euclide, ove $a\,b$ è costantemente chiamato " ragione, λόγος, di a e b „.

La soppressione dei denominatori, o unità di misura, e la confusione che ne risulta fra grandezze e numeri, trovasi già

Digitized by Google

in Legendre, ed è molto diffusa nei libri scolastici. Non si incontra nei libri informati al metodo euclideo, nei trattati di matematica pratica, anche elementarissimi, ed in pochi trattati scolastici.

Le proposizioni:

2. $a \in \mathrm{G} \,.\, b \in \mathrm{Q}a \,.\, \supset \,.\, a + b = (1 + b/a)\, a.$

3. $\quad$ „ $\quad$ „ $\quad .\supset : a > b \,.=.\, a/b > 1$

esprimono la somma di due grandezze omogenee, e la relazione $>$ mediante il rapporto. Sono definizioni possibili.

§ 3. — **Proporzionalità.**

In alcuni trattati scolastici sta scritto:

" Due grandezze diconsi proporzionali, quando ... „.

E qualunque cosa si dica dopo il *quando*, la frase " un metro è proporzionale ad una lira „ non ha senso.

Altri dicono:

" Due grandezze variabili diconsi proporzionali, quando ... „.

Esempi, un metro, un gramma, sono grandezze non variabili, e nessuna grandezza (determinata) è variabile. Alcuni per grandezza variabile intendono " classe di grandezze „, quindi grandezza variabile, o classe di grandezze non è una grandezza. La definizione così modificata diventa:

" Due classi di grandezze diconsi proporzionali, quando ... „, e non ha senso dire che la classe delle lunghezze sia proporzionale alla classe dei pesi. Infine altri dicono:

" Una corrispondenza fra due classi di grandezze dicesi proporzionalità, quando ... „.

Nelle proposizioni precedenti si usa la parola " grandezza „ con tre significati, il proprio in " un metro è una grandezza „, quello di classe in " grandezza variabile „, e quello di corrispondenza in " variabili dipendenti „. La critica facile si ottiene usando sempre la parola nel senso proprio.

In vece di corrispondenza, si dice anche " relazione „, od " operazione „; il termine tecnico è " funzione „. Questa idea appartiene alla logica generale.

Digitized by Google

Aristotele ha classificato tutte le idee in dieci categorie. La quarta è $\pi\rho\acute{o}\varsigma\ \tau\iota$ = " ad aliquid relatum „; ed egli cita come esempi " doppio, metà, maggiore „, che esprimono delle funzioni. Altri esempi di relazione o funzione sono " amico di „, " successore di „.

Le frasi " lunghezza del meridiano terrestre „, " area della superficie terrestre „, " velocità del suono „, esprimono grandezze; invece le parti " lunghezza di „, " area di „, " velocità di „, esprimono funzioni; come " doppio, metà „, e le parole " lunghezze, aree, velocità „ esprimono classi di grandezze.

Dalle dieci categorie di Aristotele derivano le dieci parti del discorso secondo i grammatici; ma la distinzione fra classe e funzione, che si trova in Aristotele, non si incontra più nei grammatici; non vi corrisponde quella dei nomi in sostantivi e aggettivi.

Sono funzioni " log, sin „, come pure " $x^2|x$ „, cioè " x^2 in cui varia x „, o " quadrato di „. Anche " limite, derivata, integrale „ esprimono funzioni. Ma siccome molti chiamano funzioni $\sin x$, $\log x$, x^2, ecc., così alcuni autori moderni indicano questi enti col nome di operatori.

La proporzionalità si può definire in simboli così:

$$a \in \mathrm{G} \,.\, f \in \mathrm{GF}(\mathrm{Q}a) \,.\, \mathrm{O} \,.\, \therefore$$

·1 $\quad f \in \text{proporzionalità} \,.=: x \in \mathrm{Q} \,.\, \mathrm{O}_x \,.\, f(xa) = x\,fa$

·2 $\quad$ „ $\quad b \in \mathrm{Q}a \,.\, \mathrm{O}_b \,.\, (fb)\,|\,(fa) = b\,|\,a$

·3 $\quad$ „ $\quad b, c \in \mathrm{Q}a \,.\, \mathrm{O}_{b,c} \,.\, f(b + c) = fb + fc.$

1. Se a è una grandezza, ed f è una grandezza funzione delle grandezze omogenee con a, o corrispondenza fra le grandezze omogenee con a ed altre grandezze, allora, dire che f è una proporzionalità, significa dire che, comunque si prenda la quantità numerica x, l'operatore f si può commutare col fattore x.

2. Ovvero, ponendo b al posto di xa, e dividendo per fa, se essendo b una grandezza omogenea con a, fb sta ad fa come b sta ad a.

3. Ovvero, se la f è funzione distributiva, come la moltiplicazione.

Vedasi lo sviluppo nel citato lavoro di Della Casa.

Digitized by Google

§ 4. — Rapporto di grandezze eterogenee.

1. $a, b \in G \,.\, \supset \,.\, b/a = [(x/a)\, b \,|\, x, Q a]$ Def.

" Essendo a e b due grandezze (eterogenee), con b/a si intende l'operazione che eseguita su una grandezza qualunque x, omogenea con a, dà per risultato $(x/a)\, b$; cioè b/a rappresenta l'operazione di dividere per a una grandezza omogenea ad essa, e di moltiplicare questa quantità numerica per la grandezza b; le quali operazioni furono considerate in § 2 e § 1.

Operazioni simili già si incontrano in aritmetica ed algebra. Così $+2$ e -2 indicano le operazioni che eseguite sopra un numero x dànno per risultato $x+2$ ed $x-2$; esse si chiamano numeri positivi e negativi, ma non sono numeri nel significato Euclideo. Parimenti $\times 2$ e $:5$ significano moltiplicare per 2 e dividere per 5; e la loro operazione composta $\times 2 : 5$ dicesi frazione o numero razionale.

Ad esempio, se una persona ha percorso 10 chilometri in 2 ore, la sua velocità è (10 km) (2 h) = 5 km/h; ed in 3 ore avrà percorso, colla stessa velocità, (5 km)/h × 3 h = 15 km. E se una persona ha percorso 15 km colla velocità 5 km/h, vi avrà impiegato il tempo = spazio/velocità = 15 km/(5 km/h) = 3 h. Tutto ciò si ottiene con procedimento meccanico, senza pericolo di errori, quantunque molti libri scolastici dichiarino errate queste formule. Il prof. Bouasse, che ha il coraggio delle proprie opinioni, nel suo *Cours de Physique*, tome III, p. 388, dice " que le quotient d'une longueur par une vitesse est une pure absurdité „.

Altro esempio. Se una persona ha pagato 10 lire per 2 chilogrammi di una merce, il prezzo di questa è (10 L) (2 kg) = 5 L/kg; e per avere 3 chilogrammi allo stesso prezzo, dovrà pagare (5 L)/kg × 3 kg = 15 L. E se una persona ha speso 15 L pagando quella merce 5 L/kg, avrà comperato 15 L (5 L/kg) = 3 kg di quella merce.

b/a è la proporzionalità, per cui ad a corrisponde b; sicchè " rapporto di grandezze eterogenee „ e " proporzionalità „ esprimono la stessa cosa, e l'uno può sostituire l'altra.

Digitized by Google

§ 5. — Alcuni prodotti di grandezze.

Siano $a, b, c, a', b', \ldots$ delle lunghezze. Porremo

1. $a \times b =$ area del rettangolo di lati a e b.

Risulta dalla figura:

2. $a \times b = b \times a.$
3. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c.$

L'operazione fra lunghezze indicata col segno $\times$, e che leggiamo prodotto, è commutativa ed associativa; e ciò giustifica il nome di prodotto a questa operazione geometrica, anzi ci obbliga a indicarlo col segno $\times$, onde ubbidire al principio didattico della permanenza delle leggi formali.

Dalle proprietà 2 e 3 risulta, come si è visto nel § 3, senza più ricorrere alla geometria, che, essendo m, n delle quantità numeriche:

4. $(ma) \times (nb) = mn\,(a \times b)$

o sotto altra forma:

5. $(a' \times b') : (a \times b) = (a' : a) \times (b' : b).$

Esempio. Un rettangolo di lati 3 metri e 5 metri ha per area (3 metri) $\times$ (5 metri) = 15 (metri)^2; come sta scritto in tutti i libri di matematica pratica, ma in rarissimi di matematica scolastica.

La definizione 1 contiene la parola *area*. L'idea di area si è presentata dapprima nell'agricoltura. L'area d'un campo si misurava in giorni di aratura.

Secondo l'*Odissea*, XI, verso 577, il gigante Tityo " Sul terren distendevasi e ingombrava Quanto in dì nove ara di tauri un giogo „; *ὃ δ' ἐπ' ἐννέα κεῖτο πέλεθρα*. Ciò che i Greci dissero *πέλεθρον*, o *πλέθρον*, i Romani chiamavano *jugero*, cioè l'area arabile in una giornata. Varrone (morto nel-

Digitized by Google

l'anno —27), *De re rustica*, I, 18: " Iugerum vocant, quod iuncti boves uno die exarare possint „. Questa unità di misura delle aree trovasi pure colle parole *giornata, arpent, acre, Joch,* presso i popoli moderni. Herone descrive pure la misura delle aree in *λίτρα*, o litri di grano necessario per la seminatura. E dal latino *modio* venne l'italiano *moggio*, che prima del sistema metrico, ora era un volume per gli aridi, ora la superficie di un campo. Cioè presso i popoli antichi, l'area si misurava o in tempo, o in litri di grano.

Euclide, libro II, dà la def. 1 molto simile alla nostra 1. In vece di $a \times b$ dice " rettangolo compreso fra a e b „, che Heiberg, Lipsiae, 1888, traduce in $a \times b$. La prop. 1 del libro II di Euclide coincide colla nostra 3; e le nostre 4 e 5 sono le versioni della prop. 23 del libro VI di Euclide. In Euclide non c'è una parola equivalente alla nostra *area*; egli usa le parole *ἐφαρμόζοντα* ed *ἴσα*, per dire che due figure sono congruenti, o eguali in grandezza.

Herone, la cui *Geometrica* è un trattato di geometria pratica, contenente le tavole delle misure greche e romane, colle loro riduzioni, in 14, 1, *πολυπλασίασον τὸ πλάτος ἐπὶ τὸ μῆκος*, moltiplica larghezza per lunghezza; usa la parola *ἐμβαδόν* per *area*; il suo linguaggio si avvicina al moderno.

Tartaglia, *General trattato di numeri e misure*, la cui edizione postuma è del 1592, dice:

" Quando che il numero delle misure d'una linea sarà dutto nel numero delle misure di un'altra linea, il suo produtto non sarà numero di quella medesima specie, cioè non sarà numero di misure lineali, anzi di misure superficiali „. Qui per " numero delle misure d'una linea „ si deve intendere un'espressione come " 5 metri „; perchè moltiplicando due numeri astratti si ha un numero astratto.

Vieta, morto nel 1603, nel libro *In artem analyticam isagoge*, capitolo 3, dà le regole per la moltiplicazione di grandezze:

" Si magnitudo in magnitudinem dicitur, quæ fit huic et illi heterogenea est „. E siccome già al suo tempo ci dovevano essere delle confusioni fra grandezze e numeri, aggiunge: " Quibus non attendisse, causa fuit multæ caliginis et cæcutiei veterum Analystarum „.

Digitized by Google

La confusione fra grandezze e numeri si trova in Legendre (a. 1752-1833), l'autorità del cui nome la diffuse in quasi tutti i libri scolastici.

LEGENDRE, in *Géométrie*, livre III, dice:

" J'appellerai figures équivalentes celles dont les surfaces sont égales „.

Ciò è un'inutile duplicazione di nomenclatura; ogni definizione utile sostituisce una espressione breve ad una più lunga: qui invece le due frasi " la figura a è equivalente alla b „ e " l'area di a è eguale a quella di b „ sono egualmente lunghe. Egli enuncia il teorema:

" L'aire d'un parallélogramme quelconque est égale au produit de sa base par sa hauteur „, ma in nota aggiunge: " Le produit des lignes A et B n'est autre chose que le nombre d'unités linéaires contenues dans A, multiplié par le nombre d'unités contenues dans B „; cioè $A \times B$ è un numero che dipende dalle lunghezze A e B e da una terza lunghezza che non è scritta.

Alcuni libri scolastici enunciano la regola 5 sotto la forma " l'area del rettangolo di lati a e b, misurata in metri quadrati, vale il prodotto dei lati misurati in metri „. L'enunciato è completo; ma suggerisce l'idea che il metro sia un elemento essenziale nella proposizione.

Vedasi un mio articolo: *Area de rectangulo*, in " Rassegna di Matematica „, Roma, 1921.

Dell'area si può dare una definizione per astrazione. Limitandosi ai poligoni piani a e b,

Area di a = Area di b . = . a e b si possono scomporre in parti sovrapponibili.

Con una definizione per astrazione, non si pone " area = espressione composta con idee precedentemente note „, ma si definisce solo l'eguaglianza di due aree mediante idee note.

Pieri, Russell ed il prof. Burali trasformarono le definizioni per astrazione in definizioni nominali. Nel nostro caso si potrebbe dire:

Area del poligono a = insieme di tutti i poligoni che si possono scomporre in parti sovrapponibili alle parti di a.

Una definizione reale si può dare identificando l'area o coi giorni di aratura, o coi litri di grano di semente.

Digitized by Google

Le stesse cose si possono ripetere sui volumi:

6. $a \times b \times c =$ volume del parallelepipedo rettangolo di lati a, b, c.

Si verifica che permangono le proprietà formali della moltiplicazione, che costituiscono i teoremi del libro XI di Euclide. La prima unità di misura di volume o di capacità fu l'anfora, *ἀμφορεύς*, ed altri recipienti comodi pel vino, per l'olio, pel frumento. Herone misura i volumi in *στερεὸς πούς*, piedi cubici (libro IV, prop. 8).

Altri prodotti di grandezze si presentano in meccanica, in fisica, ecc.

L'uso di indicarli col segno di moltiplicazione aritmetica si diffuse col sistema C. G. S. del 1875.

Un precursore di questo sistema e di queste notazioni fu il nostro Giusto Bellavitis (1803-1880), che oltre tanti lavori di matematica, pubblicò il *Metodo delle equipollenze*, che perfezionato diventò l'attuale calcolo dei vettori; pubblicò articoli sulla logica matematica, i *Pensieri sopra una lingua universale* (" Memorie Istituto Veneto „, 13, VII, 1862); e si occupò pure della presente questione.

Bellavitis, in *Sulle unità delle varie quantità fisiche*, " Atti Istituto Veneto „, 20, VII, 1851, stampato nel volume del 1855-56, pag. 107, dice:

" L'unità di velocità deve segnarsi m : 1″ „; nel sistema C. G. S. è C/S.

" L'unità di turbamento (o accelerazione) sarà espressa da m : 1″1″ „; nel sistema C. G. S. è C/S^2.

" L'unità di peso è 9,805 [1m : 1″1″] „; egli misura le masse in 1 = litri di acqua; nel sistema C. G. S. è 981 CG/S^2. E così via.

E nell'articolo *Considerazioni sulla matematica pura*, " Memorie Istituto Veneto „, 26 maggio 1867, tomo 14, dice:

" Nelle vecchie aritmetiche si solevano accumulare le regole del tre, del cinque, semplici, composte, dirette, inverse, di società, di lega, ecc.; imbarazzo inutile, perchè colle semplicissime regole riguardanti la moltiplica e la divisione delle frazioni, si può sempre scrivere e calcolare la formula che serve alla risoluzione di ciascheduna questione „.

Digitized by Google

Egli si propone il problema:

" In quante ore 8 lavoratori potranno selciare una piazza rettangolare lunga 20 metri e larga 7, se 6 lavoratori in 4 giornate selciarono una piazza lunga 25 piedi e larga 15, sapendosi che 3 metri equivalgono a 10 piedi, e che una giornata è di 9 ore di lavoro? ".

E vi risponde colla formula:

$$\frac{20 \text{ metri} \times 7 \text{ metri} \times 10 \text{ piedi} \times 10 \text{ piedi} \times 6 \text{ lavoratori} \times 4 \text{ giornate}}{8 \text{ lavoratori} \times 3 \text{ metri} \times 3 \text{ metri} \times 25 \text{ piedi} \times 15 \text{ piedi}} \times \frac{9 \text{ ore}}{4 \text{ giornate}}$$
$$= 112 \text{ ore}.$$

Quindi, operando coi prodotti di grandezze si trova rapidamente il risultato esatto. Ma è desiderabile il darne una definizione.

§ 6. — Prodotto di grandezze in generale.

Non darò una definizione nominale del prodotto di grandezze, ma solo una definizione per astrazione, cioè definirò la eguaglianza di due prodotti della forma:

$$a_1^{p_1} \times a_2^{p_2} \times \ldots \times a_m^{p_m} = a_{m+1}^{p_{m+1}} \times \ldots \times a_{m+n}^{p_{m+n}},$$

ove $a_1, a_2, \ldots a_m, a_{m+1}, \ldots a_{m+n}$ sono grandezze qualunque, e gli esponenti $p_1, \ldots p_{m+n}$ sono dei numeri reali positivi o negativi.

A questo scopo prendo un sistema u unitario, o di unità di misura. Cioè, se fra le grandezze a sonvi delle lunghezze, dei tempi, dei valori, delle quantità di merce, ecc., formo il sistema unitario col centimetro, secondo, lira, il chilogramma di quella merce, ecc. Questo sistema unitario u deve essere formato di grandezze a due a due eterogenee; ed ogni grandezza del sistema a deve avere la corrispondente omogenea in u. Allora diremo che quei due prodotti di grandezze sono eguali, quando sostituendo ad ogni grandezza a il suo rapporto alla corrispondente unità di misura, sussiste l'eguaglianza fra i numeri; e ciò avvenga comunque si prenda il sistema unitario u.

Fra le grandezze a che si moltiplicano, possonvi essere delle quantità numeriche, cioè dei Q; anche se ciò si escludesse in principio, questi fattori numerici potrebbero comparire svi-

Digitized by Google

luppando i calcoli. Per ciò conveniamo che le quantità numeriche siano da annoverarsi fra le grandezze:

$$Q \supset G.$$

Così fanno molti autori. Euclide, libro V, definisce la ragione di due grandezze; poi nel libro VII parla della ragione di due numeri, senza ulteriormente definirla; dunque ritiene che i numeri siano grandezze.

Il sistema unitario u di grandezze non conterrà quantità numeriche.

Ridurrò in simboli di logica matematica questa definizione.

1. $a \in \text{Cls}' G . \supset . \therefore u \in \text{Unitario di } a . =: u \in \text{Cls}' (G \sim Q)$
$: x, y \in u . x \sim = y . \supset_{x,y} . x \sim \in Q y$
$: z \in a \sim Q . \supset_z . \exists u \cap x \ni (z \in Q x).$

" Sia a una classe, o un insieme di grandezze. Allora diremo che u è un sistema unitario di a, quando: u è una classe di grandezze non numeriche.

" Prese in u due grandezze x ed y, differenti fra loro, esse non sono omogenee.

" E ad ogni grandezza z del sistema a, la quale però non sia una quantità numerica, corrisponde una grandezza x del sistema unitario u, tale che z sia omogenea con x ".

2. $q \in \text{Cls}' G . u \in \text{Unitario di } a . \supset :$
$z \in a \sim Q . \supset . (\text{corrispondente in } u \text{ di } z) = \iota u \cap x \ni (z \in Q x) :$
$z \in Q . \supset . \quad " \quad = 1.$

" Essendo ancora a un gruppo di grandezze, ed u un sistema di unità del gruppo a, allora, se z è una grandezza non numerica del gruppo a, per corrispondente in u di z si intende quella grandezza della classe u, che è omogenea a z. Se z è una quantità numerica, per corrispondente assumo il numero 1 ".

3. $m, n \in N_1 . a \in G \text{ F } 1 \cdots (m+n) . p \in q \text{ F } 1 \cdots (m+n) . \supset . \therefore$
$\Pi [a_r{}^{p_r} | r, 1 \cdots m] = \Pi [a_r{}^{p_r} | r, (m+1) \cdots (m+n)] . =:$
$u \in \text{Unitario di } a \text{ ' } 1 \cdots (m+n) . \supset u .$
$\Pi \{ [a_r / (\text{corrispondente in } u \text{ di } a_r)]^{p_r} | r, 1 \cdots m \}$
$= \Pi \{ \quad " \quad " \quad | r, (m+1) \cdots (m+n) \}.$

Digitized by Google

Siano m ed n dei numeri naturali; e siano $a_1, a_2, \ldots a_m, a_{m+1}, \ldots a_{m+n}$ delle grandezze, e $p_1, \ldots p_{m+n}$ dei numeri reali. Allora diremo che il prodotto degli a cogli indici da 1 ad m, coi rispettivi esponenti p vale il prodotto degli a con indici da $m+1$ ad $m+n$, coi rispettivi esponenti, quando, comunque si scelga un sistema unitario u relativo al gruppo delle grandezze a, il cui indice varii da 1 ad $m+n$, e si sostituisce ad ogni grandezza a il suo rapporto al corrispondente u, lasciando invariati i fattori numerici, l'eguaglianza continua a sussistere.

Permangono le proprietà formali della moltiplicazione:

4. $a, b, c \in \mathrm{G} \,.\, p, q \in \mathrm{q} \,.\, \supset \,.\, ab = ba \,.\, a(bc) = (ab)c = abc \,.$
$a^{p+q} = a^p \times a^q \,.\, a^0 = 1 \,.\, a/b = ab^{-1}.$

La prima risulta dalla definizione 3. La proprietà associativa si assume per definizione del prodotto di prodotti. L'ultima è una convenzione.

Se un lettore ha seguìto fin qui questa serie di definizioni, forse esclamò: " ciò è quanto tutti dicono „. Ed effettivamente tutti, favorevoli e contrarii al calcolo sulle grandezze, intendono ciò che qui sta scritto. Ma spesso la frase suona l'opposto; e le loro affermazioni non sono espresse in simboli di logica matematica.

Esempio. Herone, nella *Geometrica*, libro 12, Prop. 1, dà la celebre formula, per cui detti a, b, c i lati d'un triangolo, ed h l'altezza corrispondente al primo lato, si ha:

$$a^2h^2 = (a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a).$$

Non c'è in geometria elementare un ente che sia la quarta potenza d'una lunghezza. Questa formula va interpretata, come fanno tutti, nel senso che dividendo tutte le lunghezze per una stessa lunghezza, che possiamo chiamare unità di misura, l'eguaglianza sussiste. Quell'eguaglianza è una relazione fra quattro segmenti, e non fra quattro numeri, quantunque si possa trasformare in relazione fra numeri.

Altro esempio dal Bellavitis:

3 operai × 5 giorni = 5 operai × 3 giorni = 15 operai × giorno.

Digitized by Google

5. $\text{Hyp P3} \,.\, \Pi[a_r^{p_r} | r, 1^{\cdots}m] = \Pi[a_r^{p_r} | r, (m+1)^{\cdots}(m+n)] \,.$
$v \in \mathrm{G} \sim \mathrm{Q} \,.\, \mathfrak{O} \,.$
$\Sigma[p_r | r, 1^{\cdots}m \cap r \ni (a_r \in \mathrm{Q}v)] = \Sigma[p_r | r, (m+1)^{\cdots}(m+n) \cap$
$r \ni (a_r \in \mathrm{Q}v)].$

" Conservando le lettere m, n, a, p il significato detto nelle ipotesi della Prop. 3, se i due prodotti di grandezze sono eguali, allora, comunque si prenda una grandezza non numerica v, la somma degli esponenti dei fattori nel primo prodotto, i quali sono omogenei con v, eguaglia la somma corrispondente nel secondo prodotto. Infatti, un sistema unitario u per le a si può immaginare composto di v, e di altre grandezze; un altro sistema unitario u' si può immaginare composto di kv, ove k è una quantità numerica, e delle altre grandezze invariate. Sostituendo il primo al secondo sistema, i due membri vengono moltiplicati per k elevato alla somma degli esponenti dei fattori omogenei con v, nei due membri; e dovendo essi risultare eguali, debbono essere eguali le somme di questi esponenti ".

6. $a_0, b_0, c_0 \in \mathrm{G} \,.\, f \in \mathrm{G\,F}(\mathrm{Q}a_0 \,;\, \mathrm{Q}b_0 \,;\, \mathrm{Q}c_0) \,.\, m, n, p \in \mathrm{q} :$
$x, y, z \in \mathrm{Q} \,.\, \mathfrak{O}_{x,y,z} \,.\, f(xa_0, yb_0, zc_0) = x^m y^n z^p f(a_0, b_0, c_0) :$
$a \in \mathrm{Q}a_0 \,.\, b \in \mathrm{Q}b_0 \,.\, c \in \mathrm{Q}c_0 : \mathfrak{O} \,.\, f(a, b, c) = \frac{f(a_0, b_0, c_0)}{a_0^m b_0^n c_0^p} a^m b^n c^p.$

" Siano a_0, b_0, c_0 delle grandezze; e sia f una grandezza funzione di tre grandezze, la prima omogenea con a_0, la seconda con b_0, la terza con c_0. Non conviene pensare ad una funzione analitica; la funzione è in generale espressa col linguaggio comune. Siano poi m, n, p dei numeri reali, positivi o negativi.

" Supponiamo che moltiplicando a_0, b_0, c_0 per tre quantità numeriche x, y, z, la funzione venga moltiplicata per $x^m y^n z^p$. Allora la funzione f si dice omogenea di grado m in a_0, di grado n in b_0, e di grado p in c_0.

" In tal caso, essendo a, b, c tre grandezze qualunque, omogenee rispettivamente ad a_0, b_0, c_0, si ha che il valore della funzione $f(a, b, c)$ vale il coefficiente $\frac{f(a_0, b_0, c_0)}{a_0^m b_0^n c_0^p}$, costante rispetto a, b, c, moltiplicato pel prodotto $a^m b^n c^p$ ".

Basta nell'ipotesi porre $x = a/a_0$, $y = b/b_0$, $z = c/c_0$, e ordinare diversamente i fattori.

Digitized by Google

Se la nuova grandezza $f(a, b, c)$ è eterogenea rispetto alle a, b, c, alcune volte si conviene di porre $= 1$ il coefficiente, e si avrà:

$$f(a, b, c) = a^m b^n c^p;$$

cioè si identifica questo prodotto $a^m b^n c^p$, finora definito solo per astrazione, con una grandezza naturale.

L'area del rettangolo di lati a e b è proporzionale ai due lati; quindi sarà eguale ad un fattore costante per $a \times b$. Questo fattore costante in geometria è detto " quadrato di lato 1 „. Quindi, senza alcuna convenzione, si ha:

Rettangolo di lati a e b = (quadrato di lato 1) $\times$ $(a \times b)$.

L'espressione " quadrato di lato 1 „ non indica un quadrato, perchè il lato d'un quadrato è una lunghezza, e non il numero astratto 1. Se per lato prendo C = centimetro, e scrivo (come alcuni fanno) Cq per " quadrato di lato il centimetro „, avrò:

$$\text{Quadrato di lato } 1 = (\text{Cq})/\text{C}^2$$

" il quadrato di lato 1 è l'operatore che fa corrispondere il quadrato di lato un centimetro alla seconda potenza del centimetro „.

Le aree costituiscono una classe di grandezze indipendenti dalle lunghezze. Da Herone in poi si fa la convenzione:

$$\text{Quadrato di lato } 1 = 1,$$

cioè si identifica $\text{Cq} = \text{C}^2$; o in altre parole, si fa la convenzione § 5, Prop. 1:

$$\text{Rettangolo di lati } a \text{ e } b = a \times b.$$

Parimenti, senza alcuna convenzione, si ha:

$$\text{Parallelepipedo ortogonale di lati } a, b, c = (\text{cubo di lato } 1) \times a \times b \times c;$$

e si suol fare generalmente:

$$\text{Cubo di lato } 1 = 1.$$

Si potrebbe fare una convenzione diversa, ponendo p. es.:

$$\text{Cerchio di raggio } 1 = 1.$$

Digitized by Google

Gli angoli piani si sogliono misurare col *retto*, col grado sessagesimale = retto/90, col *centesimale* = retto/100, col *mill* = retto/16000; e infine col *radiante*, o angolo chiuso dall'arco eguale al raggio, = retto $\times (2/\pi)$. Questo nome fu proposto dalla " Physical Society of London „, nel 1875; il relatore Everett, pag. 12, dice: " It is proposed to give the name *radian* to the angle whose arc is equal to radius „; e sotto la forma *radian* dagli autori inglesi, e *radiante* dagli italiani, questo nome irradia molta chiarezza nelle formule con angoli. Però alcuni autori oscurano il concetto, chiamando radiante l'arco-raggio.

In geometria ed in fisica si fa spesso

$$\text{radiante} = 1,$$

e si identificano gli angoli ai numeri astratti. Però questa convenzione è meno frequente delle precedenti; ed è più pericolosa. Vedasi E. Viglezio, *Calcolo del Radiante*, " Rassegna di Matematica „, Roma, 1921.

Maxwell, nel suo trattato di Elettricità, anno 1873, si occupò del calcolo sulle grandezze. La " Physical Society of London „ pubblicò i lavori del " Committee for the Selection and Nomenclature of Dynamical and Electrical Units „ nel 1875; la relazione del segretario Everett ha per titolo *Units and Physical Constants*; la seconda edizione è del 1879. Le notazioni e convenzioni ivi proposte furono adottate in tutti i libri di meccanica e di fisica; quantunque alcuni temano di scrivere CGS^{-2}, ma scrivano $[C, G, S^{-2}]$.

Richiamerò le prime convenzioni:

$$\text{Velocità} = \text{spazio/tempo} = \text{quantità di C/quantità di S} = \text{quantità di C/S}.$$

Esempio: Velocità della luce $= 3 \times 10^{10}$ C/S.

$$\text{Accelerazione} = \text{quantità di } CS^{-2}.$$

Esempio: gravità $= 981\ CS^{-2}$.

$$\text{Densità} = \text{massa/volume} = \text{quantità di } GC^{-3}.$$

Esempio: densità dell'acqua $= GC^{-3}$.

Alcuni dicono di fare: densità dell'acqua = 1. Così facendo, si trova $G = C^3$, e queste unità non sono più fondamentali amendue.

Digitized by Google

Forza $\doteq$ massa $\times$ accelerazione $=$ quantità di CGS^{-2}.
Dyne (dal greco $\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\iota\varsigma$) $= CGS^{-2}$.

Esempio: Due masse m ed m', alla distanza r si attirano colla forza $= [6{\cdot}48 \times 10^{-8} \times C^3G^{-1}S^{-2}]\, m\, m'/r^2$.

Se si conviene di fare il coefficiente entro [ ], eguale ad 1, si ottiene un'altra relazione fra le grandezze C, G, S; essa si può scrivere, in tale ipotesi:

$$C^3S^{-2} = 1{\cdot}543 \times 10^7 G.$$

E se qui si suppone ancora: densità dell'acqua $= 1$, cioè $G = C^3$, si ricava il secondo di tempo come un numero astratto. Ciò significa che colle sole idee di " attrazione universale „, e " densità dell'acqua „, posso definire un tempo assoluto (*).

Per esempio, la durata di rivoluzione d'un satellite, o punto materiale, descrivente un'orbita circolare attorno al pianeta, formato d'una sfera d'acqua, che si estende fino alle vicinanze del satellite (o da una sfera concentrica avente la stessa massa), è 12000 secondi.

Per le altre grandezze meccaniche vedasi pag. 162 di C. Burali-Forti e T. Boggio, *Meccanica razionale*, Torino, 1921.

È bene qui richiamare i saggi consigli di Everett, ivi, p. 8, il quale, dopo aver scritto formule come

$$\frac{\text{yard}}{(\text{minute})^2} = \frac{1}{1200} \cdot \frac{\text{foot}}{(\text{second})^2}$$

dice: " such equations as these may can be called ' physical equations ', inasmuch as they express the equality of physical quantities, whereas ordinary equations express the equality of mere numerical values. The use of physical equations in problems relating to units is be strongly recommended, as affording a natural and easy clue to necessary calculations, and especially as obviating the doubt by which the student is often embarassed as to whether he ought to multiply or divide „.

(*) Lippmann, *Sur la mesure absolue du temps*, " C. R. de l'Académie „, a. 1899, p. 1137. Usando i prodotti di grandezze, la deduzione è immediata.

Digitized by Google

§ 7. — Principio di omogeneità.

Una legge naturale, fisica o economica, si suol esprimere coll'eguaglianza di due funzioni di certe grandezze. Dividendo l'un membro per l'altro, essa potrà assumere la forma:

$$\text{funzione di alcune grandezze} = 1.$$

Per *funzione* non si deve intendere solo una funzione analitica, ma un'espressione composta col linguaggio ordinario. Ad esempio, il rapporto fra la lira ed il franco è una funzione del tempo, che, pel tempo passato risulta dai listini di borsa, e pel futuro risulterà quando sia passato. Nessuno pensa a trovarne l'espressione analitica.

Si dice che la legge è omogenea rispetto ad una grandezza C quando, ridotto il secondo membro $= 1$, il primo membro è funzione omogenea di grado 0 di C, cioè non dipende da C; o, sotto forma volgare, non varia se al posto di C metto 2C.

Se la relazione non è omogenea in C, da essa si può ricavare C, cioè può servire a definire la grandezza C.

Perciò le definizioni delle grandezze fisiche non sono omogenee nella grandezza che si definisce.

$$\text{Centimetro} = 10^{-9} \times \text{quadrante terrestre.}$$

" Gramme = poids absolu d'un volume d'eau pure égal au cube de la centième partie du mètre, à la température de la glace fondante „, come dice la legge del 18 germinale anno III, non sussistono se al posto di C metto 2C.

In geometria pura ogni relazione fra lunghezze è omogenea. Se una lunghezza è funzione di altra lunghezza definita colla sola geometria senza introdurre altre lunghezze, quella funzione è una proporzionalità. Quindi per definire una lunghezza assoluta, il C, bisogna parlare di meridiano terrestre o di anno luce, uscendo dalla geometria pura.

Se si nega il postulato delle parallele, allora da un punto si possono condurre due parallele ad una retta che formano un angolo, funzione delle distanze del punto dalla retta. Questa relazione non è omogenea; quindi posso determinare una lun-

Digitized by Google

ghezza assoluta, che chiamasi raggio di curvatura dello spazio. Alcuni preferiscono dire che anche le formule di pangeometria sono omogenee, purchè si introduca il raggio di curvatura.

Gli antichi Cinesi si rappresentavano, come tutti i popoli primitivi, la terra piana; osservarono che camminando verso il nord, l'altezza del polo sull'orizzonte aumentava. Considerarono il rapporto fra il cammino e l'incremento di quest'angolo: ed ottennero una lunghezza assoluta, che chiamarono diametro del mondo. Noi lo chiamiamo raggio terrestre.

Nei trattati di meccanica e di fisica si dimostra la formula che dà la durata d'oscillazione del pendolo, come segue.

Se la durata, cioè una quantità di S, è funzione della lunghezza del pendolo = quantità di C, e della gravità = quantità di CS^{-2}, *e se questa relazione è omogenea*, si potranno determinare i numeri p e q in modo che:

$$S = C^p (CS^{-2})^q,$$

da cui $p + q = 0$, $-2q = 1$, onde $p = 1/2$, $q = -1/2$, e

$$\text{durata} = \text{coefficiente} \times \sqrt{(\text{lunghezza}/\text{gravità})}.$$

Ma molti autori sopprimono l'ipotesi che la formula debba essere omogenea.

Per rendere evidente questa illusione, prodotta dalla confusione fra grandezze e numeri, considero, per esempio, la distanza r dalla terra al sole, che è una funzione del tempo t. Per trovare la natura di questa funzione poniamo $r = f(t)$; cambiamo l'unità di tempo, prendendone un'altra k volte più più piccola; allora la nuova misura del tempo sarà kt; ma r deve restare immutato; dunque dovrà essere $f(kt) = f(t)$, cioè $f(t)$ è costante, e la distanza dalla terra al sole è costante; parimente costanti sono le reciproche distanze di tutti i corpi celesti e terrestri!

Altro esempio meno semplice. La resistenza dell'aria ad una sfera in moto può dipendere dal raggio della sfera, dalla sua velocità e dalla densità dell'aria.

Supposto che questa relazione sia omogenea, sarà:

$$\text{resistenza dell'aria} = \text{coefficiente numerico} \times (\text{raggio})^p \times (\text{velocità})^q \times (\text{densità})^r.$$

Digitized by Google

La forza resistenza dell'aria è una quantità di CGS^{-2}, il raggio è una quantità di C, la velocità è una quantità di CS^{-1}, e la densità è una quantità di GC^{-3}. Sostituendo, e sopprimendo i fattori numerici:

$$CGS^{-2} = C^p (CS^{-1})^q (GC^{-3})^r,$$

ed eguagliando gli esponenti delle stesse unità per l'omogeneità, si ottiene:

$1 = p + q - 3r$, $1 = r$, $-2 = -q$, da cui $p = 2$, $q = 2$, $r = 1$, e

$$\text{resistenza dell'aria} = \text{coefficiente} \times (\text{raggio})^2 \times (\text{velocità})^2 \times \text{densità}.$$

L'esperienza prova che questa formula è solo approssimata, e solo entro certi limiti. Perciò la deduzione della formula, ammettendo come assoluto il principio di omogeneità, non è rigorosa.

Questa critica non sussiste, ove si applichi il principio della similitudine meccanica, quale è esposta in:

J. BERTRAND, *Note sur la Similitude en Mécanique*, " Journal de l'École Polytechnique „, a. 1848.

Se una legge fisica stabilisce una relazione fra grandezze di specie diversa, e questa non è omogenea, si può ricavare una di queste in funzione delle altre.

O altrimenti, se nell'enunciato della legge fisica si sono indicate tutte le grandezze che vi compaiono esplicitamente o implicitamente in guisa che nessuna grandezza non indicata esplicitamente si possa ricavare da quella relazione, allora essa è omogenea.

Così enunciato, il principio di omogeneità diventa una tautologia. Esso può dare utili suggerimenti, ma non dimostrazioni.

Molte applicazioni del principio di omogeneità si trovano in RAYLEIGH, *The principle of similitude*, " Nature „, a. 1915, p. 66. Egli però vede la difficoltà, e l'enuncia sotto la forma: " it is necessary to specify clearly *all* the quantities on which the desired result may reasonably be supposed to depend „, o, in altre parole, bisogna fare un uso ragionevole di questo principio.

Digitized by Google

Sul Calcolo delle Ruote dentate

Nota dell'Ing. OTTORINO POMINI

Presentata dai Soci nazionali residenti Somigliana e Panetti

1. Scopo della Nota. — Lo scopo di questa Nota è una esposizione sintetica originale del modo di calcolare le ruote dentate.

2. Distinzione fra Ruote di lavoro e Ruote di forza. — Brevemente, dico *ruote di lavoro* quelle che corrono a velocità costante; *ruote di forza* quelle che lavorano trasmettendo uno sforzo periferico costante. In realtà niuna coppia dentata è scevra da variazioni periodiche di velocità, dovute alla discontinuità dell'imbocco, come pure alle variazioni periodiche del lavoro d'attrito, con periodo uguale al passo. Ma queste variazioni sono — nelle ruote di lavoro di qualche importanza — contenute entro limiti sì stretti, da sfuggire alle più minuziose prove sperimentali: mentre l'esperienza indica positivamente certe altre variazioni periodiche di velocità, aventi periodo ben diverso da quello competente al passo, e dovute a cause affatto estranee al problema che intendiamo risolvere. Questa trattazione contiene anche gli elementi necessari per lo studio delle piccolissime variazioni di velocità con periodo uguale al tempo nel quale i denti percorrono il passo circonferenziale. Il lavoro d'attrito de' denti assomma a non più del 0,5 % del lavoro effettivamente trasmesso nelle coppie di media potenza; risulta minore di questa cifra — e dunque praticamente inapprezzabile — nei più gagliardi riduttori di velocità, le cui perdite di attrito sono essenzialmente quelle dei sopporti che sostengono gli assi delle ruote.

Digitized by Google

Distinte le ruote ne' due gruppi fondamentali e ritenuta soddisfatta in modo assoluto la condizione che ne caratterizza la distinzione, espongo succintamente il modo di calcolo, a cominciare dalle ruote diritte di lavoro.

I. — Ruote diritte di lavoro.

3. Posizione del problema. — Il problema verte sulla determinazione degli elementi essenziali dell'ingranaggio atto a trasmettere — fra due assi paralleli — una data potenza, quando gli alberi corrono uniformemente a prestabilite velocità angolari. La dentatura dev'esser così progettata da *limitare la compressione elastica de' fianchi*, sotto a precisato *coefficiente di lavoro*; il quale coefficiente dipende — oltre che dalla natura della materia che costituisce i denti — anche dalla velocità dello strisciamento mutuo delle zone elasticamente compresse: come pure scendente dall'altezza della velocità periferica, giusta i risultati positivi dell'esperienza pratica.

RISOLUZIONE

4. Prima parte. — Cominciamo coll'esporre e dimostrare il seguente teorema.

TEOREMA I. — *Lo spostamento elastico totale, subìto dalla generatrice di contatto geometrico d'una coppia di denti, all'atto in cui essa coppia entra nell'imbocco o ne esce, è affatto costante lungo l'arco d'imbocco.*

Per spostamento elastico totale intendo la somma degli spostamenti elastici elementari, misurati lungo la linea d'imbocco, che due denti a contatto vengono a subire quando si applichino sulla zona di contatto le forze elastiche provocatevi dalla trasmissione dello sforzo. Gli spostamenti elastici elementari sono: 1° la flessione del corpo de' denti, per cui i denti si incurvano come mensole; 2° la freccia dovuta alla rotazione della sezione d'incastro de' denti; 3° lo scorrimento mutuo nel corpo de' denti, giusta quello provocato nelle travi a sbalzo; 4° l'appiattimento totale delle zone curve, compresse sotto il carico. Tutti questi spostamenti elastici elementari sono per-

Digitized by Google

fettamente determinati in ogni caso concreto della pratica e possono essere ottenuti mediante i procedimenti usuali della Scienza delle Costruzioni.

Avvenuto lo spostamento elastico totale, la generatrice di contatto geometrico non cade più sulla linea dell'imbocco geometrico: ma la distanza cui essa giace da quella è grandezza di II ordine, trascurabilissima di fronte agli spostamenti elastici provocati lungo detta linea d'imbocco cinematico.

Il teorema è dimostrabile geometricamente. Invero, immaginati due denti a contatto, applichiamo gradatamente alle ruote cui essi appartengono due momenti torcenti, che stieno fra di essi in ragione diretta dei raggi delle ruote; e teniamo gli assi delle ruote alla loro giusta distanza. La reazione elastica promossa sul fianco di ciascun dente è uguale e contraria all'azione oppostavi dal fianco compagno, e la tangente comune (la quale diviene poi la mediana della zona di contatto, giusta la teoria di HERTZ) non muta pertanto posizione rispetto agli assi delle ruote; i cui corpi — supposti rigidi — avranno ruotato leggerissimamente attorno ai loro assi. Ora, fermi essendo i corpi delle ruote, togliamo gradatamente a ciascun dente la reazione elastica ch'esso riceve dall'altro. I due denti si sposteranno allora nel verso in cui dapprima girarono i rispettivi corpi, compenetrandosi vicendevolmente. Consideriamo i due tratti di cui i fianchi avanzano sulla linea d'imbocco, partendo da quella posizione cui erano nello stato di coazione elastica, ed arrivando alla nuova posizione di riposo. Questi due tratti sono, per una nota proprietà dell'evolvente, rispettivamente *uguali al cammino* che i punti siti sulle *evolute dei profili* hanno percorso nel porre il sistema nello stato di resistenza. E dunque la loro somma, ossia lo spostamento elastico totale de' denti, risulta pari alla somma dei due piccoli archi di cui rispettivamente girarono i corpi delle ruote. Questi due archi elementari possono anche esprimersi in parti di raggio, e la loro somma risulta identica coll'angolo piccolissimo di cui girarono le due ruote fra di esse, quando fu provocato lo stato coattivo elastico. Se questo piccolo angolo di rotazione relativa è lo stesso di quello che attualmente occorre fra i corpi delle ruote quand'essi trasmettono il lavoro, allora la tensione elastica che fu dapprima provocata è quella medesima suscitata dalla trasmissione del lavoro. Ma

Digitized by Google

se i corpi delle ruote corrono a velocità angolare costante, quell'angolo di rotazione relativa, dovuto al cedimento elastico totale de' denti, *deve rimanere costante*, e tale adunque riesce la grandezza dello spostamento elastico totale lungo la linea d'imbocco della dentatura ad evolvente.

La dimostrazione è pure geometrica e non soffre eccezioni. Qualsiasi osservazione circa la cedevolezza delle corone da cui sporgono i denti, cade non appena si tenga conto di questi spostamenti elastici di II ordine, riferendoli a quella più rigida parte della ruota che noi supponemmo girare uniformemente. Una eccezione può essere sollevata con riguardo alle forze di inerzia sopravvenienti all'atto di porre il dente in istato di resistenza. Ma queste forze di inerzia — suscitate nella marcia per il fatto che il dente muta forma e posizione relativa sotto lo sforzo elastico — sono semplicemente irrisorie nel campo applicativo.

Con riguardo allo *spessore del velo oliante* che lubrifica efficacemente i fianchi delle ruote di lavoro, osserviamo che l'ignorarlo non altera sensibilmente i risultati del calcolo. Ma la diligenza con cui vuolsi risolvere il problema impone di tenerne conto, e la più semplice ipotesi che sovviene all'uopo è questa: che agli estremi dell'arco d'imbocco lo spessore del velo oliante svanisca sotto l'azione indentante del filo di testa del dente, ma raggiunga poi quel valore che più esattamente riesce di calcolare, in base ai risultati odierni della teoria della lubrificazione.

Siamo così condotti a determinare la forza elastica dovuta a un prestabilito valore dello spostamento elastico totale: contando lo spessore del velo d'olio — ove si intenda di considerarlo — come s'è detto. Evidentemente, noti gli elementi cinematici della dentatura, il problema è perfettamente determinato e la sua risoluzione è univoca: esiste *una* forza elastica che applicata fra il dente motore ed il dente mosso — giusta la legge di distribuzione scoperta e dimostrata vera da HERMANN HERTZ — provoca *quella* freccia elastica totale. Per ottenere il valore di cotesta forza elastica si possono adoperare i conosciutissimi metodi di calcolo dianzi accennati. La riproduzione dei dettagli di calcolo richiede — da sola — uno spazio decuplo di quello concesso a questa Nota. Bisogna anche osservare che l'espres-

Digitized by Google

sione analitica ottenuta per la comune via diretta contiene sì numerosi termini da non poter essere utilizzata in questo lavoro: nè tanto meno discussa. Credo più conveniente risolvere questo dettaglio del calcolo per via grafica: elaborando le linee della forza elastica emergente ne' principali casi della pratica, ed informando ad esse una espressione tale, da concedere risultati praticamente identici con quelli ottenuti dallo studio diligente de' singoli casi particolari. La equazione generale ch'io trovo di poter consigliare è la seguente:

‖ **Ruote bi-elicoidali dell'industria** ‖

$$f_t = \frac{E\epsilon_t}{\frac{x^3}{1{,}4 Z_1 \cos\beta} + \frac{(10-x)^3}{(160 Z_2 \cos\beta)^{1/2}} + \frac{x}{3 Z_1^{1/4}} + 3{,}15\,(\cos\beta)^{1/8}}; \qquad (1)$$

f_t la forza elastica per unità di lunghezza, contando questa forza normalmente alla zona compressa;
ϵ_t la freccia elastica totale, presa come s'è detto;
E il modulo di Young;
$x = t/M$ e cioè il tratto di tangente (corr. linea d'imbocco) contato in parti del *modulo*;
Z_1 il numero di denti del rocchetto;
Z_2 il numero di denti della ruota;
β l'angolo fra l'asse de' denti e l'asse della ruota.

La origine è ad $x = -2$ dal punto di tangenza de' cerchi primitivi; il *verso* è quello del moto.

Per la dentatura diritta vale la (1) con $\beta = 0$. Più approssimativamente si scrive:

‖ **Dentatura cilindrica diritta** ‖

$$f_t = \frac{E\epsilon_t}{\frac{3}{4}\frac{x^3}{Z_1} + \frac{1}{11}\frac{(10-x)^3}{Z_2^{1/2}} + \frac{1}{3}\frac{x}{Z_1^{1/4}} + 3{,}15}. \qquad (2)$$

Se $Z_1 = Z_2 = Z$ (ruote *uguali*), si può avvalersi senza errore sensibile dell'espressione:

‖ **Ruote diritte eguali** ‖

$$f_t = \frac{E\epsilon_t}{Y^2 + \frac{Z^2}{192}}\,\frac{Z^{1/3}}{1335}. \qquad (3)$$

Digitized by Google

L'origine delle ascisse Y cade allora nel punto di tangenza de' due uguali cerchi primitivi.

Ottenuta la forza elastica — e sia con l'impiego de' comuni metodi grafici come pure per via d'applicazione delle equazioni qui consigliate — la si quadra, riducendola alla base del passo (distanza fra i denti contata sulla tangente) e si ha lo sforzo periferico dovuto alla trasmissione del lavoro, competente al considerato valore dello spostamento elastico totale.

Anche in questo particolare di calcolo della quadratura della forza elastica, giova osservare che la integrazione analitica del secondo membro della (2) richiede operazioni sì numerose da superare il giro di queste brevi pagine.

Un artificio attò a semplificare la esposizione del risultato de' calcoli è il seguente. Si vàlutino le quadrature in funzione del prodotto della forza elastica massima per il passo $\pi M \cos\alpha$ contato sulla tangente. Il logaritmo della misura così ottenuta è la sesta parte del logaritmo del numero di denti del rocchetto. Le differenze massime riscontrate sono:

$+ 2\,\%$ per il treno $Z_1/Z_2 = 12/36$;
$- 2\,\%$ „ $Z_1/Z_2 = 12/120$.

Quando il rocchetto ha 40 e più denti, i risultati dei calcoli diretti coincidono praticamente insieme con quelli della formula scoperta, alla quale noi ci atteniamo come ad una *legge di quadratura*:

PROPOSIZIONE I. — *Lo sforzo periferico trasmesso dalle odierne dentature di lavoro, profilate ad evolvente di 15° con cerchi spostati di un tratto pari al modulo M della dentatura, è dato dal prodotto della massima reazione elastica suscitata nell'imbocco, per la radice sesta del numero di denti del pignone: la massima reazione elastica essendo suscitata ad M a valle della centrale.*

La quadratura della forza elastica delle ruote uguali si può fare analiticamente; avvertendo che lo sviluppo in serie dell'arcotangente cade in difetto agli estremi dell'arco d'imbocco delle ruote aventi meno di 30 denti. Credo conveniente modificare il fattore di quadratura, tenendo conto di questa circostanza e formandolo così da comprendere tutte le coppie di ruote uguali, scendendo sino a $Z = 12$ denti. Il fattore ch'io propongo è $(\sqrt{Z} - 0{,}8)/\sqrt{Z}$, onde:

Digitized by Google

PROPOSIZIONE II. — *Lo sforzo periferico trasmesso dalle coppie di ruote uguali, profilate ed evolvente di 15°, è dato dal prodotto della massima reazione elastica (occorrente nella centrale) per il coefficiente* $(\sqrt{Z} - 0{,}8)\sqrt{Z}$ *e per il tratto d'imbocco misurato in parti di* $\pi M \cos \alpha$.

Questi risultati sono sufficienti a determinare il tormento elastico attualmente occorrente nelle ruote di che trattasi. Infatti, note potenza e velocità, si hanno subito lo sforzo periferico e la massima forza elastica. Il valore della compressione elastica scende dalle formule particolari di HERTZ; quello della flessione scende dal rapporto del momento flettente agente, diviso per il modulo di resistenza della sezione rispetto al cui asse neutro si ebbe quel momento.

La calcolazione della compressione elastica de' fianchi può essere fatta graficamente tenendo presente il seguente teorema:

TEOREMA II. — *Il carico promuovente una determinata compressione unitaria massima in qualsivoglia punto dell'imbocco varia secondo le ordinate di una parabola di secondo grado, che insiste simmetricamente sul tratto di tangente compreso fra i cerchi fondamentali.*

La dimostrazione si fonda su di una proprietà della parabola, cui si fa ricorso nello studio delle linee d'influenza delle travi. Analiticamente: basta confrontare l'equazione della parabola, riferita al suo vertice ed al suo asse, con la espressione del prodotto de' raggi di curvatura de' profili, in un punto qualsivoglia dell'imbocco. Tali raggi sono — per una nota proprietà dell'evolvente — uguali rispettivamente ai segmenti che il punto considerato stacca sul tratto di tangente comune ai cerchi di base.

5. Seconda parte. — Presentemente occorre determinare il valore del coefficiente di lavoro, in funzione della velocità di strisciamento mutuo fra i denti, e di precisare la misura della riduzione di carico che bisogna prudentemente fare negl'ingranaggi veloci.

Con riguardo allo strisciamento, notiamo che la sua causa è il contatto de' profili fuor dalla centrale; la sua misura è Ωt, ove Ω è la velocità angolare relativa delle ruote, e t è la distanza dell'attuale punto di contatto, dal punto di contatto delle primitive. Una ferrea legge di meccanica costruttiva dice che

Digitized by Google

la pressione specifica p fra le superfici portanti, scorrenti fra di loro con velocità relativa v, dev'essere tale da limitare il prodotto $p \, . \, v$ sotto certo coefficiente sperimentale. Sperimentando le ruote diritte per modo da variare sufficientemente p e v, l'autore vide che la legge $p \, . \, v \leqq k$ può essere accettata per le ruote tagliate con cerchi equidistanti; ma questa limitazione è *inutilmente severa* nelle ruote ad evolvente con cerchi spostati: per le quali appare sufficiente limitare il prodotto $p\sqrt{v}$. Questo risultato ha un'ovvia giustificazione teorica. Invero, tracciata la linea di variazione della compressione unitaria massima in funzione della generatrice di contatto, si vede che, mentre questa compressione non è soverchiamente variabile nelle ruote ad evolvente con cerchi equidistanti, essa decresce rapidissimamente nelle coppie profilate con cerchi spostati. Poi che l'esperienza indica una usura più energica alla fine del tratto di recesso, che non al principio dell'accesso (anche perchè la velocità di sfregamento all'inizio dell'accesso è, nelle coppie con cerchi spostati, minore che nell'altre), così il criterio di una limitazione di carico minore per le ruote con cerchi spostati, appare giustificata anche in linea teorica. La limitazione $p\sqrt{v} \leqq k'$ concorda coi risultati sperimentali ottenuti dallo scrivente nell'ultimo ventennio e di cui troppo lungo sarebbe dire.

Stabilita la legge sperimentale di limitazione di p, rimane pure determinata la grandezza del coefficiente di lavoro. Ora, occorre variare la limitazione del carico in presenza delle velocità maggiori. Che una limitazione deva aver luogo, scende anche dalle più elementari considerazioni sugli effetti dovuti alle forze d'inerzia suscitate da *differenze di distanza de' denti*, risultanti da inaccuratezze di lavorazione; i quali effetti crescono col quadrato della velocità de' denti; come pure col quadrato della velocità angolare, insieme al quadrato del numero de' denti. Invero:

TEOREMA III. — *Una coppia dentata, funzionante sotto variazioni cicliche di velocità angolare con periodo uguale al passo, divien sede di forze acceleratrici crescenti col quadrato della velocità angolare e col quadrato del numero di denti.*

Il moto vibratorio della massa che, oltre a correre co' cerchi primitivi, vi trepida innanzi ed indietro per l'ampiezza Δ. e con periodo uguale al tempo che compete al passo, può

Digitized by Google

essere espresso in funzione del tempo variabile T, a questo modo:

$$\delta = \Delta \sin \frac{\pi n Z}{30} T \qquad (4)$$

ove n è il numero di giri per minuto primo. Derivando due volte rispetto alla variabile T, con Δ costante:

$$\text{Accelerazione} = \frac{\partial^2 \delta}{\partial T^2} = -\Delta \left(\frac{\pi n Z}{30}\right)^2 \sin \frac{\pi n Z}{30} T. \qquad (5)$$

Cioè, la forza riesce proporzionale al quadrato del numero di giri, come pure al quadrato del numero di denti. Il teorema, di cui abbiamo data la facile dimostrazione analitica, è stato scoperto accidentalmente (1917) sperimentando su ingranaggi lanciati a velocità inaudite. Esso è applicabile ne' casi in cui l'errore di lavorazione è dovuto ad inesattezze che affliggono *allo stesso modo* frese a verme di *moduli differenti*. Solitamente succede invece che gli errori di lavorazione ripetono la loro origine da cause tali, per cui riescono maggiori nelle ruote con denti più grossi: onde la regola di tagliare la dentatura più finemente che riesca, rispetto all'importanza della potenza da trasmettere.

Il Reuleaux s'è occupato del fattore limitante il carico in funzione della velocità nelle ruote di forza ed ha suggerito la forma $1/(a + V)$, ove V è la velocità di corsa sulle primitive, ed a un numero sperimentale. Io trovo opportuno dare al coefficiente la forma $V_{max}\,(V + V_{max})$, con che la formula acquista generalità ed omogeneità; V_{max} è, volta per volta, la velocità massima cui la costruzione può essere sicuramente lanciata. Evidentemente, le variazioni di capacità portante avvengono — per la formula da me suggerita — nella stessa misura voluta dal Reuleaux, e lo sforzo utile riesce dimezzato alla massima velocità cui l'ingranaggio può correre.

I dettagli del calcolo concernenti le determinazioni di t, p, r anche in base a coppie prescelte come *campioni d'usura* sono semplicissimi e si omettono per amor di brevità.

6. Terza parte. — Le incognite del problema sono 7, e cioè: Z_1, Z_2, M, l (lunghezza netta del dente), V, P (sforzo

Digitized by Google

periferico), F (forza elastica attuale). Possiamo allacciarle con 2 equazioni indipendenti di *cinematica*, 1 di *dinamica*, 1 di *elasticità* ed 1 di *resistenza*. Mancano 2 equazioni, le quali si possono costruire agevolmente, osservando di:

1° limitare la lunghezza del rocchetto a quella competente ad una ancor tollerabile torsione elastica relativa fra le due sezioni estreme del più ritorto tratto dell'asse-pignone, come vedremo più avanti;

2° assegnare al rocchetto un numero di denti tale, che le variazioni di reazione elastica lungo l'imbocco, definite dalle equazioni di elasticità (cfr. (1), (2) e (3)), risultino comprese entro certi limiti. Questa condizione è pure imposta da considerazioni inerenti alla esattezza di lavorazione delle dentature, e può anzi essere dedotta tenendo presenti certi fatti di meccanica delle macchine formatrici di profili.

Le due equazioni, or ora accennate, hanno importanza essenziale nell'ingranaggio bi-elicoidale, cui verremo in seguito.

II. — **Ruote diritte di forza.**

7. Problema e risoluzione. — Qui si tratta di determinare gli elementi essenziali della dentatura atta a trasmettere uno sforzo periferico costante; il quale sforzo periferico costante non deve dar luogo, in alcun punto dell'imbocco, ad una sollecitazione di flessione superiore al coefficiente di lavoro alla flessione del materiale di che trattasi. Anche qui giova limitare il carico in presenza delle velocità maggiori.

Evidentemente, considerata la dentatura come sistema perfettamente elastico, è possibile dedurre dall'espressione generale della reazione o forza elastica, quella forza elastica ch'è attualmente provocata in una coppia di denti a piacere. Da questa espressione scende la equazione caratteristica di resistenza dei denti, avuto riguardo alla flessione massima suscitantesi nella radice del dente. Per *due coppie di denti*, insieme lavoranti, lo sforzo costante F risulta da:

$$F = F(t) + F(t \pm \pi M \cos \alpha). \qquad (6)$$

Digitized by Google

Tenuta presente la proprietà fondamentale di tale sistema elastico, scendono le forze elastiche attuali:

$$F(t) = \frac{\epsilon(t \pm \pi M \cos\alpha)}{\epsilon(t \pm \pi M \cos\alpha) + \epsilon(t)} \cdot F \tag{7}$$

$$F(t \pm \pi M \cos\alpha) = \frac{\epsilon(t)}{\epsilon(t) + \epsilon(t \pm \pi M \cos\alpha)} \cdot F \tag{8}$$

notazioni solite.

Similmente, se *tre coppie di denti* cadono simultaneamente sulla linea d'imbocco, scendono tre analoghe equazioni, di cui l'ultima è:

$$F(t \pm 2\pi M \cos\alpha) = \frac{\frac{1}{\epsilon(t \pm 2\pi M \cos\alpha)}}{\sum \frac{1}{\epsilon(t + a)}} \cdot F. \tag{9}$$

con $a = 0$; $a = \pm \pi M \cos\alpha$; $a = \pm 2\pi M \cos\alpha$.

La (9) indica il modo di estendere le equazioni ad un *numero qualsivoglia di paia di denti a contatto.*

III. — **Ruote bi-elicoidali.**

8. Proprietà caratteristica. — La configurazione de' denti imboccanti è sempre la stessa. Adunque, in regime di lavoro, l'ingranaggio bi-elicoidale funziona sotto freccia elastica costante, suscitando una reazione elastica costante.

9. Equazioni fondamentali. — Sia $f(t)$ la reazione elastica per unità di lunghezza, agente nel piano tangente alle superfici cilindriche delle evolute e normalmente ai denti. Lungo il tratto elementare di dente, corrispondente all'elementare tratto dt di tangente d'imbocco, agisce la forza elastica $f(t)\,dt/\sin\beta$, con β pari all'angolo di inclinazione della spira primitiva sulle generatrici delle superfici cilindriche primitive. La reazione elastica totale normale al fianco è evidentemente

$$F = \sum \int_a^b f(t)\,dt/\sin\beta \tag{10}$$

ove la sommatoria è estesa a tutto il campo nel quale la trasmissione del lavoro suscita tale reazione elastica. I limiti a e b

Digitized by Google

sono uguali in tutti gli integrali spettanti a porzioni di denti i cui fianchi lavoranti contengono il punto di accesso e quello di recesso. In pratica si fissa β per modo da avere *uniformità di imbocco* (come si può verificare applicando la (1)) e dunque possiamo — senza commettere errore sensibile — sostituire al valore attuale il *valor medio*, scendente dall'integrale della forza elastica lungo l'imbocco, proiettato sul piano di rotazione della ruota. Ne viene:

$$P = \frac{l \cos \beta}{\pi M} \int_{t_1}^{t_2} f(t)\, dt \qquad (11)$$

il cui significato è evidente.

La *equazione di elasticità* limitante la deformazione elastica dell'asse-pignone (le cui generatrici si torcono assumendo la forma di parabola avvolta sulla superficie cilindrica) scende dall'espressione dello spostamento tangenziale elastico

$$Y = \frac{2}{\pi G} \int_{x_1}^{x_2} \frac{M_r(x)}{R_1^3}\, dx \qquad (12)$$

notazioni solite. Quando la dentatura s'è *avviata*, e la distribuzione del carico è divenuta uniforme lungo la lunghezza della dentatura, allora il più ritorto tratto di rocchetto presenta, fra le due sezioni estreme, distanti $4R_1$, lo spostamento elastico tangenziale $48 P / \pi l G$. L'esperienza dimostra che la torsione relativa, così considerata, è praticamente tollerabile in ogni ben costruito ingranaggio di turbina.

Con riguardo al *minimo numero di denti del rocchetto*, l'espressione che se ne può proporre rimane talmente connessa con i risultati pratici, da poterla dire empirica, pur quando la sua formazione è guidata da concetti razionali. Io ho dedotto dall'esperienza ed ho usato largamente nella pratica l'espressione $V = \frac{1}{200}\left(\frac{Z_1}{1 - \sin \beta \cos \beta}\right)^2$ come quella della velocità cui può correre soddisfacentemente il rocchetto avente Z_1 denti avvolti elicoidalmente sotto l'angolo β. Per le ruote diritte basta fare $\beta = 0$, chè la formula è affatto generale, benchè empirica.

Nota. La determinazione di β scende generalmente da considerazioni che sono estranee alla meccanica della dentatura *in sè*. Può però ottenersi da $\partial P / \partial \beta = 0$, quando P sia formato con cautela.

Digitized by Google

10. Conclusione. — Il problema di determinare gli elementi essenziali degli ingranaggi può essere risoluto univocamente, partendo dalle leggi granitiche dell'*Elasticità* e dai principii fondamentali della *Meccanica costruttiva*. L'applicazione delle formule per la capacità portante delle dentature, ottenute dallo scrivente sulla base di quelle leggi, dice che *il coefficiente di lavoro alla compressione de' fianchi di qualsivoglia ingranaggio è costante con la materia che lo costituisce*; ed è precisamente pari a **41** kg/mm² per l'acciaio forgiato omogeneo, avente $R_t = 55$ kg/mm². Naturalmente, dimezzando il carico alla velocità massima V_{max}, si provocherà tutt'al più — negl'ingranaggi velocissimi — la pressione specifica massima:

$$\sigma_{c,\,max} = 41\sqrt{2} = 28 \text{ kg/mm}^2.$$

Alle ruote degli autoveicoli, costruite di tenacissimo acciaio al *Cr/Ni* trattato termicamente, si può lasciare $\sigma^*_{c,\,max} = 80 \div 85$ kg/mm²; alle ruote al *Cr/Ni* trattate a dovere e diligentemente *rettificate* si può lasciare persino $\sigma^{**}_{c,\,max} = 160 \div 170$ kg/mm²: onde la capacità portante di queste ruote ascende rispettivamente a 4 volte, e persino a 16 volte, quella dell'ingranaggio costruito con comune acciaio semi-dolce forgiato.

Castellanza, 19 febbraio 1922.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 26 Marzo 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Baudi di Vesme, Cian, Valmaggi, Faggi, Luzio, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Patetta, Prato ed Einaudi.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 12 corr.

L'Accademico Segretario informa che, essendo pervenuto in ritardo all'Accademia il telegramma del Rettore della R. Università di Pisa, il quale annunziava la morte del nostro Socio corrispondente Prof. Francesco Flamini, l'Accademia non potè farsi rappresentare ai funerali; ma il Presidente espresse, per mezzo di quel Rettore, le vive condoglianze dei Soci Accademici alla famiglia dell'illustre Collega, a commemorare il quale dice alcune commosse parole il Socio Cian, cui si associano tutti i presenti.

Il Socio Luzio presenta il volume del Dott. P. Siliprandi, *L'illusione individualista e la crisi della civiltà europea* (Torino, Bocca). Egli rileva che " già molti critici, pur dissentendo dalle " idee dell'autore, hanno in lui riconosciuto singolar vigoria di " pensiero e di stile. Errarono però tutti nel credere che questo " libro fosse un frutto d'attualità, un prodotto post-bellico. " Tutt'altro: la sua importanza è costituita, anzi raddoppiata,

Digitized by Google

" dal fatto che non fu dettato col facile senno di poi. Nel suo
" contenuto essenziale, venne pensato, concepito, stampato un
" quarto di secolo fa! A Mantova nel 1898 comparvero tre
" grossi volumi intitolati *Capitoli teorico-pratici di politica sperimentale*, che esponevano ampiamente le osservazioni raccolte
" dal SILIPRANDI nella sua breve carriera parlamentare, interrotta dalla caduta del Crispi, di cui s'era conciliata speciale
" predilezione. Que' tre volumi riscossero entusiastici plausi di
" insigni scrittori — Turiello, Gaetano Negri, il Benoist nella
" 'Revue d. d. Mondes' —; ma tra per la mole, tra pel momento
" sciagurato della pubblicazione, tra per le idee che andavano
" troppo contro corrente, non ebbero la larga diffusione che
" meritavano. Il volume attuale non è che l'epitome de' tre
" del 1898: riassunto rapido, serrato, perciò più efficace; quale
" poteva essere improvvisato in brevissimo tempo da chi ha
" visto confermare, da realtà dolorosa, la sua sicura diagnosi,
" i suoi acuti presagi.

" Raccomanda perciò vivamente il Socio LUZIO alla particolar deferenza dell'Accademia il libro del suo carissimo
" amico, che non è soltanto un teorico, ma anche un uomo
" d'azione de' più decisi, rettilinei, fattivi. L'ha dimostrato in
" questo ventennio, dedicandosi, nella provincia di Mantova,
" con cavouriana tenacia e fortuna, all'agricoltura: fronteggiando ardito e sapiente una situazione difficilissima, e superandola con la modernità de' criteri adottati nel temperar gli
" urti tra capitale e lavoro. Con gli scritti e con l'azione,
" addita insomma alle classi dirigenti, che vogliano esser degne
" di questo nome, la via da battere per ricostituire la fortuna
" d'Italia, e rassodare l'autorità dello Stato ".

Il Vicepresidente RUFFINI si associa alle conclusioni del Socio LUZIO, in quanto pur egli, " leggendo parte del volume
" del SILIPRANDI, ha potuto formarsi il concetto che siamo in
" presenza d'una robusta individualità di pensatore e scrittore

Digitized by Google

" politico. Le sue opinioni possono talvolta esser contraddette, in " ispecie pe' fatti più recenti (p. e. il Vicepresidente RUFFINI, che " v'ebbe parte precipua, può attestare che per il *patto di Roma* " fu chiesto e ottenuto il previo assenso governativo); ma pre- " scindendo da inevitabili dissensi, la parola del SILIPRANDI, " densa di meditazioni ed esperienze personali, energica di ri- " lievo, ha un incontestabile peso; s'impone perciò meritamente " alla nostra attenzione e disamina „.

Il Socio DE SANCTIS informa la Classe dell'opera da lui recentemente svolta in Roma, abboccandosi con alcuni archeologi e con Soci della Reale Accademia nazionale dei Lincei, a proposito del prossimo congresso della Union Académique Internationale. Per sua proposta, la Classe approva alla unanimità il seguente ordine del giorno:

" La Reale Accademia delle Scienze di Torino, considerando " come nei paesi del Levante mediterraneo non sempre nè dap- " pertutto sia esteso ai monumenti medioevali quel rispetto che " si è potuto quasi ovunque ottenere per i monumenti di arte " classica,

" Constatando in particolar modo come siano state talora " senza impellenti ragioni abbattute le cinta di mura e le forti- " ficazioni che costituiscono parte così rilevante e così viva della " storia di una città e non di rado ne sono il precipuo ornamento " e la più suggestiva bellezza,

" Fa fervido voto che, riconoscendosi tutto il valore arti- " stico e storico di quei monumenti, la parte per coltura più " eletta delle popolazioni del Levante ne assuma la doverosa " difesa opponendosi ai danneggiamenti inconsulti e alle demo- " lizioni che non sieno richieste da assoluta necessità, e si au- " gura che tale suo voto venga avvalorato dall'autorità della " Union Académique Internationale „.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Aprile 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. CORRADO SEGRE
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Panetti, Sacco e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Presidente e dei Soci Salvadori, Foà, Somigliana e Pochettino.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Direttore annuncia con dolore la grave perdita fatta dall'Accademia colla morte del Socio nazionale non residente Prof. Torquato Taramelli, accenna alle benemerenze dell'illustre geologo ed invita il collega Parona a commemorarlo. Il Socio Parona ringrazia la Classe dell'occasione che gli viene offerta di onorare la memoria del compianto suo Maestro ed amico.

È data comunicazione della lettera colla quale il Ministero annunzia l'approvazione sovrana della nomina a Socio nazionale residente del Prof. F. Zambonini, a Soci nazionali non residenti dei Professori T. Levi-Civita, M. Cantone e G. B. Grassi ed a Soci stranieri dei Signori E. Rutherford, G. Hale, H. Kamerling-Onnes, E. Picard, A. Geikie, A. Nichelson, E. Lorentz.

Digitized by Google

Fra gli omaggi giunti all'Accademia, il Direttore richiama l'attenzione sul volume (VIII della serie), che contiene le lettere di Berzelius: talune di esse riflettono scienziati piemontesi e Soci dell'Accademia.

Si accolgono per la stampa negli *Atti* due Note:

Sul gigantismo di alcune forme eoceniche dell'Istria, del Socio F. Sacco.

Geometria affine-differenziale delle curve sghembe, del Prof. Gustavo Sannia, presentata dal Socio D'Ovidio.

Digitized by Google

LETTURE

Sul gigantismo di alcune forme eoceniche dell'Istria

Nota del Socio naz. resid. Prof. FEDERICO SACCO

Nell'esame delle faune marine, sia fossili, sia viventi, si rimane talora colpiti dalla differenza complessiva che esiste, riguardo alla conchiglia, fra quelle littoranee (abbondanti di forme e di individui, con esemplari piuttosto grandi, crassi, spesso fortemente ornati, ecc.) e quelle di mare un po' profondo, generalmente con poche forme e con non molti individui, con esemplari piuttosto piccoli, gracili, relativamente poco ornati, ecc.

Tale differenza, che è spiccatamente notevole nel guscio calcareo, deriva essenzialmente da differenze nella natura fisica e chimica dell'ambiente in cui dette faune si svilupparono; cioè un ambiente relativamente caldo, luminoso, movimentato, ricco di elementi organici nutrizi, con molte sostanze minerali disciolte, ecc., nelle zone littoranee; con caratteri quasi opposti nelle zone batimetricamente profonde. Analoghe differenze incontransi talora, probabilmente per cause analoghe alle sovraccennate, tra faune fossili diverse, anche della stessa età, localizzate in ambienti speciali differenti e che presentano quindi talvolta caratteri differenziali così spiccati da scendere quasi al nanismo o salire invece ad una specie di gigantismo.

Ricordo come esempi il nanismo predominante nella famosa ricchissima fauna triasica di S. Cassiano, in certe faune liasiche ammonitifere della Spezia e di Carenno (Lombardia), la relativa gracilità delle forme racchiuse nelle marne mioceniche del *Langhiano* dell'Appennino, le forme pigmee dell'abbondante fauna

Digitized by Google

piacenziana di Villalvernia nel Tortonese, ecc. Viceversa si possono ricordare i grandi individui di certe formazioni raibliane, la fauna a grossi esemplari e crassa conchiglia del *Tortoniano*, specialmente delle colline tortonesi, ecc.

Nello scorso anno, durante il sommario rilevamento geologico eseguito nella regione istriana, ebbi a constatare in varii orizzonti dell'Eocene medio-superiore, spesso meravigliosamente fossiliferi, specialmente nell'Istria media, faune abbondantissime rappresentate spesso da esemplari grandi, crassi, talora giganteschi rispetto alle forme analoghe od anche agli esemplari della stessa specie che si incontrano altrove negli stessi orizzonti geologici. Alcuni di detti esemplari mi vennero pure gentilmente offerti o dati in esame dal Dott. Marchesetti e dal Dott. Muller del Civico Museo di Storia Naturale di Trieste, nonchè dall'amico Ing. G. Palese, che son lieto di poter qui ringraziare.

Parvemi pertanto opportuno, sia di segnalare tale fenomeno che dimostra le ottime condizioni ambientali in cui ebbero a svilupparsi gli organismi marini istriani verso la metà dell'epoca eocenica, sia di far conoscere alcune di tali forme a tipo gigantesco.

Septifer eoitalicus.

Testa magna, crassa, subarcuata; superficies pluricostata. Costae crassae, arcuatae, plerumque in dimidia infera parte bifurcatae vel duplicatae. Inter costas magnas passim costicillae gracillimae.

Regio umbonalis externe fortiter incurvata; interne subtriangula, pluridenticulata; in valva dextera dens anticus longitudinaliter elongato-subellipticus, dens medio-posticus bifide divaricatus; septum subtriangulare. — Longit. 8-9 centim. - Lat. 5-6 centim.

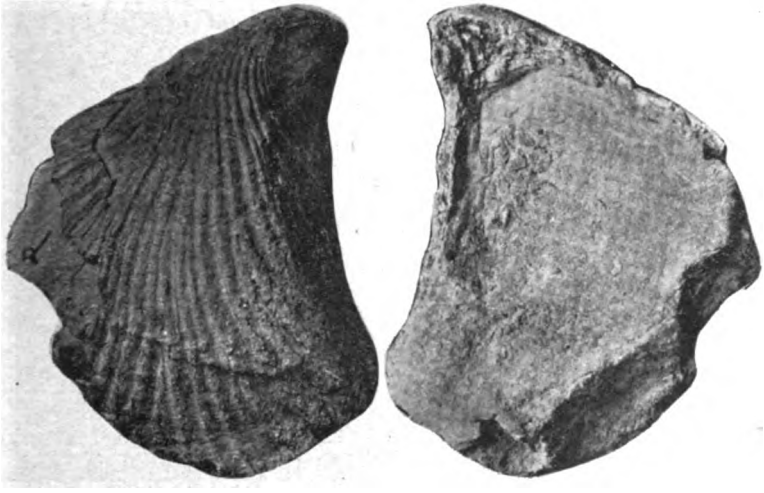
Eocene medio. — Tra Sapiane e Ielsane (non raro).

Osservazioni. — Questa forma ricorda un po' i *Brachydontes* fra le Modiole costate, le *Aulacomya* fra i Mitili costati ed ancor più gli *Arcomytilus* per la denticolatura cardinale unitamente alla costolatura esterna; però avendo potuto esaminare, sia la figura originale, sia alcuni esemplari di *Mytilus pectinatus* Sow. (tipo dell'*Arcomytilus*), potei convincermi trattarsi

Digitized by Google

di forma assai diversa. Infine essendo riescito a liberare dalla compatta ganga arenaceo-calcarea l'area cardinale di un esemplare, ebbi ad osservare, oltre alla denticolatura, un setto calcareo, di cui però non potei determinare lo sviluppo.

Ad ogni modo parmi possa trattarsi di un *Septifer*, genere non raro nel Terziario come anche oggi nelle regioni littoranee dei mari caldi. Noto poi che probabilmente alcuni Mitiloidei fossili, di cui non si potè ancora studiare l'area cardinale, sono forse pure attribuibili a *Septifer*, invece che ad *Arcomytilus* e



simili generi, ai quali sono ora riferiti. Come pure non credo improbabile che tra tanti Mitiloidei costati conosciuti nell'Eocene (per es. *M. Dutemplei, M. Biochii, M. serratus, M. depressus, M. corrugatus* p. p., ecc.) a qualcuno di essi possa riferirsi specificamente quello in esame, tanto più considerando che trattasi di forme assai variabili secondo l'ambiente, l'età, ecc.; ma occorreranno molti esemplari di comparazione, anche ben studiabili nella cerniera, per poter ciò stabilire con sicurezza. Ad ogni modo trattasi, per gli esemplari in esame, di forma relativamente gigantesca e con caratteri proprii abbastanza spiccati per meritare una denominazione a sè.

Digitized by Google

S. eoitalicus var. *acutangula.*

Testa elongatior, strictior, minus arcuata, dorso subcarinata, umbone minus resoluto.

Eocene. — Sapiane (non rara, col tipo).

Osservazioni. — La sua forma è tanto diversa dal *S. italicus* che a primo tratto parrebbe doversene distinguere speci-

ficamente; ma considerando che trattasi di forme trovate nello stesso luogo e che i Mitiloidei sono tanto variabili da individuo ad individuo nella stessa specie, sembra meglio costituirne solo una varietà, in attesa di averne un maggior numero di esemplari di confronto e di poterne anche esaminare la cerniera.

Digitized by Google

Orthophragmina (Actinocyclina) patellaris (Schlt).

(1820 - *Asteriacites patellaris* - *Schlotheim* - *Petrefactenkunde.* — II, p. 71, Tav. XII, fig. 6).

È una forma assai variabile, sia da regione a regione, sia nella stessa regione e zona da individuo ad individuo, come mostrano i diversi esemplari che potei osservarne, di varia origine, nonchè le figure datene. Prendo come tipo la figura originale data nel 1820 dallo Schlotheim per un esemplare di Bergen ad ornamentazione molto irregolare. Interpretando un po' largamente questa specie parmi che se ne potrebbero considerare come varietà l'*Orbitulites furcata* Rüt., l'*Orbitoides variecostata* Gümb., l'*Orthophragmina Gümbelii* Schlumb., l'*O. Munieri* Schl., ecc., ed è con tale larga interpretazione specifica che credetti poter per ora riferire, come varietà, all'*O. patellaris*, le forme eoceniche sottosegnate, in attesa che materiale migliore permetta una comparazione più sicura.

Nell'Eocene americano sonvi forme di *Orthophragmina*, come l'*O. mariannensis* Cushm. e l'*O. americana* Cushm., assai simili a quelle istriane in esame, anche per dimensioni, quantunque alcuni esemplari istriani raggiungano dimensioni ancor maggiori, veramente gigantesche, cioè anche di oltre 50 millim.

O. patellaris var. ***magnirregularis*** Sacc. (fig. A).

Testa major, gigantea; costulae radiales numerosae, irregulares, breves et longae, interdum irregulariter bifidae.

Eocene. — Gherdosella (non rara).

Osservazioni. — Questa forma si avvicina molto alla *O. variecostata* Gümb. ed alla *O. Munieri* Schlumb., tanto che, se queste dovessero considerarsi veramente come specie a sè, la *magnirregularis* si potrebbe specificamente riferire ad una delle due; ma considerando la forma tipica, originale, figurata dallo Schlotheim, parmi che anche la *O. variecostata* e la *Munieri* possano riferirsi a detta specie come sue varietà.

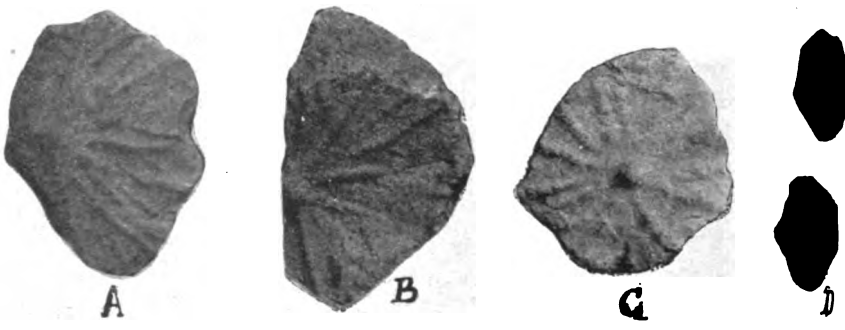
Digitized by Google

O. patellaris var. ***pseudamericana*** Sacc. (fig. B, C).

Testa affinis var. *magnirregularis, sed costae rectiores, non vel rarius bifurcatae, saepe breves longis irregulariter alternae.*

Eocene. — Gherdosella (frequente).

Osservazioni. — Ricorda moltissimo l'*O. americana* Cushm., tanto che, se si trovassero assieme si sarebbe inclinati ad attribuirli alla stessa forma, almeno pei caratteri esterni; collegasi colla var. *magnirregularis* e colla forma *Munieri*.



Assieme a queste forme gigantesche riferibili alla *O. patellaris* sono pure frequenti, nello stesso giacimento, altre forme minori di *Orthophragmina* più piccole, regolari, per lo più con 9 coste radiali rettilinee, raramente con costule intermedie, che parmi potrebbero considerarsi come una varietà, che indicherei col nome di *perregularis* (fig. D) di *O. patellaris*; nell'Eocene americano è molto affine l'*O. mariannensis* Cushm. e la sua var. *papillata*; vi è pure qualche affinità coll'*O. radians* D'Arch.

Orbitolites complanata Lk.

(1801 - *Orbitolites complanata* Lamark. - Syst. Anim. s. vert., p. 376).

Considerando questa specie in senso un po' largo, come fa il Brady, che ne indica lo sviluppo dal Mesozoico ad oggi, com-

Digitized by Google

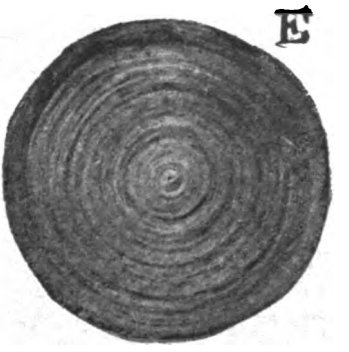
prendendovi anche forme laciniate, ecc., le si possono attribuire anche le grandi forme seguenti. Colle varietà seguenti vi sono anche esemplari relativamente piccoli, che possono interpretarsi come analoghi al tipo del Bacino parigino.

O. complanata var. ***gigantea*** Sacc. (fig. E).

Testa major, 30-50 millim. lata; superficies undulatior.

Eocene medio. — Isola di Capodistria, Pinguente, tra Pisino ed Albona, tra Albona e S. Lorenzo (non rara).

Osservazioni. — Trovasi talora colle Assiline. È forma microsferica, come già osservò il Checchia in forma consimile dell'Eocene siciliano. Orbitoliti analogamente gigantesche furono infatti osservate dal Checchia nell'Eocene della Sicilia e dal Crema in quello della Cirenaica.



O. complanata var. ***perundata*** Sacc. (fig. F).

Testa magna, 15-25 millim. lata. Superficies late undata.

Eocene medio. — Colla varietà precedente.

Digitized by Google

Geometria affine-differenziale delle curve sghembe

Nota di GUSTAVO SANNIA (a Torino)

Presentata dal Socio nazionale residente Enrico D'Ovidio

In una Nota recente (1) ho ricostruita la geometria *affine-differenziale* delle curve piane (di BLASCKHE), adoperando un *Calcolo differenziale assoluto con una variabile.* Qui, con lo stesso metodo, ricostruirò quella delle curve sghembe (di PICK e SALKOWSKY) (2), con qualche modifica, sotto forma più generale (3) e con qualche nuovo contributo (n^i 9, 10, 12, 13 e 14) (4).

1. — Una curva Γ sia definita dando le coordinate cartesiane x, y, z di un suo punto P in funzione di un parametro u. Preso ad arbitrio un differenziale primo $A = a_1 du$, con $a_1 \neq 0$, costruisco gli altri

$$(1) \qquad B = b_1 du\,, \qquad C = c_1 du\,, \qquad D = d_1 du\,,$$

ove

$$(2) \quad b_1 = |x_1 x_2 x_3| : a_1^5, \quad c_1 = |x_1 x_3 x_4| : 3a_1^7, \quad d_1 = |x_2 x_3 x_4| : a_1^8 \text{ (5)}.$$

(1) Questi *Atti*, vol. LVII, p. 293. Nel seguito la indicherò con N.

(2) Cfr. due Note del vol. 70 (p. 76 e 160) dei *Berichte Ges. der Wiss. zu Leipzig*; PICK vi considera, più generalmente, lo spazio ad n dimensioni.

(3) In qual senso dirò in (10).

(4) Per lo studio di alcune quistioni o curve particolari, cfr. la Nota citata di SALKOWSKY (§§ 4-6).

(5) x_r è la derivata r-esima *covariante* di x rispetto ad A (N, n° 2). $|x_r x_s x_t|$ è il determinante di 3° ordine le cui rimanenti orizzontali si deducono dalla 1ª (quella scritta) cambiandovi x in y o in z.

Digitized by Google

B, C, D sono differenziali covarianti ad A (N, n° 3) *ed invarianti* (6); perchè $|x_r x_s x_t|$ è covariante di ordine $r+s+t$ (N, n° 1) e non si altera sottoponendo x, y, z ad una sostituzione lineare intera unimodulare.

Ciò qualunque sia A. Per fissare A (e quindi anche B, C, D) in modo *intrinseco* (cioè indipendente dalla scelta del parametro u) *ed invariante*, osservo anzitutto che $|x_1 x_2 x_3| = |x' x'' x'''|$ (7), ossia che $|x_1 x_2 x_3|$ *è indipendente dalla scelta di A.*

Tale è quindi *il suo segno*; il quale è anche *intrinseco*, perchè $|x_1 x_2 x_3|$ è covariante di ordine pari. Tal segno è quello della *torsione* (ordinaria) di Γ in P (8) e, secondo che è il $+$ o il $-$, Γ dicesi *destrorsa* o *sinistrorsa*. Si può dunque dire che: la funzione $\epsilon = \epsilon(u)$ uguale a 1 ($a-1$) nei punti ove Γ è destrorsa (sinistrorsa) ed a 0 nei punti rimanenti (ove il piano osculatore è *stazionario*) è un (primo) *invariante affine intrinseco* di Γ. Lungo un arco di Γ *che sia privo degli ultimi punti* (in particolare *che non sia piano*) ϵ sarà *costante*, uguale a 1 o a -1.

2. — *Limitandoci a considerare tali archi* (9), possiamo assumere $A = \epsilon B$ ossia $a_1 = \epsilon b_1$; sicchè

$$(3)\quad A = a_1\,du \quad \text{con} \quad a_1 = \sqrt[6]{\epsilon\,|x_1 x_2 x_3|} = \sqrt[6]{\epsilon\,|x'\,x''\,x'''|} \quad (\textit{positiva}).$$

A sarà il differenziale di una funzione $\sigma(u)$ intrinseca ed invariante, quindi può dirsi $\sigma(u) - \sigma(u_0)$ *lunghezza affine* dell'arco limitato dai punti $P_0(u_0)$ e $P(u)$.

Intrinseche ed invarianti saranno pure le funzioni

$$(4)\quad j = \epsilon c_1 : a_1 = \epsilon\,|x_1 x_3 x_4| : 3a_1^8, \quad k = -\epsilon d_1 : a_1 = -\epsilon\,|x_2 x_3 x_4| : a_1^9$$

---

(6) Dicendo " invariante „ sottintenderò sempre " per affinità *unimodulari* „. La geometria affine ordinariamente considerata è appunto quella invariante per tali particolari affinità.

(7) Perchè, per la (7) di N, è $x_1 = x'$, $x_2 = x'' - Sx'$, $x_3 = x''' - 3Sx'' + (2S^2 - S')x'$, ove $S = a_1' : a_1$ e gli accenti indicano derivazione *ordinaria* rispetto ad u.

(8) Perchè, come è noto, se s, $1:\rho$, $1:\tau$ sono l'arco, la flessione e la torsione (ordinarii) di Γ, si ha $ds^6 : \tau\rho^2 = -|x'x''x'''|\,du^6$.

(9) Sicchè la teoria svolta in N *non* è contenuta come caso particolare nella presente.

Digitized by Google

che assumerò come *1ª e 2ª curvatura (affini) di* Γ *in* P [10]; dirò pure che $-\epsilon : j$ e $\epsilon : k$ sono i *raggi* di 1ª e 2ª curvatura.

3. — Da

$$|x_1\, x_2\, x_3| = \epsilon a_1^6 \tag{5}$$

segue [11] $|x_1\, x_3\, x_4| = 0$, quindi $x_4 = \alpha x_2 + \beta x_1, \ldots, z_4 = \alpha z_2 + \beta z_1$, ove α e β si determinano sostituendo nelle (4) e tenendo conto della (5); e si trova $\alpha = -3\epsilon a_1 c_1$, $\beta = \epsilon a_1^2 d_1$. Dunque x, y, z costituiscono (con $f = 1$) un sistema fondamentale di soluzioni dell'equazione

$$f_4 + 3\epsilon a_1 c_1 f_2 - \epsilon a_1^2 d_1 f_1 = 0 \tag{6}$$

soddisfacente la (5).

Come Γ individua A, C, D, ϵ (a meno di una trasformazione del parametro u) così viceversa: *tre differenziali* $\mathrm{A} = \mathrm{a}_1\,\mathrm{du}$ $(\mathrm{a}_1 > 0)$, $\mathrm{C}_1 = \mathrm{c}_1\,\mathrm{du}$, $\mathrm{D} = \mathrm{d}_1\,\mathrm{du}$ *e la costante* $\epsilon = \pm 1$ *individuano (a meno di una affinità unimodulare) una curva sghemba* Γ *di cui* A, $\mathrm{j} = \epsilon\,\mathrm{c}_1 : \mathrm{a}_1$ *e* $\mathrm{k} = -\epsilon\,\mathrm{d}_1 : \mathrm{a}_1$ *sono il differenziale dell'arco* σ *e le curvature (affini); le coordinate* x, y, z *di un suo punto generico* P *costituiscono un sistema fondamentale di soluzioni di* (6) *soddisfacente la condizione iniziale* (5).

Per il suo carattere invariantivo, basta dimostrare il teorema supponendo $u = \sigma$, quindi $a_1 = 1$, ossia

$$|x_1\, x_2\, x_3| = \epsilon\,; \tag{5'}$$

---

[10] Che differiscono solo per un fattore costante da quelle assunte da Pick e Salkowsky (loc. cit.) e che sono $3j$ e $-k$. Con questa variante alcuni risultati si accostano maggiormente ai corrispondenti della geometria metrica. Gli Autori cit. non considerano altri invarianti, perchè si limitano a trattare esplicitamente il solo caso delle curve destrorse. Qui con la considerazione del 3° invariante ϵ si ha una trattazione valida per tutti i casi. Infine, usando il calcolo ordinario, conviene assumere costantemente $u = \sigma$ per evitare complicazioni nelle formole; il calcolo assoluto, qui adoperato, permette di lasciare indeterminato il parametro u, senza che ciò produca alcuna complicazione.

[11] Derivando covariantemente rispetto ad A. E si noti, anche per il seguito, che in tale derivazione a_1 *va trattata come una costante*, perchè $a_2 = a_1' - Sa_1$ (derivata covariante di a_1) è nulla, giusta il valore di S dato in [7]. E ciò dà anche ragione di quanto si è osservato in fine di [10].

Digitized by Google

poi, per le (4),

$$(4') \qquad j = \epsilon |x_1 x_3 x_4|' : 3 , \qquad k = -\epsilon |x_2 x_3 x_4| .$$

In tal caso può enunciarsi ([12]): *una curva* Γ *è individuata, a meno* ecc., *dalle sue "equazioni intrinseche affini"* $j = j(\sigma)$, $k = k(\sigma)$, $\epsilon = \epsilon(\sigma)$ $(= \pm 1)$; *le coordinate di un suo punto costituiscono* (*con* 1) *un sistema fondamentale di soluzioni della eq.*

$$(6') \qquad f_4 + 3jf_2 + kf_1 = 0$$

soddisfacente la condizione iniziale (5').

4. — I *parametri differenziali* (N, n° 3) primi (α, β, γ), secondi (ξ, η, ζ) e terzi (λ, μ, ν) delle coordinate x, y, z moltiplicate per ϵ, ossia

$$(7) \quad \alpha = \epsilon x_1 : a_1 , \quad \xi = \epsilon x_2 : a_1^2 , \quad \lambda = \epsilon x_3 : a_1^3 \text{ (con le analoghe)},$$

sono le coordinate di tre punti T, N, B (non complanari con l'origine O degli assi) che sono definiti in modo intrinseco ed invariante; quindi anche così risultano definite le rette t, n, b parallele ad OT, ON, OB condotte per P: t è la *tangente*, n e b si assumono come *normale principale* e *binormale* (*affini*) di Γ in P.

Ogni punto di n (di b) ha coordinate del tipo $x + h\xi, \ldots$ $(x + h\lambda, \ldots)$, ed è intrinseco ed invariante solo se tale è h: in tal caso dirò che h è la *distanza affine* del punto da P. Dirò *centro di* 1ª *o* 2ª *curvatura* quel punto per cui tale distanza è uguale al raggio di 1ª o 2ª curvatura (n° 2).

Il *triedro fondamentale affine* di Γ in P (che ha per spigoli t, n, b) ha per facce il *piano osculatore* tn ed i piani nb e tb che si diranno *piano normale* e *piano rettificante* (*affini*).

Se X, Y, Z indicano coordinate correnti, le loro equazioni sono

$$(8) \quad \Sigma\lambda'(X - x) = 0, \quad \Sigma\alpha'(X - x) = 0 , \quad \Sigma\xi'(X - x) = 0 ,$$

([12]) E dimostrarsi come l'analogo di N, n° 6. Si noti che qui, essendo $a_1 = 1$, le derivate covarianti si riducono a derivate *ordinarie* rispetto a σ (N, n° 2).

Digitized by Google

ove

$$(9) \qquad \alpha' = \begin{vmatrix} \eta & \zeta \\ \mu & \nu \end{vmatrix}, \qquad \xi' = -\begin{vmatrix} \beta & \gamma \\ \mu & \nu \end{vmatrix}, \qquad \lambda' = \begin{vmatrix} \beta & \gamma \\ \eta & \zeta \end{vmatrix},$$

ed i coefficienti β', η', μ' di Y e γ', ξ', ν' di Z hanno analoghe espressioni.

5. — Le coordinate di T, N, B ed i coefficienti delle equazioni (8) dei piani nb, tn, tb (in quest'ordine) sono le orizzontali di due determinanti di 3° ordine *ambedue uguali ad* 1: il primo per le (5) e (7), e il secondo perchè reciproco del primo, giusta le (9). Ne segue che essi sono *mutuamente* reciproci, e che perciò si hanno le formole

$$(9') \qquad \alpha = \begin{vmatrix} \eta' & \zeta' \\ \mu' & \nu' \end{vmatrix}, \qquad \xi = -\begin{vmatrix} \beta' & \gamma' \\ \mu' & \nu' \end{vmatrix}, \qquad \lambda = \begin{vmatrix} \beta' & \gamma' \\ \eta' & \zeta' \end{vmatrix}$$

analoghe alle (9); poi molte altre, come

$$(10) \qquad \alpha\alpha' + \xi\xi' + \lambda\lambda' = 1, \qquad \alpha\beta' + \xi\eta' + \lambda\mu' = 0, \ldots$$

6. — *Le derivate prime (quindi anche le successive) covarianti delle funzioni* α, ξ, λ, ... *o* α', ξ', λ', ... *si esprimono linearmente mediante le funzioni stesse:*

$$(11) \qquad \alpha_1 = a_1\xi, \qquad \xi_1 = a_1\lambda, \qquad \lambda_1 = -a_1(k\alpha + 3j\xi).$$

$$(11') \qquad \alpha_1' = a_1 k\lambda, \qquad \xi_1' = a_1(3j\lambda' - \alpha'), \qquad \lambda_1' = -a_1\xi' \ (^{13}).$$

7. — Dalle (11') segue che: $k = 0$ *caratterizza le curve coi piani normali affini paralleli, ossia* (come può dirsi) *le traiettorie ortogonali di* ∞^1 *piani paralleli.*

Quelle per cui è anche $j = 0$ (e che perciò PICK chiama *rette affini*) sono le *parabole cubiche*; perchè allora un sistema di soluzioni fondamentali di (6') soddisfacente (5') è

$$(12) \qquad x = \epsilon\sigma, \qquad y = \epsilon\sigma^2/2, \qquad z = \epsilon\sigma^3/6.$$

---

(13) Questi due gruppi di formole tengono il posto delle *formole di Frenet e Serret* della geometria ordinaria. Le (11) si deducono derivando le (7) e poi eliminando x_1, x_2, x_3, x_4 mediante la (6), con $f = x$, e le (7). Le (11') si deducono poi derivando le (9) e tenendo conto delle (9) e (11).

Digitized by Google

Per tale parabola cubica il triedro fondamentale affine t, n, b *nel punto* O ($\sigma = 0$) *coincide col triedro degli assi* x, y, z [14] e perciò *ha un significato geometrico* (e non puramente analitico, come, finora, per una curva generica Γ) [15].

8. — La 2ª delle (8) e quelle che se ne deducono derivando due volte e tenendo conto delle (11′) e poi delle (10), ossia

$$(13) \qquad \Sigma\lambda'(X-x) = \epsilon : k\,, \qquad \Sigma\xi'(X-x) = \epsilon k_1 : a_1 k^2,$$

provano che la *sviluppabile polare affine* (inviluppo dei piani normali) ha per generatrice *la parallela alla normale principale* n *condotta dal centro di 2ª curvatura* (n° 5), la quale tocca lo spigolo di regresso nel punto $(x + \epsilon\lambda/k + \epsilon k_1\xi/a_1 k^2, \ldots)$.

Operando allo stesso modo sulla 3ª delle (8), si riconoscerebbe che la *sviluppabile rettificante affine* ha la generatrice passante per P (quindi *contiene* Γ) e che tocca lo spigolo di regresso nel punto $[x - \epsilon a_1(3j\alpha + \lambda)/(3j_1 - a_1 k), \ldots]$.

9. — Una retta r per P nel piano normale è *una normale affine* di Γ in P, di equazioni

$$(14) \qquad \Sigma\alpha'(X-x) = 0\,, \qquad \Sigma(\xi' + t\lambda')(X-x) = 0.$$

Se la $t = t(u)$ è tale che, variando u, r generi una sviluppabile, lo spigolo di regresso è *una evoluta affine* di Γ, che ne sarà l'*evolvente affine*. Or derivando le (14), si hanno, per le (11′), le altre

$$(15) \qquad \begin{gathered} \Sigma\lambda'(X-x) = \epsilon : k\,, \\ [\Sigma(3a_1 j + t_1)\lambda' - a_1 t\xi' - a_1\alpha'](X-x) = 0\,, \end{gathered}$$

che sono compatibili con le (14) solo se

$$(16) \qquad t_1 + a_1 t^2 + 3a_1 j = 0\,,$$

---

[14] Come subito si riconosce, applicando le (7) con $a_1 = 1$.

[15] Infatti, è noto che per la cubica (12): l'asse x è la tangente, il piano xy è il piano osculatore, l'asse z ha la direzione del suo unico (contato per tre) punto all'infinito, il piano yz contiene la tangente alla cubica in tal punto.

Digitized by Google

ed allora si riducono alla 2ª delle (8), alla prima delle (13) (che insieme definiscono la generatrice della sviluppabile polare, come si è visto) ed alla $\Sigma\xi'(X-x) = -\epsilon t/k$; e perciò dànno $X = x + \epsilon(\lambda - t\xi)/k, \ldots$ Dunque: *una curva* Γ *ha infinite evolute affini, tutte giacenti sulla sviluppabile polare affine; se ne ha una per ogni soluzione* t *dell'equazione di Riccati* (16), *ed è il luogo del punto* $[x + \epsilon(\lambda - t\xi)/k, \ldots]$; *perciò il birapporto delle tangenti a quattro evolute è costante lungo* Γ.

10. — Un punto M dello spazio collegato a P ha coordinate del tipo

$$(17)\qquad \begin{aligned} &x + \alpha X + \xi Y + \lambda Z, \quad y + \beta X + \eta Y + \mu Z, \\ &z + \gamma X + \zeta Y + \nu Z, \end{aligned}$$

ove X, Y, Z sono le sue coordinate cartesiane rispetto alle rette t, n, b (n° 4) prese come assi (mobili con P). Supponiamo Γ analitica in un intorno di P ([16]) ed assumiamo P come origine degli archi di Γ e $u = \sigma$ ($a_1 = 1$). Allora le coordinate rispetto agli assi fissi di un punto M di Γ vicino a P saranno sviluppabili in serie di potenze di $\sigma = PM$; così l'ascissa può scriversi:

$$(18)\qquad x + x_1\sigma + x_2\sigma^2/2! + x_3\sigma^3/3! + \ldots,$$

ossia

$$x + \alpha\sigma + \xi\sigma^2/2! + \lambda\sigma^3/3! + \lambda_1\sigma^4/4! + \lambda_2\sigma^5/5! + \ldots$$

e, per le (11) successivamente applicate, si riduce ad un'espressione del tipo della 1ª delle (17), ove

$$(19)\qquad \begin{cases} X = \sigma - k\sigma^4/4! - k_1\sigma^5/5! + (3jk - k_2)\,\sigma^6/6! + \ldots, \\ Y = \sigma^2/2 - 3j\sigma^4/4! - (3j_1 + k)\sigma^5/5! + (9j - 2k_1 - 3j_2)\sigma^6/6! + \ldots, \\ Z = \sigma^3/3! - 3j\sigma^5/5! - (6j_1 + k)\,\sigma^6/6! + \ldots. \end{cases}$$

([16]) Però questa ipotesi non è essenziale per le deduzioni dei n^i segg.: perchè agli sviluppi in serie che vi si considerano si potrebbero sostituire sviluppi abbreviati di Taylor.

Digitized by Google

Le (19) *esprimono le coordinate* X, Y, Z *rispetto agli assi mobili di un punto* M *di* Γ *mediante serie di potenze dell'arco* $\sigma = PM$.

11. — Le (19), trascurandovi i termini in σ^4, σ^5, ..., definiscono la *parabola cubica (sghemba) osculatrice* a Γ in *P*. Poichè essa coincide con la (12) (il cui triedro fondamentale affine in *O* era il triedro degli assi *x*, *y*, *z*), ove si ponga $\epsilon = 1$, si può dire che: *il triedro fondamentale affine di una curva* Γ *in un punto* P *coincide con quello della parabola cubica osculatrice a* Γ *in* P. Perciò esso ha un significato geometrico ben determinato (n° 7).

12. — Dalle (19) si ha

$$X^2 - 2Y = j\sigma^4/4 + (3j_1 - 4k)\,\sigma^5/60 + (3j_2 - gj^2 - 4k_1)\,\sigma^6/360 + \ldots,$$
$$Z - X^3 = -3j\sigma^5/20 + (7k - 3j_1)\,\sigma^6/60 + \ldots;$$

ma, per la 1ª delle (19), $X^4 = \sigma^4$, $X^5 = \sigma^5$, $X^6 = \sigma^6$ (nell'ordine di approssimazione che qui si considera), quindi

$$(20)\quad \begin{cases} Y = X^2/2 - jX^4/8 + (4k - 3j_1)\,X^5/120 + \\ \qquad\qquad + (9j^2 - 3j_2 + 4k_1)\,X^6/720 + \ldots, \\ Z = X^3/6 - 3jX^5/120 + (7k - 3j_1)\,X^6/360 + \ldots. \end{cases}$$

Le (20) costituiscono uno *sviluppo canonico* delle equazioni di Γ in un intorno di *P*.

Γ e la parabola cubica osculatrice hanno un contatto di *terzo* ordine in *P*; ma, se si confrontano le seconde fra le loro equazioni, (20) e

$$(21)\qquad Y = X^2/2\,, \qquad Z = X^3/6\,,$$

si riconosce che il contatto è di *quarto* ordine fra le proiezioni delle due curve sul piano *XZ* fatte secondo *Y* (ossia da un punto improprio del piano rettificante *YZ*). Dunque ([17]): il

([17]) Se due curve hanno in un punto *P* un contatto di ordine *n*, fra i piani passanti per la comune tangente ve n'è uno (detto *principale* da HALPHEN) tale che le proiezioni delle due curve fatte da un punto di esse su di un piano hanno un contatto di ordine maggiore di *n*.

Digitized by Google

piano rettificante affine di Γ può anche definirsi come *piano principale di* Γ *e della parabola cubica osculatrice* in P.

Se poi si cerca il luogo delle tracce delle tangenti alla cubica (21) sul piano osculatore $Z=0$ di Γ, si trova subito che è costituito dalla parabola $3X^2=8Y$ (oltre che dalla tangente), di cui $Y=0$ è un diametro; dunque la normale principale affine di Γ in P si può anche definire *come quel diametro di tale parabola che passa per* P.

13. — Terminerò segnalando alcune nuove proprietà delle curve *a curvature affini costanti* (comprendenti le parabole cubiche, cfr. n° 7) analoghe a quelle delle *curve anarmoniche* (di HALPHEN) nella geometria *proiettivo-differenziale.*

Siano r, s, t (oltre 0) le radici dell'equazione caratteristica di (6'), quindi tali che $r+s+t=0$.

Se sono distinte ($k+4j^3\neq 0$) una soluzione di (6') è

$$x=ae^{r\sigma}, \qquad y=e^{s\sigma}, \qquad z=e^{t\sigma}$$

con la costante a scelta in modo da soddisfare la (5') per $\sigma=0$; se due s e t coincidono ($k+4j^3=0$, $k\neq 0$), onde $r=-2s$, una soluzione è

$$x=ae^{r\sigma}, \qquad y=e^{s\sigma}, \qquad z=\sigma e^{s\sigma};$$

se $r=s=t$ ($k=j=0$) una soluzione è (12).

In ogni caso: *la curva ammette un gruppo ad.un parametro* p *di affinità unimodulari in se stessa*, definito rispett. da

$$\begin{aligned}
&X=e^{rp}x, && Y=e^{sp}y, && Z=e^{tp}z,\\
&X=e^{rp}x, && Y=e^{sp}y, && Z=pe^{sp}y+e^{sp}z,\\
&X=x+\epsilon p, && Y=2\epsilon px+y+\epsilon p^2, && Z=3p^2x+3\epsilon py+z+p^3,
\end{aligned}$$

come è facile verificare.

Quell'affinità che porta un punto P in un altro P', porta la tangente t nella tangente t', mentre lascia fisso il tetraedro che ha per facce i piani coordinati yz, zx, xy ed il piano all'infinito; dunque: *sono costanti lungo la curva i birapporti formati da* P *e dai punti ove* t *incontra le dette facce* (4 a 4 considerati), *quindi anche i rapporti (semplici) dei tre punti ove* t *incontra le prime tre.*

Digitized by Google

14. — Se ad una curva si applica una affinità di modulo (non più 1, ma) -1, il determinante $|x_r\, x_s\, x_t|$ cambia solo di segno, quindi l'invariante (per affinità di modulo 1) ϵ cambia segno, mentre non si alterano i rimanenti j, k e l'arco σ, definiti dalle (3) e (4). Da ciò e dal teorema del n° 3, segue che: *una curva è individuata a meno di una affinità di modulo* ± 1 *dalle due sole equazioni intrinseche* $\mathrm{j} = \mathrm{j}(\sigma)$, $\mathrm{k} = \mathrm{k}(\sigma)$.

Solo in ciò differisce la geometria delle curve *invariante rispetto al gruppo* (più ampio) *delle affinità di modulo* ± 1 da quella svolta fin qui.

Per contro è molto diversa e ben più complicata quella invariante rispetto al gruppo *totale* delle affinità; per non sorpassare i limiti imposti alla Nota, mi limito a dare lo spunto per la sua trattazione.

Consideriamo una curva piana Γ luogo del punto P di coordinate $x(u)$, $y(u)$. Supposto che Γ non abbia flessi lungo l'arco che si considera, tali coordinate ed 1 costituiscono un sistema fondamentale di una equazione del tipo

$$f''' + 3\beta f'' + 3\gamma f' = 0.$$

Questa può porsi sotto forma invariantiva sostituendo alle f', f'',... le derivate covarianti f_1, f_2, ... rispetto ad un differenziale arbitrario A; ed allora, per le formole date in (7) risolute rispetto a x', x'', x''' diventa

$$f_3 + 3b_1 f_2 + 3c_2 f_1 = 0$$

ove

$$b_1 = \beta + S, \qquad c_2 = \gamma + \beta S + (S^2 + S^1)/3$$

e si esprimono direttamente per le x, y, x_1, y_1, ... con le formole

$$3b_1 = -|x_1\, x_3| : |x_1\, x_2|, \qquad 3c_2 = |x_2\, x_3| : |x_1\, x_2|.$$

Essi dipendono da S, quindi da A, ma è facile verificare che la funzione di essi

$$\theta_2 = 3c_2 - b_2 - 2b_1^2 \tag{22}$$

ne è indipendente, perchè vale $3\gamma - \beta' - 2\beta^2$.

Digitized by Google

D'altra parte è evidente che essi sono invarianti per affinità (qualunque ne sia il modulo), perciò

$$(23) \qquad A = a_1\,du \quad \text{con} \quad a_1 = \sqrt{\epsilon\theta_2} \quad (\epsilon \text{ segno di } \theta_2)$$

è un differenziale intrinseco ed invariante per affinità che si può assumere come *differenziale dell'arco affine* λ. Allora $3b_1$ (o $3hb_1$, essendo h un conveniente fattore numerico) si può prendere come *curvatura affine* j, e c_2 si esprime in funzione di a_1 e j mediante la (22). La retta congiungente P col punto $(x_2 : a_1^2,\ y_2 : a_1^2)$ sarà la *normale affine*. Tutto ciò non vale per le parabole, per le quali si riconosce essere $\theta_2 = 0$.

Analogamente si procede per una curva sghemba. Partendo dall'equazione

$$f^{IV} + 4\beta f''' + 6\gamma f'' + 4\delta f' = 0$$

cui soddisfanno $x(u)$, $y(u)$, $z(u)$, la si trasformerà in

$$f_4 + 4b_1 f_3 + 6c_2 f_2 + 4d_3 f_1 = 0$$

ove

$$b_1 = \beta + 3S/2\,,$$
$$c_2 = \gamma + 2S\beta + (7S^2 + 4S')/6,$$
$$d_3 = \delta + (S^2 + S')\,\beta + 3S\gamma/2 + (S^3 + 3SS' + S'')/4;$$

poi si riconoscerà che

$$\theta_2 = 27c_2 - 22b_1^2 - 12b_2$$

è indipendente da A, quindi intrinseco ed invariante per affinità (come b_1, c_2, d_3). Perciò si prenderà (23) come arco affine elementare; poi $4b_1 : a_1$, $4d_3 : a_1^3$ come curvature affini j, k, ecc.

Che se poi è $\theta_2 = 0$, si può assumere $a_1 = \sqrt[3]{\vartheta_3}$ in A, essendo $\vartheta_3 = 60d_3 - 72b_1c_2 + 32b_1^3 - 6b_3 - 9c_3$ indipendente da A.

Torino, 20 marzo 1922.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Aprile 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Faggi, Luzio, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Pacchioni e Valmaggi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 26 marzo u. s.

L'Accademico Segretario, presentando alla Classe il recentissimo volume *Miscellanea di Studi Danteschi. Dante e il Piemonte*, edito dai Fratelli Bocca per iniziativa della nostra Accademia, crede sia doveroso rivolgere un vivo ringraziamento al Socio Cian, che ebbe tanta e così cospicua parte nella pubblicazione del volume. E il Socio Cian, ringraziando, ritiene che un ringraziamento sia dovuto agli egregi suoi collaboratori, non che ai coraggiosi editori, i quali, benchè siano stati aiutati dal contributo pecuniario del Ministero della Pubblica Istruzione, si addossarono per conto loro un'ingente spesa, affinchè la pubblicazione riuscisse decorosa e degna. La Classe si associa unanime ai sentimenti espressi così dall'Accademico Segretario come dal Socio Cian.

Digitized by Google

Dal Socio PRATO sono presentate con parole, che ne segnalano la notevole importanza, le seguenti pubblicazioni del nostro Socio corrispondente Silvio LIPPI: *L'Archivio comunale di Cagliari* (1897); *Re e Principi della Dinastia Sabauda in Sardegna* (1899); *Lettere inedite del Barone Giuseppe Manno a Pietro Martini. 1835-1866* (1902); *Inventario del R. Archivio di Stato di Cagliari* (1902); *La libreria di Monserrato Rossellò giureconsulto e bibliografo sardo del sec. XVI* (1912). La Classe ringrazia vivamente il donatore.

Il Socio CIAN « si dice lieto di presentare in omaggio alla « Classe, in nome dell'editore cav. Giovanni Chiantore, il bel vo- « lume contenente *Le Poesie* di Arturo GRAF. Dopo aver inco- « raggiato l'egregio editore all'impresa non lieve, egli adempie « questo dovere gradito con un'emozione pari alla compiacenza, « anche perchè questo suo atto gli sembra quasi un corollario « di quella Commemorazione che dell'indimenticabile Maestro « ed amico ebbe l'onore di tenere a questa Accademia. Un « corollario, perchè appunto in quel suo discorso commemorativo « aveva espresso il voto che non si tardasse a riunire in un sol « volume su carta velina le varie raccolte di versi pubblicate « e ripubblicate dal GRAF. Ora quel voto — ricordato dal CIAN « nell'*Avvertenza* al volume stesso — è realizzato e nella forma « più degna, tale da onorare l'arte editoriale italiana. Questo « volume, arricchito d'un ritratto fra i men noti del Poeta, « mentre soddisfa alle continue richieste del pubblico, il quale « aveva esaurite parecchie edizioni delle sei raccolte poetiche « Grafiane, gioverà a far conoscere sempre più e a far meglio « apprezzare il nobile cantore di *Medusa*, di *Dopo il tramonto*, « di *Danaidi*, di *Morgana*, dei *Poemetti drammatici* e delle *Rime* « *della Selva*.

« Il CIAN non crede d'essere un profeta temerario o im- « prudente asserendo che con questo volume si affretterà l'av- « vento di quel giorno della piena giustizia, che anche al GRAF « poeta non potrà mancare. Infatti, in questa vasta silloge lirica,

Digitized by Google

« tutta sincerità, nobiltà d'ispirazione, di fantasia, di sentimento, « di pensiero, appare un'individualità di poeta così nettamente « distinta da qualsiasi altra, così ben rilevata, così ricca di ori- « ginalità, di sostanza spirituale, tutto un mondo dolorante e « tormentato, e con tale coerenza psicologica ed estetica — pur « nelle inevitabili oscillazioni, pur in quei multiformi contrasti « che sono essi medesimi cagione ed espressione d'interessante « lirismo — da offrire i requisiti essenziali di quella poesia che « è destinata, se non a raccogliere universalità di facili con- « sensi, a durare, sfidando le minacce degli anni, i capricci della « volubile moda, e gli arbitrî, le tirannie, gl'ingiusti ostracismi « di certa critica appassionata e preconcetta che nella sua « stessa esagerazione trova la più severa delle condanne ».

La Classe, mentre esprime il suo pieno consenso al Socio Cian, ringrazia l'egregio editore Cav. Chiantore per il prezioso dono.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 23 Aprile 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Intervengono i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: SALVADORI, D'OVIDIO, PEANO, FOÀ, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, PONZIO ed HERLITZKA il quale funge da Segretario;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: RUFFINI, DE SANCTIS, BRONDI, SCHIAPARELLI, PRATO, PACCHIONI e FAGGI.

Scusano l'assenza i Soci PARONA, STAMPINI, CIAN, SACCO e SEGRE.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza (26 giugno 1921).

Dietro invito del Presidente il Socio SOMIGLIANA dà lettura della Relazione della Commissione per il 22° Premio Bressa, sulla quale è aperta la discussione.

Il Socio FAGGI osserva che la massima parte dei soci, che è incompetente nelle materie, alle quali si riferiscono i lavori da giudicare, si trova in grande imbarazzo nel dare il proprio voto, quando la stessa Commissione non ha potuto venire ad una proposta precisa.

Il Presidente fa notare che esistono particolari regolamenti che vincolano l'Accademia e che le impediscono di sottrarsi al

Digitized by Google

dovere di assegnare il premio. Nel caso presente poi non è concesso di addivenire ad una divisione del premio. Il quesito ora sottoposto all'Accademia è stato a lungo vagliato dalla Commissione e il risultato dei suoi diligenti e coscienziosi dibattiti è consegnato nella Relazione.

Il Socio Pacchioni esprime il desiderio che i competenti esprimano il loro parere.

Il Socio D'Ovidio premette che la posizione nella quale si trova ora l'Accademia si ripete in tutti i consessi che devono assegnare premi, così anche ai Lincei; ciò non di meno si procede in quanto ciascuno vota secondo la propria impressione. Quanto al premio Bressa un'indicazione può esser data dal testamento che fa cenno specialmente dell'utilità di una scoperta. Secondo l'oratore la scoperta del Vercelli ha una portata pratica maggiore dell'altra.

Il Socio Guidi è dell'avviso chè sia fuori di posto di entrare in una discussione sul merito dei lavori; poichè l'Accademia ha dato mandato di fiducia alla Commissione, ora deve seguirla nelle conclusioni.

Il Presidente è su questo punto di parere diverso, avendo la Commissione il còmpito di fornire all'Accademia gli elementi informativi, su cui ogni socio ha diritto di discutere.

Il Socio Faggi ha voluto con le sue prime osservazioni ottenere criteri pratici che permettessero ai soci di prendere posizione nella votazione. Egli chiede ora spiegazioni sulla portata delle disposizioni testamentarie.

Il Presidente dà lettura del testamento Bressa: il Presidente osserva che questo dispone che il premio sia assegnato tenendo conto di due elementi: dell'utilità pratica e dell'importanza scientifica dell'opera. Si tratta quindi di un'alternativa che è lasciata al giudizio dei soci.

Il Socio Foà desidera richiamare alla memoria un precedente occorso all'Accademia nella assegnazione del premio e

Digitized by Google

che dimostra come non sia possibile fare previsioni sull'utilità pratica di una scoperta. Il precedente si riferisce al caso in cui l'Accademia doveva stabilire l'assegnazione del premio o alla scoperta dell'Argon o a quella del siero antidifterico. Il premio fu assegnato alla prima.

Il Presidente afferma ancora una volta la necessità che ogni Socio dia il suo voto assumendosi intera la propria responsabilità.

Non chiedendo altri la parola il Presidente dichiara chiusa la discussione e rimanda la votazione sull'assegnazione del Premio Bressa alla adunanza del 30 aprile.

Digitized by Google

Relazione della 2ª Commissione per il XXII Premio BRESSA per il quadriennio 1917-1920.

Al XXII Premio Bressa hanno concorso i signori:

1. Ercolano VANNINI,
2. Giancarlo VALLAURI,
3. Olinto DE PRETTO.

Le conclusioni alle quali la Commissione è pervenuta, dopo maturo esame dei singoli lavori dei candidati, sono le seguenti:

1. Ercolano VANNINI presenta un opuscolo che si intitola *Le grandi rilevazioni sul circolo*, ed anche *Il problema della quadratura del circolo*. In tale lavoro l'A. svolge considerazioni per le quali egli asserisce che il circolo è un poligono di un grandissimo e definito numero di lati. Quale sia questo numero definito di lati l'A. non si attenta a dire. Ma svolge intorno a quel concetto una serie di vane considerazioni; e infine, in base ad esso, viene a concludere che la quadratura del circolo deve essere possibile: senza mostrare di aver alcuna idea precisa di ciò che si possa intendere per " quadratura del circolo „. Non vi è in questo scritto, neppur lontanamente, alcunchè di scientifico. È quindi superfluo aggiungere che non lo si può prendere in considerazione per il premio Bressa!

2. Giancarlo VALLAURI presenta sei memorie a stampa che si esaminano particolarmente.

Memoria 1ª: *Sul funzionamento dei tubi a vuoto a tre elettrodi (audion), usati nella radiotelegrafia.* In questa prima memoria l'A. dà un saggio di teoria di tali tubi, che, come è noto, tanta importanza hanno acquistato nella pratica radiotelegrafica, telefonica, telegrafica e nella elettrotecnica in genere.

Egli, dopo aver richiamato le generalità sull'argomento, stabilisce, con criterii semplici, il modo di determinare le cosidette *caratteristiche* di funzionamento di quei congegni. Con semplificazioni che sembrano lecite, fa vedere come il fenomeno

Digitized by Google

possa essere in molti casi pratici rappresentato da una equazione lineare, ed in base a ciò spiega il modo di comportarsi degli audion sia come magnificatori, sia come generatori ad accoppiamento magnetico od elettrico. Per trattare poi il caso dell'audion rivelatore, l'A. abbandona l'idea delle caratteristiche piane, e stabilisce al riguardo una formula empirica dedotta dai diagrammi sperimentali.

Memoria 2ª: *Prove comparative sugli audion.* In questa seconda memoria l'A. descrive i risultati ottenuti sperimentando con cinque campioni di audion, forniti da varie case costruttrici. Trova così un accordo soddisfacente fra le conclusioni della prima memoria e tali esperienze, e stabilisce dei criteri di comparazione fra i gradi di incandescenza del filamento. Nota inoltre l'esistenza di una forma di isteresi vischiosa nel funzionamento dei detti apparecchi a vuoto, e dei fenomeni di invecchiamento, i quali fatti per altro sono, almeno in linea sommaria, assai conosciuti da tutti coloro che sperimentano con gli audion.

Le dette due prime memorie sono in istretta reciproca dipendenza, in quanto che nella prima si espone una rappresentazione analitica dei fenomeni presentati negli audion, e nella seconda sono esposte delle esperienze in accordo con la rappresentazione. L'autore, oltre a mostrarsi assai padrone dei metodi di calcolo della moderna elettrotecnica, si rivela in tali lavori sperimentatore coscienzioso, accurato e paziente. Ma, come egli stesso confessa, il suo lavoro non riguarda per nulla la interpretazione fisica del funzionamento dell'audion, interpretazione che non è stata sinora data con tutta sicurezza da alcuno, e che, di proposito, è stata lasciata da parte dall'autore delle presenti ricerche. Oltre a ciò l'importanza del lavoro sperimentale del Vallauri sarebbe stata assai maggiore, se egli avesse potuto portare qualche contributo sull'influenza delle modalità costruttrici degli audion sul loro funzionamento. Anche ciò è riconosciuto dall'autore stesso, il quale dice di non essersi potuto occupare nelle sue relazioni, del grado di rarefazione del bulbo, della forma e della posizione degli elettrodi, della natura di questi, e del modo di preparazione degli audion perchè tali questioni sono, per ragioni di ufficio, riservate. Certamente uno studio su tali problemi potrebbe gettare molta luce sul lato fisico e teorico del funzionamento degli audion, e potrebbe sug-

Digitized by Google

gerire felici innovazioni sulla tecnica costruttrice di questi apparecchi.

Memoria 3ª: *Su le relazioni fra i parametri del ferromagnetismo.* È la trattazione di un tema posto a concorso, per il premio di elettrotecnica M. Grassi, dall'Accademia delle scienze di Napoli. Il quesito era di indagare se e quali relazioni esistano fra permeabilità e isteresi magnetica. Il Vallauri trattò il tema ampiamente e riuscì a formulare una relazione empirica approssimata; che cioè è prossimamente costante il prodotto della permeabilità magnetica per il coefficiente di isteresi nella nota formula di Steinmetz. Ma lo studio della questione ha dato occasione all'autore di intravedere anche la probabilità di altre relazioni, ed ha servito a mettere in evidenza le lacune delle esperienze fatte finora sui materiali magnetici e le manchevolezze delle teorie finora conosciute. La Memoria fu dall'Accademia di Napoli giudicata meritevole del premio perchè realmente essa rispondeva in modo esauriente al tema del concorso.

Memoria 4ª: *Sul funzionamento al mezzo sincronismo della macchina polifase con rotore monofase.* È una discussione molto accurata ed interessante dei fenomeni che avvengono nella macchina, illustrata da esperimenti per dimostrare che tutte le caratteristiche di questo speciale funzionamento si interpretano in modo soddisfacente coi noti principi di elettrotecnica.

Memoria 5ª: *Misure del campo elettromagnetico di onde R. T. transoceaniche.* In questo lavoro si parla di talune misure eseguite nell'Istituto elettrotecnico e radiotelegrafico della Marina in Livorno, sull'intensità di recezione radiotelegrafica, di onde partenti dalle stazioni di Annapolis (circa 7000 Km. di distanza).

Il lavoro presenta un certo interesse, per le particolari condizioni in cui le misure furono eseguite, giacchè esso può fornire nuovi elementi per lo studio della *portata* delle stazioni radiotelegrafiche e dell'influenza della luce solare sulla portata stessa; ma per arrivare a conclusioni veramente decisive occorrerebbe un numero maggiore di osservazioni nelle condizioni più disparate, e, caso per caso, ben controllate. Si comprende, per altro, la difficoltà di realizzare tutto ciò, in conseguenza della lontananza delle stazioni estreme.

Nella Memoria 6ª *Sui problemi relativi all'impianto delle reattanze di protezione, sistema Petersen*, il Vallauri espone i ri-

Digitized by Google

sultati di esperienze da lui eseguite sulla rete trifase della Società Ligure Toscana a 30000 Volt, collo sviluppo di 268 Km., per studiare il funzionamento del sistema di protezione in diverse condizioni, e giunge a conclusioni di interesse pratico ragguardevole. La regola adottata d'ordinario per calcolare la reattanza di protezione, in relazione colle caratteristiche dell'impianto, presuppone che l'onda di corrente sia sinoidale, ciò che raramente avviene.

Il Vallauri osserva e dimostra che, anche se la f. e. m. fornita dai generatori è prossimamente sinoidale, la corrente di scarica, dovuta alle sovratensioni, è sempre fortemente deformata, e la deformazione è resa ancora maggiore dalla presenza del nucleo di ferro nella spirale di protezione. La presenza delle armoniche nella corrente rende incompleta la compensazione prodotta dalla detta spirale. Perciò l'autore consiglia anzitutto di costruire la spirale in modo che si possa regolare, variandolo, il valore della reattanza; ma poi osserva giustamente che converrà studiare se non sia preferibile, almeno in certi casi, costruirla senza nucleo di ferro, appunto per evitare la formazione di armoniche, che ne riducono sempre notevolmente la efficacia di protezione.

Dall'esame delle singole memorie del Vallauri, risulta chiaro alla Commissione, che pur rappresentando esse nel loro complesso una mole di lavoro assai ragguardevole, che svela nell'autore soda cultura teorica, e grande attitudine sperimentale, nessuna di esse possa singolarmente essere considerata come scoperta insigne ed utile, nè opera veramente superiore. Per cui la Commissione ritiene che non possasi prendere in considerazione il concorrente Vallauri per il conferimento del premio Bressa.

Olinto De Pretto concorre con un volume dal titolo: *Lo spirito dell'Universo.*

Tale libro è edito nel 1921; sembrerebbe quindi che esso non possa essere preso in esame perchè pubblicato fuori dei termini del concorso, nè vale a modificare tale dubbio il fatto che esso rappresenta, sia pure ampliata, una seconda edizione di una Memoria degli *Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, giacchè tale Memoria è del 1904. Comunque il libro in parola è stato esaminato, anche perchè l'ultimo capitolo porta la data stampata del settembre 1920.

Digitized by Google

L'idea fondamentale che guidò l'autore nella sua compilazione, consiste in un tentativo di spiegazione della gravitazione universale. Egli, modificando la ben nota e vecchia concezione del Lesage, sull'esistenza delle particelle ultramondane, ammette che la forza di gravitazione provenga da vibrazioni dell'etere luminifero. Ma nella sua esposizione non si comprende se si debba paragonare il fenomeno al movimento delle molecole di un gas, come nella teoria cinetica, od a vibrazioni provenienti da regioni lontanissime, come le particelle del Lesage. Forse però le due idee erano entrambe nella mente dell'autore; ma esse appariscono confuse, indistinte e talvolta in contraddizione. A parte ciò giova osservare che se la prima idea fosse giusta, non è comprensibile come dal movimento delle particelle dell'etere possa nascere l'attrazione di due corpi (non si ha, infatti, attrazione di due corpi solidi immersi in un gas caldo). Se, viceversa, la seconda idea è da accettarsi, potrebbe forse trattarsi di ipotetiche vibrazioni longitudinali dell'etere, ma ciò non è detto esplicitamente dall'autore. Chè se, infine, si dovesse trattare di vibrazioni trasversali, difficilmente queste potrebbero trovare posto tra tutte le altre ben conosciute dal fisico, che partono, si può dire, da una lunghezza d'onda infinita (onde elettriche) sino ad arrivare a quelle estremamente piccole dei raggi X.

Il tentativo del De Pretto non ha dunque seria base scientifica e non può prendersi in considerazione per il conferimento del premio Bressa.

Le conclusioni della prima Commissione rispetto a questi concorrenti furono già presentate in seduta plenaria del 29 maggio 1921 alla R. Accademia, che le ha approvate.

La seconda Commissione ha dovuto in seguito prendere in considerazione altre proposte che, già alla prima Commissione, erano state presentate da alcuni Soci dell'Accademia.

Dopo approfondito esame delle opere di questi candidati, le conclusioni della Commissione furono presentate all'Accademia, la quale decise nella seduta del giorno 30 aprile 1922 con voti 22 sopra 25 votanti che il premio Bressa fosse assegnato al Prof. Francesco Vercelli, Direttore dell'Osservatorio Geofisico di Trieste.

La parte della relazione che riguarda questo candidato è la seguente.

Digitized by Google

Francesco VERCELLI: Le pubblicazioni di questo candidato esaminate dalla Commissione sono varie, e riguardano la previsione della pressione atmosferica. Di esse le prime due (nelle quali è annunziato lo scopo delle ricerche, fissata la teoria di un nuovo metodo di previsione, e sono riportate talune osservazioni di controllo della teoria stessa) sono datate dal 1915 e 1916. Dalle altre pubblicazioni posteriori al 1° gennaio 1917 apparisce come il metodo di previsione del Vercelli abbia dato brillanti risultati, e ciò anche secondo l'asserzione di autorità e di competenti (1). Per cui la Commissione ritiene che proprio dentro il quadriennio per il quale l'attuale premio Bressa può essere conferito, le idee ed i metodi del Vercelli abbiano avuto quella sanzione che prima ad esse mancava. Poichè soltanto in base a tale sanzione può farsi un giudizio adeguato dei metodi proposti dal Vercelli, così la Commissione ha ritenuto che nessuna obiezione possa sollevarsi in riguardo all'epoca in cui le ricerche del Vercelli sono state pubblicate. Questa conclusione è già stata accettata dalla R. Accademia.

È noto come il principale fattore delle condizioni meteorologiche di una località qualsiasi del nostro globo sia la pressione atmosferica. Dalla conoscenza del valore di essa, del modo con cui questo valore è stato raggiunto (cioè se in fase ascendente o discendente), della rapidità con cui tali variazioni si sono manifestate, della distribuzione della pressione stessa nelle altre località più o meno prossime o discoste, e da criteri variabili da punto a punto della superficie terrestre, si sono già da tempo stabilite norme per la previsione del tempo meteorologico. Ma queste previsioni non vanno, di solito, al di là di un paio di giorni circa, nè sono basate su criteri scientificamente determinati.

Uno studio, più accurato di quel che sinora si era fatto, delle variazioni della pressione atmosferica col tempo, potrebbe quindi facilitare e probabilmente ampliare i limiti di tempo di tali previsioni, ed è questa l'idea che ha guidato il Vercelli nel

---

(1) Va sopratutto notato un ordine del giorno del Comando della 3ª armata dell'8 gennaio 1918 nel quale è detto che il metodo Vercelli, per la previsione meteorologica anche a lunga scadenza, aveva dato buoni risultati in tutta la campagna del 1917.

Digitized by Google

suo lavoro. Egli ha così avanzato l'ipotesi che, nelle variazioni dei valori della pressione atmosferica in una data località, potessero riscontrarsi *periodi* di oscillazione insospettati, che sovrapponendosi e smorzandosi variamente, potessero dar luogo ai complicati barogrammi osservati dai meteorologi. Prima del Vercelli tale possibilità era stata generalmente esclusa. Esistevano soltanto accenni da parte di taluni autori, al fatto che l'apparente irregolarità delle curve sia dovuta alla coesistenza di onde semplici.

Spetta per altro al Vercelli il merito di avere messo in chiara luce la effettiva esistenza di periodi marcatissimi che compongono in molti casi i detti barogrammi. Così egli ha constatato che, oltre al periodo di un giorno, ricorrono spesso quelli di circa 2, 4, 8, 16, 32 giorni, cioè di numeri che si succedono secondo le potenze di 2. La cosa, pur non trovando riscontro in alcuna considerazione di carattere teorico atta a spiegarla, è certamente di un grande interesse pratico, ed ha anche una grande portata scientifica, in quanto enuncia e dimostra una legge nuova finora insospettata, in un campo ove il caso sembrava dominasse sovrano.

Il Vercelli per verificare la esistenza di tali onde si serve del metodo, specialmente sviluppato dal Chrystall, per lo studio delle oscillazioni lente (sesse) dei laghi. E con un lavoro lungo e faticoso durato vari anni ha accumulato un materiale di analisi immenso di diagrammi barometrici direttamente con disegni a mano. In seguito il lavoro divenne più spedito quando coll'aiuto dell'ing. Tavanti dell'ufficio aerologico potè disporre di un congegno speciale grafico, che rende assai più semplice e precisa la ricerca.

I diagrammi ottenuti confermano l'esistenza della legge soprannunciata.

Fra questi barogrammi, quelli che si riferiscono principalmente alla stazione meteorologica dell'istituto geofisico di Trieste fanno vedere una grande analogia tra le curve barometriche osservate, e quelle ottenute per sintesi, cioè ricomponendo le curve armoniche semplici, ottenute per residuazione. Ciò dimostra che il non avere spinto l'indagine a periodi all'infuori di quelli già detti (2, 4, 8, 16, 32 giorni circa) non comporta errore sensibile. Questo è già un risultato assai interessante, rappresen-

Digitized by Google

tando un dato di fatto inoppugnabile. Rimane da vedere quanto sia attendibile e lecito, il ritenere assai probabili le curve ottenute per extrapolazione sino ad un periodo di 15 giorni circa. Ora, da un canto, come si è detto, l'osservazione ha più volte confermato le previsioni fatte con tale metodo, dall'altro sembra che lo smorzamento delle singole componenti (specie quelle di periodo più lungo) non sia troppo elevato, e quindi le curve previste sono effettivamente attendibili, con approssimazione più o meno grande, a seconda dei casi.

Il metodo di previsione del tempo, ideato dal Vercelli, già in un quadriennio circa, si è appalesato come una vera conquista della scienza meteorologica; esso dovrà evidentemente essere sottoposto ancora a verifiche sistematiche e prolungate; per il che occorrerà la collaborazione di osservatori siti in località disseminate su tutta la superficie terrestre, affinchè, dai nuovi risultati, si possa sperare in avvenire di risalire a teorie ben fondate sulla dinamica dell'atmosfera.

Ma indipendentemente anche dalla utilità pratica del metodo, che potrà subire modificazioni e che si va ora rivelando di una grande portata anche in ordine ad altri fenomeni geofisici, resta ormai incontrastato l'acquisto di una legge fondamentale per le oscillazioni barometriche, la prima forse di carattere veramente generale in questo campo fenomenologico.

La Commissione:

Andrea Naccari
Quirino Majorana
Corrado Segre
Guido Grassi
Pio Foà
Gaetano De Sanctis
Francesco Ruffini
Federico Patetta
Ernesto Schiaparelli
Giuseppe Prato.
Carlo Somigliana, *relatore*

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Aprile 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Ponzio e Herlitzka, il quale funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Parona e Sacco.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Foà presenta in omaggio all'Accademia il IX Capitolo del suo trattato di anatomia patologica redatto dal prof. Pepere e riguardante le ghiandole endocrine.

Il Socio Ponzio presenta, per la stampa negli *Atti*, una Nota intitolata: *Ricerche sulle diossime.*

Digitized by Google

LETTURE

Ricerche sulle diossime

Nota del Socio nazionale residente GIACOMO PONZIO

Per azione dell'idrossilamina sull'isonitrosobenzoilacetone $CH_3.CO.C(:NOH).CO.C_6H_5$ Ceresole [1] ottenne una sostanza fusibile a 178° che considerò come una delle due possibili α-diossime del metilfeniltrichetone $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CO.C_6H_5$ e $CH_3.CO.C(:NOH).C(:NOH).C_6H_5$ ed alla quale nel " Beilstein " [2] è attribuita la prima di queste formole ed il nome di butiltrionfendiossima. Secondo le mie esperienze il prodotto della reazione sopra citata è invece una miscela di due diossime fusibili rispettivamente a 135° ed a 194°; non però una miscela delle due α-diossime, isomere di struttura, $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CO.C_6H_5$ metilbenzoilgliossima e $CH_3.CO.C(:NOH).C(:NOH).C_6H_5$ acetilfenilgliossima, il che, d'altronde, era da ritenersi improbabile in considerazione del comportamento dell'isonitrosobenzoilacetone verso alcuni reattivi del carbonile. Infatti secondo Wolff [3] e Sachs ed Alsleben [4] l'isonitrosobenzoilacetone dà con p-nitrofenilidrazina il p-nitrofenilidrazone $CH_3.C(:N.NHC_6H_4NO_2).C(:NOH).CO.C_6H_5$ ed è trasformato dalla idrazina, dalla fenil-, dalla p-bromofenil-, dalla p-nitrofenilidrazina e dalla semicarbazide in derivati del 3-metil-5-fenilpirazolo

$$\begin{array}{lcl} CH_3.C & \text{———} & CH \\ \quad\ \| & & \| \\ \quad\ N-NH & - & C.C_6H_5 \end{array}$$

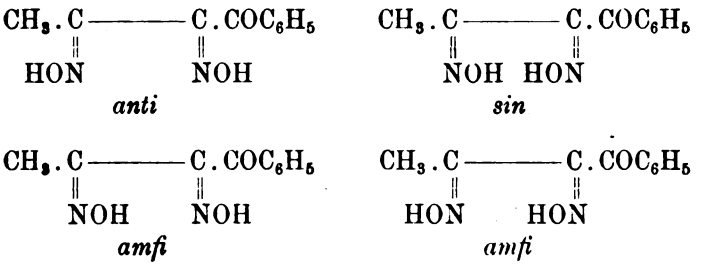
(1) *B. 17*, 815 (1884).
(2) Vol. III, pag. 270.
(3) *A. 325*, 194 (1902).
(4) *B. 40*, 672, 674, 675, 676, 677 (1907).

Digitized by Google

ed in tutti questi casi viene sempre inizialmente sotituito l'ossigeno del carbonile in α e non quello del carbonile in β.

Le due diossime da me isolate con un procedimento molto semplice che esporrò più avanti, sono due *forme* della metilbenzoilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . C_6H_5$; e che la loro isomeria non sia dovuta ad una differente posizione degli ossiminogruppi nella catena degli atomi di carbonio è provato nella parte sperimentale di questo lavoro.

Ciò premesso, adottando la teoria di Hantzsch e Werner sull'isomeria delle α-diossime, si dovrebbero attribuire alle due metilbenzoilgliossime due delle seguenti quattro configurazioni:



ma, riferendomi a quanto ho detto nella Nota II su questo argomento [1] ed in base al comportamento chimico delle mie gliossime, ritengo che esse non siano semplici isomeri nello spazio, e che la causa della loro isomeria sia di tutt'altra natura di quella finora ammessa per le diverse *forme* delle α-diossime.

Limitandomi a considerare soltanto il comportamento delle due metilbenzoilgliossime verso il tetrossido di azoto [2] (reattivo che si impiega in soluzione eterea, a bassa temperatura, e che, come è noto, non è capace di provocare trasposizioni intramolecolari), soggiungerò che, nelle identiche condizioni, una di esse, quella fusibile a 135° e che distinguerò col prefisso α, è trasformata dal tetrossido di azoto in α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-cheto-fenilbutano $CH_3 . C(:NOH) . C(:N_2O_3) . CO . C_6H_5$, mentre l'altra, quella fusibile a 194° e che distinguerò

---

(1) *G.* 52, II, 289 (1922).

(2) Del comportamento verso altri reattivi dirò in una prossima Nota.

Digitized by Google

col prefisso β, è trasformata nel perossido (furossano) CH_3. $(C_2N_2O_2)$. CO. C_6H_5. La formazione di una chetopseudonitrolossima dimostra in modo indubbio che *nella α-metilbenzoilgliossima i due ossiminogruppi non sono equivalenti*, nel senso che uno di essi (quello in α) rimane inalterato, mentre l'altro (quello in β) è sostituito col gruppo $> N_2O_3$; la formazione di un perossido dimostra che *nella β-metilbenzoilgliossima i due ossiminogruppi sono equivalenti*, nel senso che ambedue perdono, per azione del tetrossido di azoto, il loro atomo di idrogeno.

Siccome la teoria di Hantzsch e Werner non permette di spiegare questi fatti, e siccome, d'altra parte, coll'ipotesi della isomeria geometrica non è neppure possibile scegliere fra le quattro configurazioni sopra citate due che si accordino colle altre proprietà dei composti CH_3. C (:NOH). C (:NOH). CO. C_6H_5, io credo di poter escludere che le due metilbenzoilgliossime differiscano fra di loro unicamente per la posizione relativa degli ossidrili nello spazio; e tenendo conto di tutto il comportamento della α-metilbenzoilgliossima, ritengo che essa si debba rappresentare coll'equilibrio fra le due forme tautomere nitrosoossimica e diossimica CH_3. C (:NOH). CH (NO). CO. C_6H_5 $\rightleftarrows$ CH_3. C (:NOH). C (:NOH). CO. C_6H_5. La formola di α-ossimino-β-nitroso-γ-cheto-fenilbutano CH_3. C (:NOH). CH (NO). CO. C_6H_5 lascia prevedere come per azione del tetrossido di azoto possa trasformarsi, per sostituzione dell'atomo di idrogeno in β col nitrogruppo, in α-ossimino-β-nitroso-nitro-γ-cheto-fenilbutano CH_3. C (:NOH). C (NO) (NO_2). CO. C_6H_5 (α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-cheto-fenilbutano CH_3. C (:NOH). C $(:N_2O_3)$. CO. C_6H_5); la formola di α, β-diossimino-γ-cheto-fenilbutano CH_3. C (:NOH). C (:NO). CO. C_6H_5 spiega come possa fornire un diacetilderivato CH_3. C $(:NOCOCH_3)$. C $(:NOCOCH_3)$. CO. C_6H_5, possa perdere una molecola di acqua trasformandosi in metilbenzoilfurazano

$$\begin{array}{ccc} CH_3.C & \text{———} & C.COC_6H_5 \\ \| & & \| \\ N & —O— & N \end{array}$$

e per azione dell'idrossilamina possa dare la triossima del metilfeniltrichetone CH_3. C (: NOH). C (: NOH). C (: NOH). C_6H_5. Insomma, nell'α-metilbenzoilgliossima (come nella metilacetilgliossima CH_3. C (:NOH). C (:NOH). CO. CH_3, simile ad essa

Digitized by Google

sotto molti riguardi, e della quale mi sono occupato nella Nota II), l'atomo di idrogeno di uno dei due ossiminogruppi, e precisamente di quello in β, sarebbe mobile e capace di migrare dal carbonio all'ossigeno $>C\begin{matrix}H\\NO\end{matrix} \rightleftarrows >C=NOH$.

In quanto alla β-metilbenzoilgliossima tutto il suo comportamento si accorda colla formola di α-β-diossimino-γ-cheto-fenilbutano $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . C_6H_5$; infatti è deidrogenata dal tetrossido di azoto e trasformata nel perossido (furossano) $CH_3 . (C_2N_2O_2) . CO . C_6H_5$, dà un diacetil- ed un dibenzoilderivato, può perdere una molecola di acqua anidrizzandosi in metilbenzoilfurazano

$$CH_3 . C \overset{\|}{N} — O — \overset{\|}{N} C . COC_6H_5$$

e per azione dell'idrossilamina dà la metilfeniltrichetontriossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$; insomma è una vera α-diossima. Essa si può ritenere la forma stabile della α,β-diossima del metilfeniltrichetone, ed in realtà risulta dalla α-gliossima per riscaldamento con alcuni solventi o per azione delle basi. Però l'isomerizzazione provocata da queste ultime non avviene in modo sensibile alla temperatura ordinaria e soltanto lentamente verso i 100°, il che dimostra come la α-metilbenzoilgliossima non sia un nitrosoderivato nello stretto senso della parola. Infatti è noto che sciogliendo negli idrossidi dei metalli alcalini i nitrosoderivati $R . CH(NO) . R_1$ essi si trasformano immediatamente in ossime $\begin{matrix}R\\R_1\end{matrix}\!\!>\!C\begin{matrix}H\\NO\end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix}R\\R_1\end{matrix}\!\!>\!C=NOH$, mentre dalla sua soluzione nell'idrossido di sodio la α-gliossima si può di nuovo estrarre inalterata con etere.

Ad ogni modo, poichè delle tre α-diossime che ho finora assoggettato all'azione del tetrossido di azoto, due, cioè la metilacetilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . CH_3$ e l'α-metilbenzoilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . C_6H_5$, non sono trasformate nei corrispondenti perossidi (furossani); e delle due metilbenzoilgliossime soltanto una, cioè la β, viene deidrogenata, è evidente che *non tutte le α-diossime si comportano come se contenessero il gruppo* — C(:NOH) . C(:NOH) — e che, almeno nel caso da me studiato, *l'isomeria delle diverse forme di una*

Digitized by Google

α-diossima dipende dalla differente struttura di uno dei due ossiminogruppi.

Passando ora a considerare l'isonitrosobenzoilacetone $CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . C_6H_5$ e tenendo presente che il suo gruppo ossimico ha la stessa posizione di quello in β della α-metilbenzoilgliossima, è evidente che converrà rappresentarlo coll'equilibrio $CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . C_6H_5 \rightleftarrows CH_3 . CO . CH(NO) . CO . C_6H_5$ ed ammettere che anche in esso l'atomo di idrogeno ossimico sia mobile, cioè possa migrare dall'ossigeno al carbonio. Allora potremo spiegarci senza difficoltà come per azione dell'idrossilamina dia due gliossime, in una delle quali (cioè nella α-metilbenzoilgliossima) detto equilibrio sussiste ancora, mentre nell'altra (cioè nella β-metilbenzoilgliossima) esso è completamente spostato verso sinistra. Inoltre la formola di α-cheto-β-nitroso-γ-cheto-fenilbutano $CH_3 . CO . CH(NO) . CO . C_6H_5$ ci dà facilmente ragione del comportamento dell'isonitrosobenzoilacetone verso l'idrazina, la quale, secondo Wolff [1], lo trasforma, per eliminazione di una molecola di acqua, in 3-metil-4-nitroso-5-fenilpirazolo

$$\begin{array}{l} CH_3 . C \text{———} C . NO \\ \quad\quad \| \quad\quad\quad\quad \| \\ \quad\quad N — NH — C . C_6H_5 \end{array}$$

e verso la fenil-, la p-bromofenil-, la p-nitrofenilidrazina e la semicarbazide, le quali secondo Wolff (loc. cit.) e Sachs ed Alsleben [2] lo trasformano in derivati di quest'ultimo.

La β-metilbenzoilgliossima, al pari di tutte le α-diossime che Tschugaeff considera come forme *sin* (e che io chiamo ancora così per semplicità, pur non accettando, per le ragioni già dette, la teoria di Hantzsch e Werner), presenta la caratteristica reazione da me trovata [3] di intaccare in soluzione acquosa il nichel, il rame, il cobalto ed il ferro e di formare coi primi tre metalli dei *sali complessi*, derivanti *da due molecole* di gliossima per sostituzione di due atomi di idrogeno, uno per ciascuna molecola, con un atomo di metallo bivalente. Sulla costituzione

---

[1] *A. 325*, 194 (1902).
[2] *B. 40*, 672, 674, 675, 676, 677 (1907).
[3] *G. 51*, II, 213 (1921).

Digitized by Google

di questi sali non intendo per ora discutere; li accenno qui per soggiungere che la α-metilbenzoilgliossima non reagisce nè col nichel, nè col rame, nè col cobalto, nè col ferro metallici, ma trattata coi sali ramici può dare origine ad un sale ramico che deriva *da una sola molecola* di gliossima per sostituzione dei due atomi di idrogeno con un atomo di rame bivalente e che perciò è di natura affatto diversa da quella del sale ramico della β-gliossima. A quanto mi consta di sali di detto tipo se ne conosce finora uno solo, di nichel, ottenuto da Atack (1) dalla γ-benzildiossima (forma γ della difenilgliossima) ed al quale detto Autore attribuisce la struttura

$$\begin{matrix} C_6H_5 - C = NO \\ | \qquad\quad \diagdown \\ C_6H_5 - C = NO \end{matrix} \diagup Ni,$$

ritenendo conseguentemente che nella γ-benzildiossima i due atomi di idrogeno ossimico abbiano funzione acida; mentre ammette che nella α-benzildiossima, la quale dà il noto sale complesso di nichel

$$\begin{pmatrix} C_6H_5 . C = NOH \\ | \\ C_6H_5 . C = NO - \end{pmatrix}_2 Ni$$

uno solo dei due atomi di idrogeno ossimico possegga la proprietà di lasciarsi sostituire da alcuni metalli dell'VIII gruppo.

Per analogia io dovrei adottare pel sale ramico della α-metilbenzoilgliossima la formola

$$\begin{matrix} CH_3 . C = NO \\ | \qquad\quad \diagdown \\ C_6H_5 . CO . C = NO \end{matrix} \diagup Cu$$

e concludere che le mie due gliossime α e β differiscono fra di loro pel fatto che nella prima esistono due atomi di idrogeno acido e nella seconda uno solo; ma ritengo invece più probabile che il sale ramico da me ottenuto dalla α-metilbenzoilgliossima abbia la struttura

$$\begin{matrix} CH_3 . C \text{ ——— } C(NO) . CO . C_6H_5 \\ \| \qquad\qquad | \\ N - O - Cu \end{matrix}$$

(1) « Chem. Soc. », *103*, 1317 (1913).

Digitized by Google

sia perchè esso è poco stabile, sia perchè trattato cogli acidi ridà la gliossima da cui deriva (il sale della γ-benzildiossima dà invece, secondo Atack, la β-benzildiossima), sia, sopratutto, per considerazioni che mi riservo di esporre in una prossima Nota.

Ho detto prima che tanto la α quanto la β-metilbenzoilgliossima trattate con idrossilamina si trasformano nella triossima del metilfeniltrichetone $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).C(:NOH).C_6H_5$; in realtà di queste triossime ne esistono due: una, che distinguerò col prefisso α perchè si ottiene dalla α-gliossima, fonde a 204°; l'altra, che distinguerò col prefisso β perchè si ottiene dalla β-gliossima, fonde a 196°. Non mi risulta che una isomeria nelle triossime sia già stata osservata, e mi pare prematuro volerne dare la spiegazione (lo farò forse più tardi se potrò disporre di sufficiente materiale da esperienza); ma fin d'ora voglio accennare al fatto che tutte e due le metilfeniltrichetontriossime intaccano, in soluzione acquosa, il nichel metallico formando *sali complessi* i quali, pur essendo assolutamente diversi fra loro, derivano tutti da *due molecole di triossima* per sostituzione di due atomi di idrogeno ossimico, uno per ciascuna molecola, con un atomo di metallo bivalente.

A proposito delle due diossime e delle due triossime da me preparate osserverò infine come esse non si possano avere direttamente dal metilfeniltrichetone $CH_3.CO.CO.CO.C_6H_5$: da questo, che fu ottenuto da Sachs e Römer [1], si ebbero soltanto l'α-fenilidrazone $CH_3.C(:N.NHC_6H_5).CO.CO.C_6H_5$ e l'α-semicarbazone $CH_3.C(:N.NHCONH_2).CO.CO.C_6H_5$.

X. — **α-metilbenzoilgliossima** $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CO.C_6H_5$. Senza rilevare gli errori di Ceresole (loc. cit.), delle cui asserzioni non deve più esser tenuto conto alcuno nella letteratura, dirò che il modo migliore per ossimare l'isonitrosobenzoilacetone $CH_3.CO.C(:NOH).CO.C_6H_5$ consiste nel trattrarne la soluzione alcoolica colle quantità teoriche di cloridrato di idrossilamina e di acetato sodico cristallizzato sciolti in poca acqua, e nel riscaldare il tutto alla temperatura di 60°-70° per

---

[1] *B.* *35*, 3316, 3317 (1902).

Digitized by Google

alcune ore. Diluendo con acqua e raffreddando con ghiaccio si separa allora, con rendimento quasi quantitativo, una miscela cristallina delle due metilbenzoilgliossime (30 % della α e 70 % della β), le quali si possono facilmente separare, isolando la prima sotto forma del sale ramico $C_{10}H_8O_3N_2Cu$, la seconda sotto forma del sale di nichel $(C_{10}H_9O_3N_2)_2Ni$. A tale scopo la miscela delle gliossime, raccolta alla pompa e lavata con poca acqua, si scioglie a freddo in molto alcool, si diluisce coll'egual volume di acqua, si addiziona di un piccolo eccesso di acetato di nichel al 20 % e si neutralizza *esattamente* con idrossido di ammonio, per il che, mentre la α-glioşsima rimane disciolta, la β viene trasformata nel corrispondente sale di nichel, rosso, insolubile, il quale si raccoglie su un Büchner, si lava abbondantemente con alcool diluito e si tratta poi come dirò più avanti a proposito della β-metilbenzoilgliossima.

Il filtrato e le acque di lavatura si addizionano a loro volta di un piccolo eccesso di acetato ramico al 10 % e si neutralizzano *esattamente* con idrossido di ammonio: precipita così il sale ramico verde-olivo della α-metilbenzoilgliossima, il quale, raccolto su un filtro a pieghe e ben lavato con acqua, si sospende, ancora umido, in molta acqua e si decompone con acido solforico diluito. L'α-gliossima messa in libertà rimane in tali condizioni disciolta nel liquido: la si estrae da questo con etere, e dalla soluzione eterea, seccata con solfato sodico anidro, si elimina il solvente su bagno d'acqua. Il residuo solido, leggermente colorato in giallo-bruno, si lava più volte a freddo con cloroformio, e quando è diventato quasi bianco si ridiscioglie in etere anidro, si agita la soluzione con carbone animale, si filtra e si addizionano eteri di petrolio anidri fino ad intorbidamento. Col riposo la α-*metilbenzoilgliossima* $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . C_6H_5$ si separa allora perfettamente pura in laminette bianche a contorno rettangolare, spesso riunite in aggregati a struttura pennata, e fusibili a 135° con inverdimento e viva decomposizione.

È discretamente solubile a caldo e meno a freddo nell'acqua (molto di più che non la β-gliossima); pochissimo a caldo e quasi affatto a freddo in toluene, cloroformio, benzene; insolubile in etere di petrolio ed in ligroina; solubile in alcool, etere, acetone.

Digitized by Google

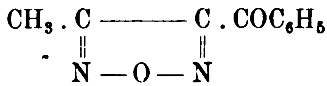
Si scioglie negli idrossidi dei metalli alcalini e di ammonio senza colorazione (la β-gliossima dà invece un liquido giallo-oro); dalla soluzione di fresco preparata si può riottenere per semplice agitazione con etere.

Si scioglie a freddo nell'acido solforico concentrato con colorazione aranciato-bruna, la quale passa al bruno intenso per aggiunta di fenolo (la β-gliossima si scioglie in detto acido senza colorazione).

In soluzione acquosa non intacca nè il nichel, nè il cobalto; e non reagisce coi sali di questi metalli nelle condizioni in cui la β-gliossima si trasforma in sali complessi. Non intacca neppure il rame; per contro se trattata con acetato di rame dà il sale ramico $C_{10}H_8O_3N_2Cu$.

Può essere acetilata dall'anidride acetica (come la β-gliossima), ma in soluzione nell'idrossido di sodio al 20 % non è benzoilabile con cloruro di benzoile (la β-gliossima dà invece in tali condizioni un dibenzoilderivato).

Rimarchevole è la facilità colla quale perde una molecola di acqua: p. es. riscaldando a 80°-90° la sua soluzione acquosa questa si intorbida quasi subito in seguito alla formazione di metilbenzoilfurazano



(la β-gliossima invece non si altera neppure per prolungata ebollizione con acqua, però dà lo stesso furazano per riscaldamento con anidride acetica).

Ossimata dà una triossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$ fusibile a 204° (la β-gliossima dà invece una triossima fusibile a 196°). Per azione del tetrossido di azoto dà la chetopseudonitrolossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:N_2O_3) . CO . C_6H_5$ (la β-gliossima dà invece il perossido $CH_3 . (C_2N_2O_2) . CO . C_6H_5$).

Per azione di alcuni solventi si trasforma nella β-gliossima: l'isomerizzazione ha però luogo lentamente e non è mai completa; infatti riscaldandola all'ebollizione con cloroformio o con toluene (nei quali è pochissimo solubile a caldo) si ottiene per raffreddamento sempre una miscela delle due gliossime α e β. Anche le basi forti esercitano la stessa azione, ed in realtà scaldando su bagno d'acqua bollente la soluzione della α-glios-

Digitized by Google

sima nell'idrossido di sodio, il liquido, inizialmente incoloro, diventa poco a poco giallo ed allora contiene β-gliossima.

Alcune delle proprietà ora accennate dànno ragione delle difficoltà che si incontrano per ottenere la α-metilbenzoilgliossima perfettamente pura (cioè solubile nelle basi senza colorazione) e della necessità di seguire nella sua preparazione il lungo procedimento che ho descritto prima.

Sale ramico $C_{10}H_8O_3N_2Cu$. Si prepara trattando con acetato ramico la soluzione acquoso-alcoolica diluita della α-metilbenzoilgliossima e neutralizzando quindi esattamente con idrossido di ammonio onde completare la reazione la quale conduce ad un equilibrio.

Seccato nel vuoto costituisce una polvere verde-olivo la quale scaldata rapidamente esplode verso 185°; scaldata lentamente fonde verso 195° con decomposizione.

È insolubile nei comuni solventi organici; solubile nell'idrossido di ammonio con colorazione verde e nell'idrossido di sodio con colorazione azzurra. È facilmente decomposto dagli acidi minerali e dall'acido acetico anche diluitissimi, ridando, se di fresco preparato, la α-metilbenzoilgliossima. Non è molto stabile e col tempo si altera.

Diacetilderivato $CH_3 . C(:NO . COCH_3) . C(:NO . COCH_3) . CO . C_6H_5$. Risulta, contemporaneamente a metilbenzoilfurazano e ad un nitrosocomposto, del quale dirò in una prossima Nota, sciogliendo a freddo la α-metilbenzoilgliossima in anidride acetica in presenza di acetato sodico fuso. Versando in acqua il prodotto della reazione e neutralizzando con carbonato sodico si ottiene una sostanza pastosa verdognola la quale si lava con etere, ove il diacetilderivato è pochissimo solubile. Quest'ultimo si cristallizza quindi dall'alcool ed allora si presenta in prismi bianchi appiattiti fusibili a 113° senza decomposizione.

È insolubile nell'acqua; discretamente solubile a caldo e poco a freddo nell'alcool; insolubile negli eteri di petrolio; poco solubile in etere; solubile in benzene, cloroformio ed acetone. Riscaldato con acqua dà metilbenzoilfurazano.

α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-cheto-fenilbutano $CH_3 . C(:NOH) . C(:N_2O_3) . CO . C_6H_5$. Questa chetopseudonitrolossima si forma

Digitized by Google

facendo agire una molecola di tetrossido di azoto su una molecola di α-metilbenzoilgliossima sciolta in etere anidro raffreddato con ghiaccio, per il che l'ossiminogruppo in β viene sostituito col gruppo $>N_2O_3$. Lavando la soluzione eterea con acqua, seccandola con solfato sodico anidro, distillando parzialmente l'etere ed addizionando al liquido eteri di petrolio si provoca senz'altro la separazione dell'*α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-cheto-fenilbutano* $CH_3 . C(:NOH) . C(:N_2O_3) . CO . C_6H_5$ il quale purificato per cristallizzazione da una miscela di etere ed eteri di petrolio, o per diluizione con acqua della sua soluzione in alcool, si presenta in prismetti bianchi fusibili a 111° con decomposizione viva.

È insolubile a freddo in acqua, in eteri di petrolio ed in ligroina; poco solubile in benzene ed in cloroformio; solubile in acetone ed in alcool. Fatto bollire con acqua si decompone svolgendo composti nitrosi; si altera anche se riscaldato coi comuni solventi organici.

Si scioglie nell'acido solforico concentrato senza colorazione; ma aggiungendo fenolo e scaldando leggermente, la soluzione diventa verde smeraldo.

All'aria si può conservare per qualche settimana senza che subisca alterazione sensibile; in boccetta chiusa si decompone invece rapidamente svolgendo composti nitrosi.

Le basi, anche deboli, lo idrolizzano con facilità provocando la rottura della catena degli atomi di carbonio fra il gruppo pseudonitrolico ed il gruppo carbonilico; se la reazione si eseguisce coll'idrossido di ammonio si ottengono in definitiva metilaminogliossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . NH_2$ e benzamide $C_6H_5CONH_2$; il che si spiega bene attribuendo all'α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-cheto-fenilbutano la struttura di α-ossimino-β-nitroso-nitro-γ-cheto-fenilbutano $CH_3 . C(:NOH) . C(NO)(NO_2) . CO . C_6H_5$. Allora la reazione è perfettamente analoga a quella che, nella Nota II, ho già dimostrato avvenire coll'α-ossimino-β-nitroso-nitro-γ-chetopentano $CH_3 . C(:NOH) . C(NO)(NO_2) . CO.CH_3$ (α-ossimino-β-pseudonitrol-γ-chetopentano $CH_3.C(:NOH).C(:N_2O_3).CO.CH_3$): dapprima l'α-ossimino-β-nitroso-nitro-γ-chetofenilbutano subisce l'idrolisi $CH_3 . C(:NOH) . C(NO)(NO_2) . CO . C_6H_5 + H_2O \longrightarrow CH_3 . C(:NOH) . C(NO)(NO_2)H + C_6H_5COOH$, quindi avviene l'isomerizzazione $CH_3 . C(:NOH) . C(NO)(NO_2)H$

Digitized by Google

$\longrightarrow CH_3.C(:NOH).C(:NOH).NO_2$ e successivamente l'ammoniaca sostituisce il nitrogruppo nella metilnitrogliossima e l'ossidrile dell'acido benzoico coll'aminogruppo $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . NO_2 + NH_3 \longrightarrow CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . NH_2 + HNO_2$, e $C_6H_5 . COOH + NH_3 \longrightarrow C_6H_5 . CONH_2 + H_2O$. Ed in realtà, introducendo poco a poco la chetopseudonitrolossima in idrossido di ammonio 6N raffreddato con ghiaccio si ha inizialmente un liquido rosso-bruno dal quale tosto si separano cristallini bianchi di benzamide. Filtrando dopo riposo e trattando la soluzione, diventata leggermente gialla, con acetato di nichel e neutralizzandola con acido acetico, precipita il monoidrato del sale di nichel della metilaminogliossima $(C_3H_6O_2N_3)_2Ni . H_2O$, il quale sciolto in acido cloridrico e riprecipitato con ammoniaca si presenta in laminette rosso-aranciate.

In tal modo risulta anche dimostrato che trattando l'isonitrosobenzoilacetone $CH_3 . CO . C(:NOH) . CO . C_6H_5$ con idrossilamina, l'ossiminogruppo va in posizione α, e che il carbonile contiguo al fenile rimane libero. E poichè l'α-gliossima può isomerizzarsi nella β, e tutte e due forniscono, per eliminazione di una molecola di acqua, il medesimo furazano, ne consegue che nè l'una nè l'altra può essere l'acetilfenilgliossima $CH_3 . CO . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$ e che anche nel furazano è contenuto il benzoile $— CO . C_6H_5$ e non l'acetile $— CO . CH_3$.

XI. — **β-metilbenzoilgliossima** $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . C_6H_5$. Il sale di nichel di questa diossima, ottenuto come ho detto precedentemente, si purifica mediante cristallizzazione dal benzene, o più semplicemente con ripetute lavature con alcool bollente, quindi si tratta con acido cloridrico al 20 % (meglio in presenza di etere che ne facilita molto la decomposizione) e così si mette in libertà la β-*metilbenzoilgliossima* $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . CO . C_6H_5$ la quale cristallizzata dall'alcool e decolorata con carbone animale si presenta in grossi prismi fusibili a 193°-94° con decomposizione. Cristallizzata dall'acqua, dall'alcool acquoso o dal toluene si presenta invece in laminette bianche.

È quasi insolubile anche a caldo in benzene, cloroformio, ligroina; pochissimo solubile nell'acqua e nel toluene bollenti; molto solubile nell'alcool a caldo e meno a freddo; solubile nell'etere e nell'acetone.

Digitized by Google

Si scioglie negli idrossidi dei metalli alcalini e di ammonio con colorazione giallo-oro e riprecipita per aggiunta di acidi.

È solubile senza colorazione nell'acido solforico concentrato; dalla soluzione, anche dopo riscaldamento per qualche tempo a 100°, si separa inalterata per diluizione con acqua.

In soluzione acquosa intacca, lentamente alla temperatura ordinaria e rapidamente verso 100°, il nichel, il cobalto, il rame ed il ferro compatti, cioè ha il comportamento che ho dimostrato essere caratteristico per quelle α-diossime considerate da Tschugaeff come forme *sin*, e coi tre primi di detti metalli dà sali complessi del tipo $(C_{10}H_9O_3N_2)_2Me^{II}$.

Può essere acetilata e benzoilata; trattata con tetrossido di azoto dà un perossido $CH_3 . (C_2N_2O_2) . CO . C_6H_5$; per riscaldamento con anidride acetica perde una molecola di acqua e si trasforma (però meno facilmente della α-diossima) in metilbenzoilfurazano

$$\begin{array}{ccc} CH_3 . C & \text{———} & C . COC_6H_5 \\ \| & & \| \\ N & —O— & N \end{array} \;;$$

per azione dell'idrossilamina dà una triossima $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$ fusibile a 196° e diversa da quella che si ottiene dalla α-metilbenzoilgliossima.

Sale di nichel $(C_{10}H_9O_3N_2)_2Ni$. Risulta direttamente dal metallo nelle condizioni sopra citate; si prepara trattando la soluzione acquoso-alcoolica della β-gliossima con acetato di nichel acquoso. Se si opera a freddo si separa dapprima come un precipitato amorfo voluminoso giallo chiaro, il quale poco a poco assume colore rosso; se si opera a caldo precipita subito in polvere compatta rosso-bruna. In ogni caso la reazione conduce ad un equilibrio, ma può esser resa completa neutralizzando il liquido con idrossido di ammonio.

Cristallizzato dal benzene si presenta in aghi appiattiti rosso-sangue fusibili a 258° e decomponibili a 260°.

È insolubile nell'acqua e nella ligroina; poco solubile a caldo e pochissimo a freddo in benzene ed in cloroformio; solubile in tracce nell'acetone, nell'alcool e nell'etere.

L'acido acetico diluito non lo intacca sensibilmente neppure all'ebollizione; gli acidi minerali lo decompongono invece con

Digitized by Google

facilità alla temperatura ordinaria. L'idrossido di sodio al 20 % lo scioglie lentamente dando dapprima un liquido rosso-aranciato dal quale col tempo si separa idrossido nicheloso.

Utilizzando la reazione che ha luogo fra il nichel in lastra e la β-metilbenzoilgliossima si può dimostrare la trasformazione della α-gliossima nella β per la semplice azione di alcuni solventi. A tale scopo si fa bollire per qualche tempo la α-metilbenzoilgliossima p. es. con cloroformio e si raccolgono i cristalli che si separano col raffreddamento della soluzione. Questi (che esaminati al microscopio appaiono una miscela di due sostanze) fondono, con decomposizione, ad una temperatura la quale, se il riscaldamento con cloroformio è stato molto prolungato, può arrivare fino a 168°, ed all'analisi forniscono numeri corrispondenti alla formola delle due gliossime.

Riscaldati a 100° con acqua in presenza di una lastra di nichel dànno dopo qualche tempo il caratteristico sale di nichel della β-gliossima fusibile, previa cristallizzazione del benzene, a 258°.

Sale ramico $(C_{10}H_9O_3N_2)_2Cu$. Si forma per azione della β-gliossima sul metallo e si prepara nel miglior modo trattando con acetato ramico la soluzione bollente di quest'ultima in acido acetico diluito ed allora si separa subito come polvere compatta microcristallina di colore caffè chiaro, fusibile a 201° con decomposizione.

È insolubile nell'acqua e nei comuni solventi organici; si scioglie facilmente nell'idrossido di sodio al 20 % dando un liquido verde-bruno, il quale fatto passare attraverso un filtro indurito lascia su questo idrossido ramico e fornisce un filtrato giallo che contiene il sale sodico della β-gliossima.

È discretamente stabile, anche a caldo, verso l'acido acetico diluito (il sale ramico $C_{10}H_8O_3N_2Cu$ della α-metilbenzoilgliossima è invece decomposto già a freddo dallo stesso acido diluitissimo); gli acidi minerali lo decompongono con facilità.

Sale cobaltoso $(C_{10}H_9O_3N_2)_2Co$. Si origina direttamente dal metallo nel modo già detto e si separa come polvere microcristallina bruno-violetta mescolando con acetato di cobalto la soluzione bollente della β-gliossima in acido acetico diluito.

Digitized by Google

Non fonde neppure a 300°; dà facilmente soluzioni colloidali con parecchi solventi organici e forse anche cogli idrossidi dei metalli alcalini nei quali si scioglie poco a poco con colorazione giallo-aranciato-bruna.

Gli acidi minerali lo decompongono lentamente; l'acido acetico diluito non lo intacca in modo sensibile neppure a caldo.

Sali di gliossime a cobalto bivalente non erano finora conosciuti, per quanto si sia tentato di prepararli in vari modi (1). Oltre al su descritto, io ne ho già ottenuto alcuni altri di cui mi occuperò prossimamente, limitandomi qui ad accennare al *sale cobaltoso della dimetilgliossima* $[CH_3.C(:NOH).C(:NO—).CH_3]_2Co$. Questo si forma scaldando a lungo su bagno d'acqua bollente la soluzione acquosa della dimetilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CH_3$ con cobalto in lastra e, separato dal liquido intensamente bruno e lavato con acido acetico diluito, costituisce una polvere di colore caffè a riflessi violacei, la quale riscaldata comincia ad alterarsi verso 200° senza fondere, ed è insolubile nei comuni solventi organici. L'analisi del prodotto non ulteriormente purificato e seccato a 100° fornì risultati i quali non lasciano dubbio che si tratti del sale *cobaltoso* della dimetilgliossima.

Diacetilderivato $CH_3.C(:NO.COCH_3).C(:NO.COCH_3).CO.C_6H_5$. Si ottiene sciogliendo a freddo la β-metilbenzoilgliossima in anidride acetica in presenza di acetato sodico fuso e cristallizza dall'alcool acquoso in prismetti bianchi fusibili a 68° in un liquido torbido che diventa limpido soltanto a 100°.

L'analisi fu eseguita sul prodotto semplicemente seccato all'aria poichè messo in essiccatore a vuoto su acido solforico esso si trasforma dopo qualche ora in una sostanza vischiosa opaca, la quale esposta nuovamente all'aria diventa trasparente come il vetro e cristallizzata dall'alcool acquoso ridà gli aghi primitivi fusibili a 68°.

È insolubile nell'acqua; discretamente solubile a freddo nei comuni solventi organici, eccetto l'etere di petrolio e la ligroina.

---

(1) Tschugaeff, « Z. anorg. Ch. », *46*, 160 (1905).

Digitized by Google

All'aria od in boccetta aperta è stabile e si conserva inalterato anche per un anno.

Idrolizzato a freddo con idrossido di sodio al 20 % ridà la gliossima da cui deriva.

Dibenzoilderivato $CH_3.C(:NO.COC_6H_5).C(:NO.COC_6H_5).CO.C_6H_5$. Si prepara benzoilando con cloruro di benzoile la β-gliossima sciolta in idrossido di sodio od in piridina, e cristallizzato dal cloroformio si presenta in prismetti bianchi fusibili a 220°-21° con leggera decomposizione.

È pochissimo solubile in alcool, acetone, etere; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in cloroformio ed in benzene; insolubile in acqua ed in ligroina.

Trattato a freddo con un grande eccesso di idrossido di sodio al 20 % e un po' di alcool subisce lentamente l'idrolisi ridando la gliossima da cui deriva; ed è utilizzando questa proprietà che si riesce a dimostrare la trasformazione della α-metilbenzoilgliossima nella β per azione delle basi. A tale scopo si scioglie l'α-gliossima in idrossido di sodio al 10 %, si scalda in bagno d'acqua bollente la soluzione, inizialmente incolora, e quando è diventata gialla si raffredda, e si agita con cloruro di benzoile. Il dibenzoilderivato della β-metilbenzoilgliossima che in tal modo si ottiene è però sempre in piccola quantità poichè la maggior parte della α-gliossima viene decomposta in ammoniaca ed in acido benzoico dall'idrossido di sodio.

Perossido $CH_3.(C_2N_2O_2).CO.C_6H_5$ (*metilbenzoilfurossano*). Risulta facendo agire una molecola di tetrossido di azoto su una molecola di β-metilbenzoilgliossima sciolta in etere anidro raffreddato con ghiaccio, ed è il prodotto di deidrogenazione di quest'ultima. Eliminando il solvente dopo lavatura con acqua e disseccamento con solfato sodico anidro, e cristallizzando il residuo dall'alcool, lo si ottiene in lunghi aghi bianchi fusibili a 70° senza decomposizione.

È discretamente solubile a caldo e poco a freddo in alcool ed in etere di petrolio; solubile negli altri comuni solventi organici; insolubile nell'acqua.

Ridotto in soluzione alcoolica con polvere di zinco ed acido acetico ridà la β-metilbenzoilgliossima, la quale fu caratteriz-

Digitized by Google

zata col suo punto di fusione 193°-94° e col suo sale di nichel p. f. 258°.

Non reagisce coll'ammoniaca neppure a 100°.

XII. — **α-Triossima del metilfeniltrichetone** $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$ (α, β, γ-triossiminofenilbutano). Si forma scaldando per alcune ore su bagno d'acqua bollente la α-metilbenzoilgliossima con cloridrato di idrossilamina ed acetato sodico in soluzione acquoso-alcoolica, e si separa col raffreddamento dal liquido dopo eliminazione dell'alcool. Purificata per cristallizzazione dall'acqua si presenta in aghi prismatici bianchi fusibili a 204° con viva decomposizione.

È poco solubile a caldo e pochissimo a freddo nell'acqua; solubile a freddo in alcool, etere, acetone; quasi insolubile anche a caldo in benzene, cloroformio, ligroina.

Si scioglie senza colorazione negli idrossidi dei metalli alcalini e di ammonio e nell'acido solforico concentrato.

In soluzione acquosa intacca facilmente il nichel, il cobalto, il rame ed il ferro compatti, cioè si comporta come le cosidette *sin-gliossime.*

Sale di nichel $(C_{10}H_{10}O_3N_3)_2Ni$. Deriva da due molecole di α-triossima per sostituzione di due atomi di idrogeno, uno per ciascuna molecola, con un atomo di nichel. Si forma direttamente dal nichel nel modo anzidetto, ma conviene prepararlo mescolando le soluzioni acquose della α-metilfeniltrichetontriossima e di acetato di nichel. È una polvere giallo-aranciata, che riscaldata si altera verso 260° senza fondere.

È insolubile nell'acqua; leggermente solubile nell'acetone ed in tracce negli altri comuni solventi organici. Si scioglie nell'idrossido di sodio al 20 % con colorazione rosso-bruna. È lentamente decomposto dall'acido acetico al 50 %; rapidamente dagli acidi minerali diluiti.

In modo analogo al sale di nichel si ottengono i sali cobaltoso e ramico, dei quali non mi occupo.

Triacetilderivato $CH_3 . C(:NOCOCH_3) . C(:NOCOCH_3) . C(:NOCOCH_3) . C_6H_5$. Si forma per acetilazione a freddo della α-triossima con anidride acetica in presenza di acetato sodico

Digitized by Google

anidro, e cristallizzato dalla ligroina costituisce prismetti fusibili a 111° senza decomposizione.

È insolubile in acqua; solubile a freddo in alcool ed in cloroformio; molto a caldo e discretamente a freddo in benzene ed in acetone, poco a caldo e pochissimo a freddo in ligroina; quasi insolubile nell'etere. Trattato alla temperatura ordinaria con idrossido di sodio al 20 % vi si scioglie lentamente, idrolizzandosi nella triossima da cui deriva.

XIII. — **β-Triossima del metilfeniltrichetone** $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$. Si prepara sciogliendo la β-metilbenzoilgliossima in idrossido di sodio al 30 % ed aggiungendo a poco a poco, sempre raffreddando in ghiaccio, un eccesso di cloridrato di idrossilamina polverizzato, per il che la soluzione inizialmente gialla si decolora. Dopo riposo di 12 ore si diluisce con acqua, si neutralizza il liquido con una corrente di anidride carbonica, e si cristallizza dall'alcool diluito o dall'acqua la β-triossima che precipita. La si ottiene così in aghi bianchi fusibili, se rapidamente riscaldati, a 196° con vivissima decomposizione, ed a temperatura alquanto inferiore se riscaldati lentamente.

È molto solubile a caldo e poco a freddo nell'acqua; solubile a freddo in alcool, acetone, etere; insolubile in benzene, cloroformio, ligroina.

Si scioglie senza colorazione negli idrossidi dei metalli alcalini e di ammonio e nell'acido solforico concentrato.

In soluzione acquosa intacca lentamente il nichel, rapidamente il ferro; ma, a differenza della α-triossima, non intacca sensibilmente il rame ed il cobalto compatti. Dà però anche coi sali di questi ultimi metalli dei precipitati che non ho studiato.

Sale di nichel $(C_{10}H_{10}O_3N_3)_2Ni$. Risulta dalla sostituzione di due atomi di idrogeno di due molecole di β-triossima con un atomo di nichel; si forma nel modo anzidetto e si prepara trattando con acetato di nichel la soluzione acquosa di quest'ultima. Precipita così amorfo in fiocchi gialli; cristallizzato dall'alcool costituisce invece laminette splendenti rosso-aranciate fusibili con decomposizione a 236° (od a temperatura alquanto inferiore se riscaldate lentamente).

Digitized by Google

È insolubile nell'acqua; discretamente solubile a caldo e poco a freddo nell'alcool; un po' solubile in etere, cloroformio, acetone; insolubile in benzene ed in ligroina.

Si scioglie nell'idrossido di sodio con colorazione aranciata; è facilmente decomposto dagli acidi minerali, lentamente dall'acido acetico diluito.

Triacetilderivato $CH_3 . C(:NOCOCH_3) . C(:NOCOCH_3) . C(:NOCOCH_3) . C_6H_5$. Si ottiene acetilando a freddo la β-triossima con anidride acetica in presenza di acetato sodico fuso e cristallizza dall'alcool in grossi prismi fusibili a 107° senza decomposizione.

È insolubile nell'acqua; molto solubile a caldo e poco a freddo nell'alcool; poco a caldo e quasi affatto a freddo in ligroina; poco solubile nell'etere; solubile in acetone, cloroformio, benzene.

Torino. Istituto Chimico della R. Università.
Aprile 1922.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 30 Aprile 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana, Herlitzka e Parona Segretario;

della Classe di Scienze morali storiche e filologiche: De Sanctis, Stampini, Brondi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Faggi, Luzio.

È scusata l'assenza dei Soci Vidari e Pochettino

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza (23 aprile 1922).

Come è indicato nell'ordine del giorno ed a norma delle disposizioni regolamentari, si procede alla votazione per il conferimento del premio Bressa. Il risultato è il seguente: votanti 25; il prof. F. Vercelli ottiene 22 voti, mentre l'altro nome proposto ne raccoglie tre. — Durante lo spoglio delle schede entra il Socio Einaudi. — In seguito al risultato della votazione, il Presidente dichiara che il premio Bressa (XXII) è conferito al signor prof. Francesco Vercelli.

Il Vicepresidente legge la lettera in data del 2 aprile u. s. colla quale il Presidente prof. Naccari, ricordando che col giorno 19 dello stesso mese si compie il triennio della sua pre-

Digitized by Google

sidenza ringrazia i colleghi delle tante prove di benevolenza e prega quelli di loro che si proponessero di rieleggerlo all'alta carica di astenersene, in considerazione delle sue condizioni di salute, che gli renderebbero impossibile di accettarla ancorchè fosse rieletto.

Il Vicepresidente soggiunge di essersi recato presso l'amatissimo ed illustre Presidente per esprimergli, sicuro interprete dei sentimenti dei colleghi, il rincrescimento per la determinazione presa e per esprimergli il desiderio ch'egli ritornasse sulla determinazione, onde permettere ai colleghi di affermarsi nuovamente sul suo nome: senonchè il Presidente, pur dimostrandosi grato, lo pregò di non insistere in considerazione del suo stato di salute.

L'Accademia prende atto con rammarico di queste informazioni e delibera che nella adunanza di domenica, 7 maggio, si proceda alla nomina del Presidente; ed è accolta la proposta di fissare l'adunanza alle ore 9, al fine di permettere agli accademici di assistere alla commemorazione di Galileo Ferraris, gloria dell'Accademia nostra, che si farà nell'Aula Magna della Università alle ore 10.

Il Socio Guidi, nella certezza di interpretare il desiderio dei colleghi, prega il Vicepresidente di rinnovare al Presidente l'espressione del rincrescimento per la determinazione da lui presa e di portargli il saluto augurale delle due Classi. Il Vicepresidente accetta con piacere il gradito incarico.

Il Vicepresidente comunica infine l'invito dell'Accademia Reale del Belgio alla nostra Accademia di farsi rappresentare da una delegazione ufficiale alla celebrazione del suo centocinquantesimo anniversario, il 24 maggio p. v. Il Socio De Sanctis, ad invito del Presidente, accetta di rappresentare l'Accademia.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 30 Aprile 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Faggi, Luzio, e Stampini Segretario della Classe.

E scusata l'assenza dei Soci Vidari e Valmaggi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 9 aprile corr.

L'Accademico Segretario presenta, a nome e sotto la responsabilità del Socio assente Vidari, che guarentisce la maggiore spesa tipografica, una *Nota* del Prof. Mariano Maresca, da essere pubblicata negli *Atti* col titolo *La sensazione (Analisi gnoseologica)*. La Classe ne consente la pubblicazione.

Sarà del pari pubblicata negli *Atti* una *Nota* del Socio Alessandro Luzio intitolata *Carlo Alberto e il Cottolengo. Documenti inediti.*

Ad unanimità la Classe delega a rappresentante della Reale Accademia nel prossimo congresso della Unione Accademica Internazionale a Bruxelles il Socio Gaetano De Sanctis.

Digitized by Google

Egli, ringraziando la Classe ed accettando l'incarico, dà un cenno delle pratiche da lui fatte presso il Ministero della Pubblica Istruzione per ottenere i mezzi affinchè l'Italia possa partecipare decorosamente ai lavori patrocinati dalla Unione Accademica Internazionale, e dice degli affidamenti da lui ricevuti in proposito. Parla pure degli accordi in corso coi colleghi della Reale Accademia Nazionale dei Lincei circa i problemi che saranno discussi nella prossima riunione dei delegati della Unione Accademica Internazionale in Bruxelles.

Digitized by Google

LETTURE

Carlo Alberto e il Cottolengo

Documenti inediti.

Nota del Socio nazionale residente ALESSANDRO LUZIO

I.

L'Ospedaletto della Volta Rossa.

Nel *Calendario generale pei regi Stati* del 1835 (1) fu consacrato da narrazione officiale il lacrimevole caso che ispirò al Canonico Cottolengo la fondazione del suo primo Ricovero d'infermi reietti, alla così detta *Volta Rossa*. Certo Pietro Ferrario

(1) Torino, Pomba, p. 635 sgg. Quell'ampia memoria è anche oggi la miglior fonte per le prime vicende della *P. Casa*. Fu stesa dall'avv. Costa, del Ministero dell'Interno: e vi apportò lievi rettifiche il Granetti, *Prospetto clinico chirurgico della P. Casa* (Torino, Paravia, 1841, con ritratto del Cottolengo), che vi aggiunse le sue osservazioni di medico consulente dell'Opera. Per altre prime pubblicazioni, anche in riviste estere (la *Bibl. Universelle* di Ginevra, ecc.), sul Cottolengo, si vegga Renaldi, *Elogio storico* (Torino, Marietti, 1865): breve ma succoso scritto, di speciale valore, perchè il Renaldi, divenuto poi Vescovo di Pinerolo, aveva in origine appartenuto alla Congregazione dei Preti-Teologi del *Corpus Domini*, colleghi e primi fautori del Beato. Accenno più oltre a' recenti biografi o meglio agiografi del Cottolengo, sul quale m'augurerei un fine e penetrante " profilo storico " come per *Don Bosco* ha dato il Caviglia (Torino, Soc. Ed. Intern.) in poche pagine squisite per pensieri e per forma. L'*Album* torinese dedicato al Cottolengo nel 1886 (tip. Bona) e il Numero Unico di Bra nel 1900 per l'inaugurazione del monumento al grande concittadino poco o punto di notevole storicamente presentano. Nel secondo son da rilevare la bella epigrafe latina del conterraneo Gandino, e una lettera inedita del Cottolengo del 1823.

Digitized by Google

diretto da Milano a Lione, con la sua famigliola, attraversando Torino vide morire poco men che sul lastrico la moglie gestante (una francese, Giovanna Maria Gonnet) dopo vana *via crucis* ad Ospedali cittadini, che ligi al regolamento non potevano e non vollero accoglierla. Testimone dello strazio di quegli infelici, il pio sacerdote, in uno slancio del suo cuore magnanimo, implorò ed ottenne da' colleghi del *Corpus Domini* il consenso e l'aiuto per improvvisare un ospedaletto in miniatura, quasi dirimpetto alla chiesa, in poche stanze d'affitto. L'aprì nel gennaio 1828 (1) con soli quattro letti: e venne notevolmente ampliandolo, mercè l'assistenza di donne pietose, sinchè nel settembre del 1831 gliene fu imposto il trasloco, o la chiusura, pel terror del cholera. Negli atti della Sanità (mazzo 10, della cat. 2) ho rintracciato insieme al reclamo degli impauriti " vicini „ le conseguenti misure governative.

Ill^mo^ S^re^,

Avendo S. M. con provvida paterna cura nominato una Giunta sanitaria per fare opera co' mezzi più efficaci, onde salvare i RR. Stati dal morbo che minaccia d'infestare l'Europa, ed essendo obbligo d'ogni fedele suddito di cooperare per quanto è in lui a sì lodevole scopo, gli affittavoli della casa Barbaroux detta comunemente la *Volta Rossa*, situata nel centro di Dora Grossa, crederebbero di rendersi colpevoli di silenzio, qualora non esponessero a V. S. Ill^ma^ che nella casa da essi abitata trovasi da parecchi anni stabilito un ricovero pei poveri infermi della parrocchia del *Corpus Domini*, ricovero che ristretto dapprima in tre sole camere verso la corte, ed ora ampliato con altre camere verso Dora Grossa e contenente già più di 20 letti può considerarsi come un vero ospedale, tanto più che verrà ancora in breve ingrandito.

Quanto in luogo più remoto e più arioso sarebbe utile un simile stabilimento, e degne d'encomio le private persone veramente pie, le quali colla loro cristiana assistenza e coi loro generosi sussidi lo mantengono in prosperità, altrettanto negli attuali frangenti può riescire nocivo ai vicini ed ai lontani, sia per la gravità e varietà dei morbi degli ammalati, sia per essere stabilito in una casa la più popolosa di Torino, fra due corti, una ad uso di mercati e sempre fetente di lordura, l'altra ristrettissima colle scale anguste, colle camere piccole e

(1) Veramente il *Calendario* afferma reciso che fosse inaugurato nel 1829: ma il Granetti, il Renaldi, ecc., insistono nell'antidatarlo di un anno.

Digitized by Google

poco ventilate ed in aderenza di un fabbricato di sette piani, fatto il tutto abituro nei piani superiori di molta gente bisognosa.

Lo sgomento non solo degli affittavoli esponenti, ma degli abitanti delle case vicine, va crescendo ogni giorno: ed è fatto maggiore ogni qual volta pel frequente trasporto dei cadaveri si vanno profumando le scale per impedire o mitigare le pessime esalazioni.

Già gli affittavoli porsero le loro lagnanze al sig. Barbaroux padrone della casa, il quale rispose che non sarebbe mai per tollerare un simile abuso: ma che non poteva per ora porvi rimedio, stantechè nell'acquisto fatto della casa aveva dovuto rispettare un affittamento generale della casa stessa fatto al sig. Medico Golzio ed oggi ancora vigente.

In vista di quanto sopra, sembrando non solo necessario ma urgente un provvedimento per rimuovere dal centro di Torino il pericolo non solo di un morbo lontano che spaventa colla sua dilatazione, ma anche dei morbi che possono facilmente propagarsi da un ospedale collocato in sito folto d'alti fabbricati e pieno zeppo d'abitanti, gli affittavoli della casa Barbaroux ricorrono pieni di fiducia alla previdente saviezza di V. S. Ill^ma^ per ottenerlo.

Torino, 11 settembre 1831.

Gli affittavoli.

Quasi certamente il reclamo scritto era stato preceduto da quelli *orali*, clamorosi, de' più direttamente interessati; il Comitato medico già il 10 settembre aveva con lettera del Presidente Rossi trasmesso al Ministero dell'Interno il suo voto: nel quale tra' nidi d'infezione più pericolosi per la sanità pubblica, additava, subito dopo il ghetto degli Ebrei " ove quella infelice popolazione alla riserva di pochi agiati viveva nel più gran succidume „, come numero 2:

" la casa in Dora Grossa così detta della Volta Rossa al 3° e 4° piano ove trovasi un Ospedale d'infermi, di cui soventi ne muoiono; altro ricovero d'infermi, per quanto consta al Comitato, esiste pure nel fondo della Corte così detta della Coppa d'oro in vicinanza delle quattro pietre „.

Con una delle sue consuete istruzioni rapidissime, in calce al documento si trova di pugno del Lascarena questa nota:

M^r^ le Chev. Manno,

Je prie M^r^ Manno d'envoyer quelqu'un de confiance et secrettement voir et verifier l'etat du local ci-derriere n. 2 et m'en referer. Malgré

Digitized by Google

l'opinion du Protomedicat on m'assure que c'est une oeuvre pieuse qui commence aux frais de plusieurs Dames et il ne faudrait pas les decourager. Puisqu'on manque de lits, on doit être bien aise qu'on en augmente le nombre.

Fu inviato sopraluogo il Commissario di polizia Gay, che il 13 settembre così riferiva:

POLIZIA DELLA CAPITALE

—

SEZIONE DORA

—

Rapporto N. 6846

Torino, li 13 settembre 1831.

In obbedienza degli ordini ricevuti dalla Regia Segreteria di Stato (interni) tendenti a verificare con riservatezza li due spedali ambulanti eretti in questa città pel bene pubblico della Parrocchia del *Corpus Domini*, ed infermi abbandonati per la città, e posti uno nella contrada di Dora Grossa porta N° 10, e nella corte detta della Volta rossa piano 3°, 4°, e 5°; e l'altro nella contrada delle Quattro pietre casa Rizzetti, e Rabbi, piano 4° porte N° 2 e 4, in tre camere.

In ordine al primo detto della Volta rossa è composto quello di N° 25 letti; 15 al 3° piano in sei camere, ove si trovano 13 donne inferme parte croniche, e parte febbricitanti; N° 7 al 4° piano in due camere occupati tutti da uomini infermi, e N° 3 al 5° piano in una sola camera pure occupati da uomini infermi come sovra.

Il detto spedale viene sostenuto da varie persone pie di civil condizione, dalla Parrocchia medesima del *Corpus Domini*, ed è diretto dall'Ill^mo^ Sig. D^n^ Giuseppe Agostino (1) Cottolengo canonico della Collegiata della S.S. Trinità di Torino, ed anche assistito da tutti i suoi colleghi. Trovandosi pure in esso spedale molte persone a prestare la loro assistenza agli infermi, mercè la quale viene servito con tutta regolarità, decenza, e pulizia, non essendovi in esso alcun fetore, che possa essere nocivo alla salute del vicinato, come ebbesi a riconoscere.

Una circostanza da osservare, si è: che lo spedale particolarmente delle donne, per la sua posizione, si trova alquanto privo d'aria, ciò che nell'aprire sul mattino le interne finestre della corte manda un'esalazione momentanea d'aria puzzolente; da ciò ne deriva, che siccome in detta corte si trovano molti abitanti per l'unione di diverse case, fecero questi alcune lagnanze all'ufficio del Vicariato per ottenere provvidenze.

---

(1) Era il terzo suo nome: Giuseppe Benedetto Agostino.

Digitized by Google

È pure da osservarsi, che la corte essendo priva di sole per l'altezza delle case, ed alquanto immonda per le molte acque puzzolenti, che vengono gettate dai balconi, aumenta pure di gran lunga il fetore nelle abitazioni, e per tale circostanza sarebbe di tutta utilità, che gli abitanti in dette case venissero tutti superiormente inibiti di gettare immondizie, od acque puzzolenti nella corte.

In ordine al 2° spedale posto nella contrada delle Quattro pietre porte N° 2 e 4, piano 4° si trova quello stabilito da 18 mesi circa, e composto di N° 9 letti; cioè N° 3 regalati da S. M. di gloriosa memoria; 2 stabiliti dall'Ill^mo^ sig. Conte Vicario, e 4 dal benefattore Sig. Conte Montegrandi in 3 distinte camere ben esposte, ed ariose, il quale ne ha la piena direzione e vigilanza attiva.

Esso è ripieno d'infermi parte febbricitanti, e parte cronici, che vengono rinvenuti privi di soccorso lungo le contrade, e corti della capitale.

Il medesimo viene assistito da 4 persone probe, ed è tenuto con tutta la decenza voluta, a segno che non rende puzzore alcuno, essendo stato con tutta riservatezza visitato.

Si deve quindi osservare, che alla fine del corrente mese il detto ospedale verrà traslocato sotto la Parrocchia di S. Carlo, e contrada medesima porta N° 5 casa Cortanze piano terreno.

GAY, Commissario.

Malgrado il rapporto favorevole del Gay e le disposizioni benigne del Ministro, era tale il panico destato dal *cholera* (si emanarono allora editti draconiani che comminavano la pena capitale o la galera a' contravventori delle norme igieniche imposte) da spiegare facilmente, senza bisogno di ricorrere a supposizioni di occulti maneggi malevoli, come si finisse col decidere la chiusura della " Volta Rossa „.

Venne ordinata con questa lettera, tratta da' Registri della corrispondenza ministeriale sulle Opere Pie:

Al sig. Parroco del *Corpus Domini* in Torino,

11 settembre 1831.

Questa Regia Segreteria di Stato è informata che nel cortile detto della *Volta Rossa* è una spezie di spedale, che serve di ricovero a poveri infermi della Parrocchia retta da V. S. Ill^ma^, mantenuto esso spedale dalla pietà di persone private.

La generosa carità di codeste persone è certamente superiore ad ogni elogio, e sarebbe da desiderarsi che trovasse frequenti imitatori;

Digitized by Google

tuttavia la posizione troppo centrale del suddetto spedale, la circostanza di trovarsi in una casa frequentissima di pigionanti, e poco ventilata per la ristrettezza de' cortili, e più di tutto i troppo ragionevoli timori, che sgraziatamente si hanno di una malattia contagiosa che fa tanta strage, e tanti progressi in Europa, sono altrettanti motivi al Governo, a cui le cose sanitarie non puonno di meno di stare sempre e grandemente a petto, ma in modo speciale ne' tempi che corrono, — sono dico altrettanti motivi al governo di desiderare, che sia in luogo più acconcio traslocata la caritatevole istituzione in discorso. Ho fiducia che queste considerazioni persuaderanno agevolmente V. S. Ill^ma della opportunità di trovar modo a che sia dato effetto ai giusti desideri del Governo, e che per parte sua nessuna cura sarà tralasciata su questo proposito.

Ho intanto l'onore ecc.

Non ci è conservata la lettera del Parroco, probabilmente del Cottolengo stesso, invocante una dilazione; ma apprendiamo che venne subito concessa dalla risposta che segue.

26 settembre 1831.

Ho ricevuto la lettera che V. S. Ill^ma e M^to R^da mi ha indiritto il 24 di questo mese, per la quale mi notifica, che si fanno le debite indagini per la traslocazione dell'ospedale di cui Le ho fatto cenno nella precedente mia del 19, e chiede che le sia fatto un po' di tempo per mandarla ad effetto.

Per parte di questa Regia Segreteria di Stato non s'incontra difficoltà a concederle quel tempo che sarà assolutamente necessario per la suddetta traslocazione: ma io voglio credere che avrà luogo quanto più presto si potrà, tanto più che le circostanze che hanno persuaso l'utilità della traslocazione si fanno di giorno in giorno sempre più urgenti.

Ho l'onore, ecc.

Come in fondo avevan predetto e suggerito, ispirati dalla tremarella, gli " affittavoli „ della Volta Rossa, il trasferimento dell'Ospedaletto in parte meno centrale della città, ma più adatta a liberi, graduali ampliamenti giovò alla prodigiosa fortuna delle iniziative pietose del Cottolengo: che nella *Piccola* (1) *Casa della*

(1) Scrive ingegnosamente a questo punto il Crispolti, *Don Bosco*, Torino, Soc. Ed. Intern., 1922, p. 200: " Una delle prudenze della carità

Digitized by Google

divina provvidenza trovò costantemente accresciuto il numero dei fautori, offerenti, cooperatori.

Fra questi vuol essere rammentato il medico Bertolotti Giovanni che gratuitamente prestò " da gennaio del 1833, cioè da quando fu chiamato dal sig. Canonico Cottolengo, i suoi servizi nello spedale... „ visitandovi " dai 60 ai 70 ammalati giornalmente ed anche più volte al giorno e di notte ove d'uopo „. Chiedeva nel maggio 1834 " come sprovvisto di beni di fortuna „ d'esser " nominato per lettera medico dell'Istituto „ ; ma il Ministero, pur prodigandogli encomi, non potè aderire alla domanda, perchè avrebbe significato diretta ingerenza nell'Opera Pia — ingerenza, che a petizione del fondatore, come or ora vedremo, era stata per R. decreto assolutamente esclusa con eccezionale favore.

II.

Il riconoscimento legale della Piccola Casa della d. Provvidenza.

Fra gli atti delle Opere Pie il *dossier* della P. Casa della D. Provvidenza s'inizia con un autografo prezioso del Cottolengo. È la supplica diretta da lui a C. Alberto, per ottenere il riconoscimento legale della sua fondazione, senza vincoli di burocratici impacci.

Il documento, nella sostanza, nell'espressione, nella grafia, ha tutta l'impronta del possente organizzatore ed uomo d'azione, dell'eroico e rude popolano incolto, ma invasato (come scrisse il Fogazzaro per l'Album Torinese del 1886) della " sublime follia della fede „ ; convinto d'esser eletto da Dio " a confondere „ i pusilli dubbi dell'umana prudenza.

Quell'Album, recante pensieri di Don Giovanni Bosco (1),

---

eroica è il saper essere temeraria. Già il Cottolengo, edificato pei poveri un grandissimo istituto ne aveva addossato il debito alla Provvidenza di Dio, col solo sotterfugio di chiamarlo *Piccola Casa*, quasi per non spaventare la divina debitrice e aveva veduto e lo vede ancora, Iddio stesso far ampio onore alla propria firma, messa per lui sulla cambiale della carità dall'arbitrio d'un santo... „.

(1) Sul quale cfr. Doc. VII.

Digitized by Google

V. Bersezio, ecc., offre nella prima sua pagina un breve *facsimile* di scrittura del Cottolengo, del tutto conforme agli originali serbati nell'Archivio di Stato.

S. R. M.

La Divina provvidenza sotto l'invocazione di S. Vincenzo De' Paoli avendo da qualche tempo in qua coadunati alcuni letti a riccovero di taluni di que' molti miserabili, che altrimenti perirebbono abbandonati, come di condizione morbosa non ammissibili in alcun venerando spedale, ed avendo il pietoso Iddio a tal opera inspirato l'umile supplicante, questi come che si sente ogni dì più spinto nel cuore dalla Superna Degnazione a cercar alcun altro spediente non meno ad ingrandimento della suddetta piccola Casa appigionata per gli Infermi, quanto pel provvedimento d'altre specie di persone povere, ed abbandonate per incamminarle nella via del lavoro, e di salute, come che la base di tali cose tutta si fonda nella Divina Provvidenza, e come questa può disporre li venga lasciato alcun soccorso o in forma di legato, od anche di eredità dalla Pietà di qualche caritatevole persona, così il supplicante osa pregare la R. M. V. a voler cooperare alla Divina Provvidenza con autorizzarlo possa questi benefizi conseguirli, e disporli a profitto suddetto secondo la mente de' testatori, che può spiegarsi o nominando la persona supplicante, o divisando alcune opere della Divina provvidenza sotto l'Invocazione di S. Vincenzo de' Paoli, talchè si possa chiaro riscontrare non s'abbia voluto intendere da testatori alcuna altra pia Opera tranne le suddette, e d'aver privilegio secluso d'ogni rendimento di conti, od ispettore sul suo Regime, perchè il supplicante intende tutta la sua vita natural durante ogni cosa, o già, per Divina Mercè, principiata, o da ingrandirsi, o da estendersi in altri rami unicamente, ed irrevocabilmente consecrarla a gloria solo di quel Grande Iddio, di Cui meramente cerca seguirne la volontà, e ad Esso poi renderne conto. E perchè non li mancano, per la loro bontà, persone non meno Ecclesiastiche, che secolari, pie, e Religiose che al vuoppo presterebbono gratis i loro buoni uffizi, così supplica volerlo investire di tal facoltà della scielta di cotali cooperatori, non già per ispirito di Dominio, ma perchè solo possa in tutta la sua estenzione liberamente eseguire gli Ordini del Cielo, e così corroborato dalla Sovrana Podestà di V. S. R. M. qui in terra, spera coll'ajuto del Benefico Iddio che in termine di pochi anni potrà mostrare a sguardi di V. R. M. molte Corporazioni, che mantenute dalla Divina Provvidenza formeranno e riccovero a molti infermi d'ambi i sessi, e stanza d'educazione Santa per varj generi di persone povere, che altrimenti potrebbono essere colla loro infelicità il disturbo della pubblica pace, ed il peccato in seno a suoi sudditi, e ad efficacia del

Digitized by Google

suo intento interpone il supplicante la mediazione del suo gran Protettore S. Vincenzo De' Paoli, e spera felice l'adempimento de' suoi voti dalla generosa Carità di V. S. R. M. di cui si protesta umile e fedel Suddito

che della grazia

Teologo GIUSEPPE COTTOLENGO, Canonico della SS^ma^ Trinità e membro della Congregazione dei PP. TT. (Preti Teologi) del *Corpus Domini*.

Segue la relazione del Lascarena che il 27 agosto 1833 (1) con caldissime parole di ammirazione pel Cottolengo propose di accoglierne la domanda e decorarlo della croce di cavaliere mauriziano. Onore ambito e pregiato, perchè si usava ancora gran parsimonia nel conferirlo, avendo Sua Maestà " nelle Regie Magistrali lettere patenti per le quali *aveva* dato un nuovo ordinamento alla equestre milizia „ de' due Santi, " voluto che le divise di quell'Ordine fossero particolarmente destinate a premio della carità „.

Sire,

Le pietose sollecitudini con cui Vostra Maestà adopera per ciò tutto, che si riferisce al sollievo ed alla assistenza de' poveri, sono ne' suoi sudditi stimolo possentissimo ad opere di carità cristiana, ed io ho già parecchie volte avuto l'onore di farle relazione, e d'insigni donazioni fatte a pii istituti, e di nuove fondazioni a vantaggio della umanità (2).

---

(1) Con la data dell'indomani comparve in italiano e in francese (Torino, tip. Fodratti) la circolare " sul modo di provvedere al sollievo e alla assistenza de' poveri „, che il MANNO, *Bibliografia storica*, I, 223, afferma stesa dal padre suo, Giuseppe, primo uffiziale del Conte della Scarena. È riprodotta nella *Raccolta di leggi ecc. concernenti l'amministrazione degli Istituti di carità*, Torino, Paravia, 1840, p. 70 sgg., dove si posson leggere gli splendidi elogi tributati al Cottolengo e alle Suore Vincenzine.

(2) Nella circolare 28 agosto dianzi citata aveva appunto il Lascarena inserito ragguagli che giova riferire come prova lampante che solo da un *humus*, di già sì fecondo, poteva germinare la stupenda fioritura delle istituzioni del Cottolengo prima, di Don Bosco poi.

Dopo aver premesso che il Re appena asceso al trono aveva nello Spedale di S. Luigi " fondato 30 letti destinati agli infermi i quali per la natura delle malattie non possono aver ricovero in altri spedali „ (erogando " del suo patrimonio particolare L. 16.800 „ annue, e 24.000 per le spese

Digitized by Google

Mi accade ora di riferire alla M. V. una nuova e prodigiosa istituzione sorta non ha guari, senza romore, e quasi in segreto nella Capitale.

Il Canonico Giuseppe Cottolengo senz'altri mezzi che quelli che ricava e dalla propria e dalla occulta carità di persone dabbene provvede in una casa situata nel Borgo Dora al ricovero, al mantenimento, ed alla cura di oltre a centoventi persone inferme dell'uno, e dell'altro sesso. In un'altra casuccia posta eziandio nel detto Borgo ha aperta una sala d'asilo pei fanciulli delle persone che sono costrette ad abbandonare

---

d'impianto), il Lascarena riassumeva in questo modo gli effetti mirabili dell'esempio del monarca sui sudditi:

" È raro e stupendo l'esempio della liberalità colla quale la pietà di molte amorevoli persone beneficò in breve corso di tempo i poveri, sia con donazioni a pro di pii istituti già esistenti, sia fondandone e splendidamente dotandone di nuovi; cosicchè in meno di quattordici mesi queste liberalità, ristringendo il discorso a quelle sole delle quali si è necessariamente dovuto avere notizia, sommarono a meglio di un milione ed ottocentomila lire; alle quali se aggiungasi centoventimila lire, valore di un'eredità lasciata recentissimamente all'Opera di S. Luigi di Torino, ed il benefizio di tre lasciti eziandio recentissimi fatti in Torino, in Nizza marittima ed in Vigevano, si troverà erogata in opere di beneficenza una somma di danaro eccedente i due milioni di lire.

" Da una sola nobilissima donna di Novara, che è stata fatta Dama di palazzo di Sua Maestà la Regina (la Tornielli, a cui fu aggiudicata la prima medaglia del premio Montyon), sono state assegnate quattrocentomila lire a dote di una pia istituzione, dalla quale si aspettano ottimi frutti, e ciò oltre alla spesa che occorre per l'acquisto dell'area, e per la costruttura dell'edifizio che si richiede pel nuovo istituto. Una eredità del valsente di una somma di danaro uguale sottosopra a questa è stata lasciata alla medesima città, perchè le rendite ne fossero impiegate a benefizio de' poveri. In Torino, in Genova, in Valenza, nella provincia di Tortona, in quella di Cuneo, ed altrove, con nuove fondazioni e con ricche dotazioni è stata migliorata la condizione de' poveri „ (*Raccolta* cit., p. 71).

Sulla beneficenza a Torino " in cui era già antica la disposizione di molti a dare nascostamente il proprio ad uomini che se ne facciano visibili dispensatori ai poveri „ cfr. Crispolti, *Don Bosco*, p. 196 sg. L'uno e l'altro taumaturgo rappresentano, dice giustamente il Crispolti, " non solo il tipo di una straordinaria virtù individuale, ma il focolare d'una benefica virtù collettiva „. Le " temerità „ della loro " carità eroica „ si basavano, oltrechè nella fiducia in Dio, nella conoscenza profonda che possedevano dell'ambiente torinese e sulla forza d'attrazione che sapevano esercitarvi, così da diventare i " due più grandi adunatori e distributori moderni del denaro di donatori tante volte anonimi „ (*ibid.*).

Digitized by Google

le loro case per guadagnarsi il vitto giornaliero. Oltre a cento fanciulli vi sono quotidianamente raccolti, istruiti, e nodriti pendente il giorno, e sono rimandati alla sera alle loro case con un pezzo di pane. Ancora in una terza casa vicina alle altre due tiene ricoverate settanta fanciulle circa, le quali si trovano o nell'età, o vicine all'età de' pericoli. Tutte queste fanciulle sono convenevolmente educate, e mantenute di vitto e di vestito. Alla assistenza degli infermi, alla direzione della sala d'asilo, ed alla educazione delle fanciulle accudiscono meglio di cinquanta zitelle, tutte vestite con abito uniforme, e cui il canonico Cottolengo dà il nome di *Figlie della Provvidenza*, come a tutto l'instituto insieme dà il nome di *Piccola casa della Provvidenza sotto gli auspicii di San Vincenzo de' Paoli*.

Più di trecento persone sono impertanto giornalmente beneficate dalla industriosa carità del Canonico Cottolengo, tutte sono mantenute, e tutte vestite.

Esso Canonico per un suo memoriale indiritto a V. M. viene ora supplicandola che si degni approvare, e riconoscere l'esistenza legale del pio istituto. Mi pare questa domanda da essere favorevolmente accolta, ed ho l'onore di rassegnare alla Regia firma l'opportuno provvedimento; e quello ad un tempo di proporle che si degni fregiare il Canonico Cottolengo colla croce de' SS. Maurizio e Lazzaro, ricompensa che mi pare meritatissima.

Assentì pienamente il Re, portato da' congeniali impulsi generosi del cuore e dal suo misticismo a proteggere il redivivo " S. Vincenzo de' Paoli „ di Bra: brevetto di riconoscimento e diploma mauriziano si possono legger riprodotti nelle vite del Beato (1). Il quale si mostrò commosso dall'accordatagli onorificenza; e in un secondo autografo del 1835, profferendo senza restrizioni l'opera sua per combattere le rinnovate minaccie del *cholera* si firmava anche Cavaliere oltrechè Canonico.

Eccellenza,

La mano di quel Dio che talora alcuni Popoli orrendamente flagella, e ad altri sol minaccia il castigo, o passando sol li tocca colla

(1) A cominciar dal Granetti; cfr. GASTALDI, *I prodigi della Carità cristiana descritti nella Vita del Ven. servo di Dio G. B. C.*, Torino, tip. Salesiana, 1892, I, 511 sgg.; RENALDI, 53 sgg. Esatta dee ritenersi la versione del Gastaldi (p. 519) che il Cottolengo riportasse indietro il decreto, perchè nella prima stesura si era dimenticato di frammettere il " Divina „ alla *P. C. di Provvidenza*.

Digitized by Google

sua verga per i suoi ascosi sì ma sempre misericordiosissimi disegni, e che in oggi attraversate le onde del mare, da quanto si dice, misurò già taluni colpi sul capo di pochi limitrofi nostri fratelli, a disarmar sin dal suo principio le colere dell'Irato Iddio su di noi colle opere della carità, ed apportar insieme qualche soccorso a que' miseri se mai l'E. V. nella sua accuta penetrazione ravvisasse valevole in qualche modo l'opera della Piccola Casa della Divina Provvidenza sotto gli auspicj di S. Vincenzo de' Paoli nelle sue suore, e per sin del meschinissimo scrivente Ella la suddetta Piccola Casa, Piccola in ogni maniera nella Protezione Del Cielo non esita esibirsi pronta, per quel poco che può, a' Sovvrani Comandi. Perdoni l'ardire, e mi creda del Re Nostro Signore e di Chi lo rappresenta con sì dignitosa maniera tutto riverenza e rispetto, e mi dico tutto venerazione

Di V. E.

Dalla suddetta Piccola Casa,
li 17 luglio 1835.

Dev^mo^, oss^mo^ ed um^mo^ servo
C^e^ e C^o^ (Cavaliere e Canonico) GIUSEPPE COTTOLENGO (1).

Secondo annotazioni riferite dal Manno nelle *Curiosità e ricerche di Storia subalpina* (III, 213) nel solo quinquennio dall'aprile 1835 all'aprile 1840, Carlo Alberto erogò, della sua cassetta privata, 206 mila lire all'Istituto Cottolengo!

III.

La dispensa del Cottolengo dagli obblighi dell'editto del 1836 sulle Opere Pie.

Il 24 dicembre 1836 fu emanato l'editto che disciplinava le Opere Pie del Piemonte, imponendo rigorosa esattezza amministrativa, e stabilendo le responsabilità degli amministratori, negligenti o colpevoli (2).

Quell'editto era stato preceduto da lunghi, esaurienti studi

---

(1) L'attergato della cancelleria di Sua Maestà reca: « rispondere al cav. Cottolengo esprimendo la soddisfazione del Re, per la generosa offerta, lodando il zelo, e riserbandosi di farne uso secondo le circostanze ».

(2) *Raccolta* cit., p. 98. Cfr. SCLOPIS, *Storia della Legislazione italiana*, III, 314.

Digitized by Google

preparatori (sia sulle condizioni attuali degli Istituti di beneficenza nel Regno; sia sulla legislazione italiana e straniera): studi che riempiono parecchie inesplorate polverose cartelle di Archivio.

Il Cottolengo chiese al " piissimo Re „, al " vero padre de' poverelli „ — il quale gli aveva già prodigato tante prove di lusinghiera ed efficace predilezione (1) — d'esser esonerato da quelle pastoie che avrebbero intralciato la sua azione benefica, e forse inaridito la sorgente delle offerte, sempre più vistose e spontanee.

La supplica venne probabilmente trattenuta dall'augusto protettore: ma ci restano ne' registri della Corrispondenza e de' Provvedimenti Sovrani sulle Opere Pie il brevetto con cui la dispensa fu concessa, e la lettera di preventiva partecipazione. Cominciamo da questa:

17 marzo 1837.

S. M. il Re Signor Nostro si è degnato sulla domanda, che V. S. Ill^ma^ gli ha umiliato di dispensarla a termini dell'art° 35 dell'editto del 24 dicembre 1836 dalla osservanza delle formalità, e dagli obblighi prescritti agli amministratori degli istituti di beneficenza da quel sovrano provvedimento; di modo che Ella potrà continuare ad amministrare l'opera da lei fondata in questa città nella guisa che crederà più convenevole senza intervento di sorta per parte del Governo.

Egli è con vero piacere che mi pregio di significarle l'anzi detto sovrano favore e mi valgo intanto, ecc.

Il Brevetto che segue è registrato ne' " Provvedimenti Sovrani „ sulle Opere Pie:

---

(1) Nell'ottobre del 1834 S. M. si era " degnata di concedere ai fratelli avv. Giuseppe ed architetto Francesco Farinelli ... di far trasportare i cadaveri del loro padre e della loro madre dal cimitero di Moncalieri ... nella cappella che *avevan* fatto costrurre per uso gratuito „ della *P. Casa*. Quando al Cottolengo fu accordata la medaglia d'oro del premio Monthyon (Gastaldi, I, 680), per ordine del Re, si recò a consegnargliela solennemente il Principe ereditario, Vittorio Emanuele. La " Gazzetta Piemontese „ del 9 luglio 1835 colse l'occasione per sciogliere un inno al Cottolengo e al suo istituto: " enciclopedia della Beneficenza „. Le frasi citate in onore di C. Alberto ricorrono in lettere del Cottolengo e del suo primo successore.

Digitized by Google

Carlo Alberto etc.,

8 aprile 1837.

La pia Opera denominata la Piccola Casa per la D. Provvidenza fondata in questa Capitale è stata legalmente riconosciuta con Nostro Brevetto del 27 agosto 1833; essendo amministrata esclusivamente e personalmente dal Cav. Canonico Cotolengo suo fondatore, siamo entrati in determinazione, sulle supplicazioni dal medesimo rassegnateci, di continuare a farlo godere dei privilegi statigli (il ms.: " satile „) concessi, e però di dispensarlo, a mente dell'art. 35 dell'Editto (1) del 24 dicembre pp. dall'osservanza delle disposizioni in esso editto contenute: quindi è che in continuazione dell'accordatogli favore dispensiamo col presente il predetto Cav. Canonico Cotolengo dall'obbligo per l'amministrazione di detta P. Casa dell'osservanza delle disposizioni contenute nel nostro Editto del 24 del mese di dicembre dell'ultimo scorso anno, ben inteso sintanto che continuerà egli ad amministrarla personalmente ed esclusivamente. Mandiamo a chiunque spetta ad osservare e far osservare il presente, tale essendo il voler nostro.

IV.

La concessione del gratuito patrocinio.

Non sempre le disposizioni testamentarie a favore del Cottolengo erano adempiute senza indugio o senza *chicanes*: il bisogno di ricorrere a' tribunali e impelagarsi in liti dispendiose suggerì nel '38 al fondatore la domanda che si estendesse al suo Istituto il beneficio del patrocinio gratuito. In pari tempo supplicava che alla *Piccola Casa* s'applicasse pure una vecchia disposizione (2) per la quale i notai, sotto comminatoria di

(1) Così formulato: " ... Ci riserviamo di dispensare in tutto od in parte dagli obblighi e dalle formalità prescritte dal presente Editto le persone che avendo fondati Istituti di carità ne ritenessero essi stessi personalmente ed esclusivamente l'amministrazione „.

(2) Cfr. la *Raccolta* Duboin, vol. IX, pp. 157, 160 per le vecchie disposizioni contenute nelle Costituzioni del 1729, 1770, estese a Genova con decreto del 22 marzo 1816. Ad esse allude una lettera 11 aprile 1846 del Proc. Gen. di S. M. in risposta ad analoga istanza dell'immediato successore del Cottolengo.

Digitized by Google

5 scudi d'oro d'ammenda, nel raccogliere i testamenti eran tenuti a interrogare il morituro se volesse contemplar gli Ospedali con qualche legato modesto o munifico, a seconda de' casi.

S. R. M.

La piccola Casa della Divina Provvidenza sotto gli auspicii di S. Vincenzo de' Paoli, che S. S. R. M. ebbe la degnazione di farla legalmente esistere, ed accoglierla sotto la special sua protezione non avendo redditi, osa implorare la bontà Sovrana perchè voglia formalmente prescrivere venga in ogni sua causa civile, che possa emergerle nel vendicar le ragioni d'alcun lascito, od eredità, assistita, e protetta sempre dall'Uffizio de' Poveri a scanso di spese ne' Tribunali, innanzi a' quali potrebbe esser tenuta presentarsi per sostenere i suoi acquistati diritti. Come pure la summentovata Piccola Casa si prende la confidenza di supplicare S. S. R. M. perchè voglia compiacersi con apposita ordinazione intimare a tutti i Regi Notai di questa Dominante che nell'atto del ricevimento di qualche testamento debbano esprimere ai testatori se siano in disposizione di voler lasciare alcuna *cosa alla Piccola Casa della Divina Provvidenza sotto gli auspicii di S. Vincenzo de' Paoli in Torino,* e ciò appunto perchè da molti benestanti non è ancor conosciuta la legale esistenza della prefata Piccola Casa, e perchè la medesima Piccola Casa è tuttora nel più ardente desiderio di far tutto il bene possibile a suoi prossimi bisognosi d'ogni specie, al che potrà arrivare se col ricordarsi tal opera per dir così nascente da' prefati R. Notaj a' Testatori potrà da questi ottenere caritatevoli favori alla cooperazione de' suoi pietosi intenti. Come pure si fa coraggio l'anzidetta Piccola Casa ad impetrare da S. S. R. M. almeno insino a tanto che dei sei corpi di Casa che tiene in oggi per sua insistenza, de' quali già ne possiede per legal compra la proprietà di tre, e degli altri tre ne è solo al dì d'oggi appigionante nella speranza per altro coi primi fondi di farne acquisto, abbia potuto di fatto ottenerne la proprietà, l'interinale esenzione dal diritto di successione in occasione di eredità, o di lascito, e così possa più efficacemente promuovere l'acquisto di tutti detti locali a pro' suo, e delle suddivisate inchieste ne impetra umile la Piccola Casa favorevole Sovrano rescritto, e grazia.

Per l'anzidetta Piccola Casa supplicante
P. Giuseppe Cottolengo (1).

(1) Negli atti del R. Archivio esiste solo la copia: l'originale fu trattenuto dal Re. La copia era accompagnata da lettera 9 febbraio 1838 del Castagnetto.

Digitized by Google

Il Ministro Pralormo, su parere dell'avvocato generale mosso da scrupoli pel danno eventuale al fisco, proponeva la reiezione della prima domanda. La seconda fu lasciata cadere, allora e poi, quando il successore del Cottolengo la rinnovò: per l'unica considerazione che erano ormai passate in dissuetudine, come inefficaci sulla volontà dei testatori, le tabellionali obbligatorie esortazioni (1).

Carlo Alberto volle invece che il Cottolengo usufruisse del gratuito patrocinio per le sue liti: come ci informano le tre successive annotazioni apposte alla sfavata relazione ministeriale; annotazioni marginali, qui stampate in corsivo, la cui successione cronologica è contradistinta dal numero d'ordine.

1° marzo 1838.

La Piccola Casa della Divina Provvidenza sotto li auspicii di S. Vincenzo de' Paoli eretta in questa città, priva qual è di redditi implora l'ammissione al benefizio del gratuito patrocinio delle cause ed atti giuridici che sia in caso di sostenere od intraprendere; ed inoltre che sia ordinato a tutti li notaj della capitale che ogni qual volta ricevono testamenti si facciano ad interrogare i testatori se intendano di legare qualche cosa alla ricorrente Casa.

L'avvocato Generale al quale venne commesso di esaminare la domanda per l'ammissione al benefizio dei poveri, e di emettere in proposito il suo sentimento osserva che l'implorata grazia trae seco la dispensa de' dritti stabiliti a favore delle R^e^ Finanze sovra li atti giudiziari e la carta bollata; e l'obbligo agli avvocati, Procuratori, attuari, segretari, uscieri, ed altri pubblici ufficiali di prestar gratuitamente l'opera loro in tutte le cause alle quali si estende un tal benefizio; che nissun particolar motivo si presenta per favorire piuttosto il detto stabilimento che gli altri istituti di carità, li quali ove fosser tutti ammessi al benefizio de' poveri accrescerebbero di troppo il lavoro negli uffizi dell'avvocato e procuratore de' poveri, ed aggraverebbero fuor di misura tutte le suddette classi di persone le quali hanno pur diritto di ricavare dall'esercizio della rispettiva carica e professione un onesto corrispettivo.

---

(1) Lett. cit. del 1846: in cui il Procuratore Generale di S. M. avvertiva aver " all'evidenza dimostrato l'esperienza come le largizioni che tuttora frequentemente s'incontrano nelle disposizioni d'ultima volontà siano il frutto di una volontà spontanea, e come gli eccitamenti ed esortazioni fatte dal notaio riescano privi di qualsiasi reale influenza sullo spirito dei disponenti „.

Digitized by Google

Opina quindi che non sia conveniente di accogliere favorevolmente la domanda di cui si tratta.

(1) *S. M. accorda l'admissione al beneficio de' Poveri. Si estenda la R^e Provvisione.*

(2) *In conformità delle intenzioni da V. M. spiegate si rassegnano alla R. firma le opportune Patenti.*

(3) *C° (controllo) 3 marzo 1838.*

S. M. ha firmato.

V.

Le Suore flebotome.

Mentre si dibatteva il quesito se ammettere o no il Cottolengo al patrocinio gratuito, s'agitava pure un'altra più spinosa contestazione, sollevata dal Magistrato del Protomedicato.

Nella *P. Casa* le suore infermiere compievano occorrendo " operazioni flebotomiche „, *vulgo* cavate di sangue: e il Protomedicato ne impose formalmente il divieto con una lettera assai aspra del 30 dicembre 1837 (vol. XVIII della Corrispondenza del Protomedicato, c. 339) in cui si dava una lezione in piena regola al Cottolengo sulle " frequenti anomalie che presentansi nelle strutture dei corpi umani, nelle diramazioni e nei tragitti dei vasi sanguigni „ e perciò sui pericoli dei salassi, eseguiti " da mano meno esperta e da meno esperta persona „.

Stavolta il Cottolengo si rivolse direttamente al Ministero con questa autografa istanza (negli incarti universitari dell'Archivio):

Eccellenza,

Il sottoscritto che per Regio Diploma in data 27 agosto dell'anno 1833 vide approvarsi dalla esimissima bontà del piissimo Sovrano Carlo Alberto la in allora nascente opera per titolo *Piccola Casa della Divina Provvidenza sotto gli auspici di S. Vincenzo de' Paoli,* appelarsi legalmente esistente, ed a un tempo stesso dichiararsi al pubblico le suore inservienti gli accolti infermi nella prefata Piccola Casa come quelle potevansi chiamare dalle amministrazioni al servizio suddetto in ospedali del Regno, autorizzato pure il medesimo meschinissimo sottoscritto per alta Sovrana degnazione a dirigere le suddette suore nel modo che avrebbe veduto più a proposito credè di sua ragione seguendo in ciò le traccie per le suore che per le Galie stabilì il grande eroe di

Digitized by Google

carità S. Vincenzo de' Paoli, sotto i di cui auspici militano pur anco per giovar al prossimo queste stesse suore per bontà Divina nate nel nostro Piemonte, tra queste scelte alcune credute più atte al caso farle iniziare da mano espertissima nelle regole della flebotomia per così attivarle a tutto ciò che potesse riguardare il bene de' miseri languenti, e mentre già da più anni esercitavano queste cotale pia pratica a pronto sollievo de' bisognosi ricoverati con tale andamento per superna assistenza del Cielo che non solo giammai vi intervenne il più menomo disgustoso successo, che anzi alcune fiate chiarissimi periti dell'arte venturosamente spettatori di tali operazioni ne encomiarono per loro bontà la destrezza ed agilità che ne osservarono, fu sorpresa non piccola allo scrivente soscritto ricevere l'ultimo dì dell'or scorso anno foglio dell'Ill^mo^ Promedicato confermato nel suo contenuto dall'Eccellentissimo Magistrato della Riforma con cui s'inibiva cotale esercizio di flebotomia alle anzidette suore in conto almeno di emissione di sangue tranne per altro i casi di indispensabile necessità in mancanza di approvata persona, su del che si ristette obbediente colle suore il sottoscritto a superiori cenni, non per altro vedendo in oggi quasi indispensabile per la Piccola Casa cotal esercizio nelle persone delle prelodate suore per così provvedere alle soventissime urgenze de' miseri, e farli desistere ad un'ora stessa dal soverchio querelarsi de' medesimi su di un tale riguardo, che di preferenza di un flebotomo si desiderano la mano delle suore già accennate. Entrando così nel savio divisamento espresso in suo foglio del prelodato Ill^mo^ Promedicato che brama siano tali esercizi pericolosi praticati da mano approvata, il sottoscritto si rivolge all'esimia benignità, e cortesia di V. E. per impetrare che quelle tra le suore possino esercitare in ogni sua parte la flebotomia che verranno sottomesse, dietro a rigorosa clinica ad un esame in presenza non solo de' due dottori chirurghi esercenti nella prefata Piccola Casa ma ancora d'un professore, ed un dottore Collegiato in detta facoltà che verrano al vuopo pregati ad assistervi nel seno di questa pia opera dal detto sottoscritto, e ne riporterano collaudazione da medesimi ill^mi^ periti abbiansi ad avere per approvate, e prega che il segnato relativo verbale de' prefati Ill^mi^ Periti abbia forza a dichiararle formalmente approvate sinchè cotali suore individualmente apparterano al grembo di questa Piccola Casa sicchè la caritatevole loro opera possa giovare non solo rapporto a se stesse suore, ed altre femine accolte in questa Piccola Casa, ma in conto degli infermi ricoverati nelle infermerie di quest'opera, o negli ospedali che sono, o possono essere affidati in conto di governo alle prefate suore della Piccola Casa, e nella morale certezza che così si potrà obviare ad ogni tristo successo che si possa temere ne impetra favorevole rescritto alla umiliata dimanda.

Prete Giuseppe Cottolengo.

Digitized by Google

Il chirurgo consulente dell'Ospedale cav. Rossi — il medesimo, che nel 1831 aveva a nome del Comitato Medico proposto il trasloco, equivalente a larvata soppressione dell'Ospedaletto della Volta Rossa, ed era poi diventato cooperatore (con zelo di neofita) del Cottolengo alla *P. Casa* — confermò le dichiarazioni del Direttore sulla perizia delle monache, le quali attestava *in ormai 10 anni* non aver mai porto occasioni di reclami, sempre pronte a sostenere un esame. In questo senso decise il Re, il 24 febbraio, volendo " favorire persona così benemerita per operosa e industriosa virtù „, come riconoscevano le stesse rabbonite autorità universitarie.

VI.

Rinnovate concessioni amplissime al primo successore del Cottolengo.

La morte del Cottolengo nel maggio 1842 rimetteva in forse l'avvenire della *P. Casa*, qualora non si fossero esteso ai successori le iniziali dispense.

Ogni dubbio fu troncato dalla prontezza nell'emanare e rimettere il provvido decreto all'erede designato dal fondatore: all'Anglesio, che per quasi 40 anni (morì il 28 maggio 1881) resse l'Istituto, sapientemente, contribuendo alla portentosa espansione, per cui oggi, in cifra tonda, provvede a 7 mila letti e 10 mila persone!...

Carlo Alberto ...

28 maggio 1842.

Ci è noto che a fondare, mantenere e dirigere la Pia Opera denominata *P. Casa della D. Provvidenza* aperta in Torino e da noi legalmente riconosciuta con brevetto del 27 agosto 1833, concorse coll'ora fu canonico e cavaliere Giuseppe Agostino Cottolengo il canonico Luigi Anglesio, il quale mentre per tal titolo non può a meno d'esserne considerato siccome co-fondatore continua a sostenerne in oggi la laboriosa amministrazione, applicandole esclusivamente e personalmente ogni maniera d'assistenza e di cure. Essendo egli pertanto nelle condizioni segnate dall'art. 35 del nostro Editto 24 dic. 1836, e così richiedendo la natura speciale dell'opera, abbiamo determinato di dispensare, come

Digitized by Google

pel presente dispensiamo il prefato canonico Luigi Anglesio dall'obbligo di osservare per l'amministrazione della P. Casa della D. P. le disposizioni contenute nel nostro Editto prementovato, sintantochè continuerà egli ad amministrarla nelle medesime condizioni. Mandiamo a chiunque spetti d'osservare e far osservare il presente, che sarà registrato presso il Controllo Generale e presso l'Intendenza Generale di Torino, tale essendo la mente nostra.

Un'amabilissima nota ministeriale accompagnava il Brevetto:

8 giugno 1842.

Considerando S. M. quanta parte abbia preso V. S. I. e molto R. nello stabilimento della *P. Casa della D. P.* e come su Lei, dopo la perdita del benemerito ed esimio Can. Cottolengo tutta ne pesi unicamente la difficile direzione, giacchè il sostenerla è opera piuttosto di mirabile carità che di umana prudenza, à determinato di continuarle la dispensa che con pari stima e giustizia aveva concesso al di Lei predecessore, affinchè non rimanga menomamente astretta alle regole generali di contabilità prescritte per gli altri istituti di carità e beneficenza.

Mi è grato ..... di trasmettere a V. S. I. il relativo sovrano provvedimento firmato dalla M. S. il 28 maggio ed ora debitamente registrato .....

L'Anglesio nel 1845 credè necessario invocare dal Re o una declaratoria del primo brevetto o una concessione *ex novo* che eliminasse le " gravi difficoltà „ incontrate " non senza notabile pregiudizio dell'opera „ nel " riscuoter legati, transigere, e fare qualche atto eccedente la semplice amministrazione „ (1).

Il Ministero dell'Interno sottopose l'istanza al parere dell'Avvocato generale di S. M., che si chiamava semplicemente Federico Sclopis!

Da eminente maestro del giure, dettò questi un voto meditato, scrupoloso: cercando una soluzione che contemperasse co' diritti dello Stato e con gli ordinari dettami di caute amministrazioni la libertà necessaria alla prosperità della *P. Casa*. Tentativo inutile e pericoloso: perchè l'erede spirituale del Cottolengo avrebbe respinto ogni limitazione, e già allora (come

(1) Frasi testuali della supplica s. d. dell'Anglesio al Re, trasmessa al Des Ambrois, d'ordine sovrano, dal Castagnetto, con nota 7 marzo.

Digitized by Google

avvenne mezzo secolo poi, per la voluta applicazione della legge Crispi sulle Opere Pie) avrebbe rimesso al governo le chiavi dell'Istituto. L'accordo suggerito dallo Sclopis fra tesi inconciliabili avrebbe quindi sortito l'effetto opposto del famoso responso salomonico: provocando la morte del conteso, prodigioso " bambino „.

Ma ecco testualmente il suo voto, che riproduceva in fondo, motivandolo, il parere già espresso nel 1837 dal Petitti nella poderosa sua opera: *Saggio sul buon governo della mendicità e degli Istituti di Beneficenza e delle Carceri* (vol. II, pp. 156-57):

Ill^mo^ Sig.,

Torino, addì 22 marzo 1845.

Prima di emettere un formale mio sentimento intorno alle supplicazioni del Sig. Cavaliere Canonico Anglesio Direttore ed Amministratore della Piccola Casa della Provvidenza con sì mirabile successo eretta in questa città dal fu Cavaliere Canonico Cottolengo, ho creduto opportuno di cercar ragguagli da persone, che tengo per veridiche e bene informate, della posizione, come si suol dire, finanziera di quel Pio Istituto. E venni a sapere che il medesimo conta oggidì poco meno di mille quattrocento ricoverati, la maggior parte infermi od incapaci a provvedere anche in parte ai loro bisogni co' propri lavori. Che la spesa occorrente per la manutenzione ed assistenza di quel numerosissimo stuolo s'alza a più di cinquecento lire al giorno; che l'Istituto non possiede beni stabili ad eccezione d'un vasto fabbricato occupato dallo stabilimento, d'un podere con casa in vicinanza di Gassino, di circa giornate 60, ed un altro poderetto pure con casa di circa giornate 12, vicino a Cavoretto; in amendue questi poderi vi ha, come direbbesi, una piccola succursale della Casa di Torino, ricoverandovisi pure dei poverelli, la maggior parte garzoncelli, che fanno parte dell'istituto.

Egli è adunque evidente, che l'Istituto non si regge fuorchè colle largizioni che se gli fanno da benefattori, o sia che provengano da periodiche ragguardevoli limosine, ovvero si traggano da accidentalità di doni e lasciti in danaro, in oggetti preziosi, od in stabili che prestissimo si realizzano per far fronte agli incessanti bisogni dell'Opera che scorge, in siffatta incertezza di mezzi non mai scompagnata però da una successività di soccorsi, la protezione della Provvidenza che veglia sovra uno stabilimento fondato e cresciuto contro i calcoli ordinarii dell'umana prudenza.

Queste considerazioni ho premesso, perchè da esse parvemi spontanea emergere la soluzione del quesito fattomi da V. S. Ill^ma^ nel suo

Digitized by Google

riveritissimo foglio del 17 del corrente. E veramente se la Piccola Casa della Divina Provvidenza per sostenersi ha d'uopo di proventi che eccedono oltre ogni misura l'entrata degli stabili che possiede, sarà mestieri di permettere che l'Amministrazione d'essa si prevalga di capitali da procurarsi anche mediante vendita di stabili; e l'assoggettare ad una speciale formalità di licenza ciò, che non si può non permettere, parmi superfluità che incaglia, anzichè solennità che protegge.

Io opinerei quindi che si potesse bensì da S. M. concedere al ricorrente Sig. Cavaliere Canonico Anglesio l'implorata facoltà d'avere, nel governo della Piccola Casa della Divina Provvidenza, libertà di compiere senza osservare le disposizioni del R° Editto 24 dicembre 1836 anche gli atti eccedenti la semplice amministrazione, ma che vi si dovessero apporre due limitazioni. Queste limitazioni io le dedurrei tanto dalla circostanza dell'importanza degli oggetti, che da quella di obblighi speciali annessi ai doni o lasciti fatti a quell'Istituto.

Quando si tratti di alienare stabili, il cui valore superi la proporzione dei soccorsi ordinari, ed ecceda, per modo d'esempio, le cinquanta mila lire, ovvero siasi imposto dal donante o testatore il dovere di non alienare o di curare un permanente impiego, parmi prudente che sia riservata al Governo la facoltà di esaminare preventivamente la convenienza di tali alienazioni. Se avvenisse il caso che, mercè di pingui e ripetuti doni o lasciti, si potesse formare a quell'Istituto una dote stabile, non se ne dovrebbe trascurare l'occasione, ed in siffatta occorrenza meglio sarebbe ristrignere con giusta previdenza del futuro il libero arbitrio dell'amministratore, che non secondare un momentaneo straordinario sviluppo di quella pia istituzione con pericolo di comprometterne l'esistenza futura. Quando poi il donante o testatore abbia apposto l'obbligo di non alienare, come appunto accadde nel lascito del podere di Gassino sovra indicato, non debbesi tollerare che si manchi nell'osservanza di quel dovere anche colla fiducia di vantaggiare l'istituto medesimo.

Nel rassegnare questa mia opinione ai Superiori lumi di V. S. Ill^ma^, Le restituisco le carte che erano unite al riveritissimo di lei foglio del 17 corrente, ed ho l'onore di riprotestarmi co' sensi della più distinta considerazione

Di V. S. Ill^ma^

Divot^mo^ obbl^mo^ servitore
SCLOPIS.

Il Ministro Reggente l'interno (Des Ambrois), fatte sue le proposte dello Sclopis, ordinò si stendesse il decreto, già bell'e pronto per la firma reale, che non dubitava vi sarebbe apposta

Digitized by Google

nella udienza del 29 marzo, previa lettura d'una concisa relazione, riepilogante le conclusioni dell'Avvocato generale di S. M.

Ebbe sentore il can. Anglesio della misura che s'intendeva adottare, e la dichiarò seccamente non accettabile dall'amministrazione del Cottolengo, poichè violava le massime del fondatore, vulnerava il principio della non-ingerenza governativa; o fu lo stesso Carlo Alberto, che ricusò di suo " moto „ la sottoscrizione al decreto? Lo ignoriamo; questo solo, di certo, risulta: che il decreto fu cestinato (e rimase negli atti non firmato); in sua vece l'Anglesio ricevette una cortesissima nota ministeriale, datata 15 aprile, che qualificava superflue ulteriori autorizzazioni, dopo le amplissime implicite nel brevetto 28 maggio 1842. " Non havvi dubbio che a tenore del R. B. sovramentovato, così come mi compiaccio di dichiararlo per la presente, sta nell'intiera sua facoltà di esiger capitali, impiegarli nell'Istituto od altramente, transigere sui medesimi, liberarne i debitori sì in giudizio che fuori, nonchè procedere a tutti quegli altri atti della stessa specie che eccedono la semplice Amministrazione, senza che per ciò fia mestieri di un nuovo provvedimento sovrano per farlene facoltà „.

È quasi certamente del 1845 il bigliettino s. d. del Re al Des Ambrois, pubblicato dal Cian (nella *N. Antologia* del giugno 1912) nel suo interessante studio su *C. A. all'opera*: " Ayant... été voir l'établissement de Cottolingo je pense faire bien en donnant au chanoine Anglesio, qui le dirige avec une si grande charité la croix de St. Maurice... „. Come nel 1833 la decorazione mauriziana aveva già in precedenza coronato le decisioni sovrane.

Venivano così, fuor d'ogni possibile contestazione e menomazione, trasferite per volere del Re sull'Anglesio e successori la pienezza e latitudine di poteri eccezionali di cui aveva fruito l'istitutore della *P. Casa*: la cui floridezza non può non attribuirsi in parte a vanto del regno di Carlo Alberto (1).

---

(1) La sottoscrizione pel monumento al Cottolengo fu aperta nel '46 " sotto la protezione speciale di S. M. „. Il monumento, opera dello scultore Bruneri, che lo rappresentò in atto di accoglier de' poveri, additando ad essi il cielo, venne inaugurato il 30 ottobre 1847. Tra' clamori frenetici, che destavano le riforme *politiche* del Re, passò in seconda linea una ceri-

Digitized by Google

I documenti qui editi lo mostrano non solo pronto ad accogliere i buoni suggerimenti dei ministri, ma anche capace di giudizio indipendente, di saggie e ardite risoluzioni personali, tagliando corto a pur fondate, autorevoli obbiezioni e riserve.

È deplorevole perciò che mentre la storia s'accanisce a perdifiato (spesso con superficiali pregiudizi) sugli errori politici, reali o pretesi, di Carlo Alberto, non abbia ancora trovato un " degno espositore „ la " studiosa, coscienziosa, cauta e coerente opera riformatrice „ del suo regno, come giustamente rilevava

---

monia assai più alta di queste ad elevare i cuori; pure Giacomo Lignana pubblicò a celebrazione dell'artista un'ode, che se non per magistero di verso è notevole pe' caldi sentimenti umanitari a cui s'impronta. È introvabile e perciò ne riporto qualche strofa:

Una virtù che s'educa
Ad infallibil Verbo,
Che prega sui dissidii
D'un secolo superbo,
Che affida, che solleva
Ogni figliuolo d'Eva
A una speranza che giammai non muor,

Scolpisti, e in quell'immagine
Tal di mitezza un velo
Tu vi sapesti infondere,
E tanta orma di cielo,
Che in quell'ampia, serena
Fronte il pensier balena,
D'un'alma che s'immola ostia d'amor.

Di pace e di concordia
O Sacerdozio santo,
Che del fratel più povero
Ami asciugare il pianto,
Scolpito io ti ravviso
Nel così mesto riso
Di quel pietoso, che ci addita il ciel.

Il processo di beatificazione del Cottolengo fu deciso pochi anni or sono, ed anche allora le relative onoranze furono turbate da avvenimenti catastrofici. Si veda l'eloquentissimo Breve emanato da Benedetto XV (controfirmato Gasparri) l'8 aprile 1917. Lo riproduce l'Antonelli-Costaggini, *Vita del Beato G. B. C.*, Torino, 1917, che s'attiene, in genere, riassumendolo, al suo predecessore Gastaldi.

Digitized by Google

testè Giuseppe Prato nel proemio al suo magistrale lavoro sull'*Associazione Agraria Subalpina e C. Cavour* (1).

Nello scorrere le innumerevoli filze delle Opere Pie, di Sanità, ecc., consultate per questa Nota, insieme al recente giudizio del Prato mi ritornava al pensiero anche l'altro del Solaro della Margherita, secondo il quale era C. Alberto " dotato di una mente a nobili cose inclinata, e di retto senno per conoscerle „ che mai non perdette; d'anima informata in modo da poter tentare " le più grandi imprese „ e divenir " emulo di Emanuele Filiberto „ (2).

Scrivendo nel 1852, calde ancor quasi le ceneri dell'esule sventurato d'Oporto, il Solaro della Margherita concludeva naturalmente che a tal fine l'avevan tratto le " troppo belle e seducenti illusioni „ da cui s'era lasciato sviare. Ma a noi è dato oggi affermare che se a Carlo Alberto furono prodigate le spine della lotta, e negate le rose del trionfo, aveva di questo creato lui pe' fortunati successori molte condizioni essenziali. Ne' fasti del Risorgimento, la figura di Lui otterrà, da posteri più equi e meglio informati, l'altissimo luogo d'onore che la riconoscenza nazionale gli deve.

VII.

Gli inizi di Don Bosco.

Con la morte del can. Cottolengo coincidono gli inizi dell'altro apostolo glorioso, destinato a spiegare anche più vasta azione, perchè non ristretta al solo Piemonte nella sua capitale, ma estesa a tutto il mondo civile, e fin tra' selvaggi. Don Bosco ebbe col Cottolengo comune la sorte di non venir compreso dalla

---

(1) *Biblioteca di storia italiana recente*, IX, 138.

(2) *Memorandum storico politico*, Torino, 1852, p. 11. Un bellissimo ritratto morale di C. Alberto contiene la lettera 15 settembre 1826 del precettore Mons. Charvaz all'Avet (ed. per Nozze, dal De Orestis, Torino, 1914) che nel Principe trovava a lodare " des vues nobles, droites et solides, un coup d'œil sûr, beaucoup d'instruction puisée à de bonnes sources et bien digérée, un juste temperament entre le désir d'innover et l'opiniâtreté à ne rien changer, la religion pour base de tout l'édifice „; insomma un " fondo ricco „ al di là d'ogni attesa.

Digitized by Google

pur tanto intellettuale e benefica Marchesa di Barolo: ma contro aristocratici pregiudizi, od altre pervicaci e grette avversioni, trovò lui pure largo appoggio nel Re.

Il Lemoyne, il più ampio biografo di Don Bosco, riferisce un brano delle Memorie del Venerabile, che narra strani particolari della lotta svoltasi nel 1845-46 fra lui ... e il padre di Cavour, Vicario di Torino. O per sue impressioni fallaci, o per altrui suggestioni malevole, aveva il buon marchese Michele Benso pigliato un gran dirizzone, col ritenere un soggetto pericoloso, pazzesco quel giovane prete di Murialdo: e non tollerabile, per la quiete, per la moralità pubblica, lasciargli adunare attorno tanta chiassosa ragazzaglia.

Alle ingiunzioni di smettere, anche con minaccia d'arresto, Don Bosco resistè irremovibile: e allora il Vicario pensò d'imporgli con deliberazione solenne della " Ragioneria „ la chiusura degli invisi o sospetti Oratorî. Avrebbe facilmente strappato il consenso degli adunati, se il conte Giuseppe Provana di Collegno, sbottonandosi improvviso, non avesse dichiarato esser volere del Re che non s'inceppasse con ingiustificate molestie la encomiabile attività dell'educatore.

Dovè darsi vinto di buona grazia il Vicario: da gentiluomo squisito, ed accorto cortigiano, seguì docile i cenni del Re; prese simpatia per Don Bosco (e la trasmise al figliolo Camillo); gli elargì soccorsi, sapendo che Sua Maestà soleva far altrettanto, specialmente a Capodanno, quando una delle strenne consuete era riservata ai " birichini di Don Bosco „, secondo l'autografa intestazione del dono (1).

La catastrofe del '49 colpì duramente tutto il Piemonte: e se l'Istituto Cottolengo era tanto già solido da non risentirne gli effetti, una crisi gravissima toccò alle ancora bambine creazioni di Don Bosco; questi potè per un momento addirittura temerne l'inevitabile rovina. Se non egli direttamente, dei suoi fautori (2) invocarono allora sussidi dal Senato, con una peti-

---

(1) Lemoyne, *Vita del Venerabile G. B.*, Torino, Soc. Ed. Int., I, 318. 339 sgg. Cfr. Villefranche, *Vie de Dom Bosco*, Parigi, 1888, p. 42 sgg.; Crispolti, p. 91.

(2) Secondo il Lemoyne, l'istanza fu presentata, arbitrariamente (?), a nome di Don Bosco, da certo Volpato, op. cit., p. 440 sgg.; Crispolti, p. 297.

Digitized by Google

zione, che fu discussa il 1° marzo 1850, e accolta con plauso, su relazione entusiastica dei Senatori Sclopis (1), Pallavicini, ecc.

La petizione inviata al Senato non fu, ch'io sappia, mai riprodotta. Ne tacciono almeno i biografi del Venerabile il preciso contenuto: e giova conoscerlo per gli autentici ragguagli che reca su' primi passi del grande fondatore della società Salesiana.

Illustrissimi Signori (2),

Il Sacerdote Gioanni (3) Bosco dimorante in questa Capitale nel desiderio di provvedere al bisogno de' giovani più abbandonati in età dai 12 ai 20 anni, cominciò adunarli nei giorni festivi in diversi luoghi della città sempre con l'annuenza delle autorità Ecclesiastiche e Civili.

Benedicendo il Signore tale opera riuscì a stabilire nel 1844 in Valdocco un oratorio sotto il titolo di S. Francesco di Sales, a cui intervenivano oltre 500 giovani di cui gran parte esciva dalle carceri, o pericolava d'andarvi.

Il luogo sopra indicato divenuto troppo ristretto per la grande accorrenza de' giovani, nell'anno 1847 apriva a Porta Nuova un altro simile oratorio sotto gli auspici di S. Luigi, e nei tempi correnti mostrandosi la gioventù abbandonata molto più bisognosa di assistenza sia in fatto di educazione, che in fatto di religione, riaprivasi nel corrente anno in Vanchiglia l'oratorio del S. Angelo Custode già iniziato dal M^to^ Reverendo Sig. D. Cocchi Vicecurato della SS^ma^ Annunziata (4).

---

(1) Il carteggio Sclopis, posseduto dalla R. Accademia, comprende due lettere di Don Bosco, ma si riferiscono ad epoca più tarda: provano tuttavolta ch'egli ebbe nell'insigne giurista un mecenate de' più convinti.

(2) O forse illustrissimi Senatori.

(3) Lettere autografe del Bosco, di quei primi anni, hanno tutte la forma dialettale del prenome: Gioanni.

(4) Fondatore degli *Artigianelli*, come tutti sanno, e ammirevole figura di educatore, che spianò la via, degno precursore, a Don Bosco, la cui grandezza lo gettò relativamente nell'ombra. A Torino del resto le classi dirigenti sentivano profonda sollecitudine per i ragazzi abbandonati e desiderio vivissimo di non lasciar alcun mezzo intentato per ripararli " dalla ignoranza e dal vizio che fanno tanti infelici „. Son frasi che figurano nell'indirizzo, del 7 agosto 1838, presentato a C. Alberto per ottenere la concessione di fondare degli Asili infantili: indirizzo in cui non figura niente affatto L. Valerio, mentre fra que' 28 nomi di soscrittori, Camillo Cavour (modestamente in seconda linea) è preceduto da Sclopis, Cadorna, Boncompagni, Farina, Petitti, C. Alfieri, A. Pinelli, G. Manno, M. Bonafoux,

Digitized by Google

In tutti questi tre luoghi col mezzo d'istruzioni, scuole e ricreazioni s'inculca costantemente il buon costume, l'amore al lavoro, il rispetto alle autorità e alle leggi secondo i principii di nostra Santa Cattolica Religione; ci sono le scuole domenicali intorno i principii della lingua italiana, aritmetica e sistema metrico, di che furono già dati parecchi saggi pubblici con soddisfazione delle persone che intervennero.

Si dovette pure aprire un ospizio per ricoverare 25 a 30 giovani dei più abbandonati e necessitosi.

Sin ora ogni cosa progredì coi soccorsi di alcune zelanti e caritatevoli persone Ecclesiastiche e Secolari.

Ora il ricorrente che è alla Direzione di questi tre oratorî trovasi aggravato dal fitto, che tra tutti tre i locali monta a lire due mille e quattrocento, dalle spese di manutenzione dell'ospizio de' Giovani, e delle tre rispettive Cappelle, in cui si compiono nei giorni festivi tutte le sacre funzioni; aggravato altresì dalle quotidiane spese, che l'estrema miseria di parecchi figliuoli rende indispensabili.

Malgrado tutti i suoi sforzi il sottoscritto si trova nella dura posizione di non poter *forse* (1) più continuare attesa la troppa frequenza con cui deve ricorrere alle persone, che sino al presente beneficarono questi oratorî.

Invita pertanto le SS. LL. Illustrissime a volere prendere in benigna considerazione un'opera, che ha già procurato, e vieppiù procura il benessere a tanti abbandonati individui, e per effetto delle LL. saggie deliberazioni a sostenerla, tendendo essa unicamente ad impedire che la gioventù non resti preda dell'ozio, del disordine e dell'irreligione.

La nota bontà delle SS. VV. Illustrissime, e la parte favorevole che prendono in tutte quelle cose che sono relative al bene civile e morale, dànno al ricorrente ferma fiducia che si degnino di accogliere favorevolmente sotto la loro paterna e provvida protezione la raccomandata Opera.

Del che ecc. Il ricorrente.

Franchi, L. G. Provana del Sabbione, dai sacerdoti Renaldi (l'amico e biografo del Cottolengo), Baracco, Sciolla, Bonino (manca invece il Fantini), ecc. Lo seguono C. Saluzzo, Saverio e Paolo Emilio Ripa di Meana, Merlo, Tonello (manca P. Santarosa). Cfr. RUFFINI, *La giovinezza del Conte C. di C.*, II, 106. L'originale di questo indirizzo è nel *dossier* degli Asili, nella stessa cartella de' documenti principali sul Cottolengo.

(1) Parola aggiunta da altra mano che non è quella dell'estensore della petizione: forse da Don Bosco medesimo, che avrà corretta la troppo spinta asserzione del suo patrocinatore.

Digitized by Google

LA SENSAZIONE

(Analisi gnoseologica)

Nota di MARIANO MARESCA

Presentata dal Socio nazionale residente Vidari

INTRODUZIONE

Il Galluppi (1) distingue due epoche nella conoscenza umana: l'una sintetica e spontanea, l'altra analitica e riflessa. La prima è rappresentata dalla conoscenza sensibile, la seconda dalla conoscenza razionale. Nella prima fase lo spirito ammannisce la materia della conoscenza e compone il gran libro della natura sensibile; nella seconda rivede la sua propria opera, interpreta, legge, valuta i prodotti della prima. La prima epoca, secondo il Galluppi, è naturale ed inconsapevole: lo spirito *pone un di fuori*, forma inconsapevolmente il mondo dei corpi, compreso il suo, e quello dei suoi atti e fatti interni.

Questa distinzione ha bisogno d'una spiegazione, prima di essere accettata. Se per inconsapevole s'intende qualcosa d'incosciente, di passivo, di esterno alla coscienza, non è accettabile l'asserzione del Galluppi. Difatti i prodotti della prima fase conoscitiva sono le sensazioni e le percezioni, le quali, benchè siano al di qua d'ogni riflessione ed elaborazione logica, tuttavia sono sempre modi dell'attività della coscienza, costruzioni psichiche, e non qualcosa di passivo, d'informe e di dato esteriore (2).

(1) *Lett. Filosof.*, VIII.

(2) Circa l'inconcepibilità d'un'attività psichica priva di coscienza, cfr. *Il subcosciente* di R. Assagioli, "Atti del IV Congresso intern. di filosofia", Bologna, 1911.

Digitized by Google

Inconsapevole non può valere altro se non *irriflesso*: in quei prodotti conoscitivi non apparisce ancora l'attività riflessa, analitica e sintetica del pensiero logico.

Premessa questa spiegazione, bisogna dar ragione della distinzione tra sensazioni e percezioni come presupposti dell'attività logica. Alcuni hanno voluto escludere la percezione come presupposto del pensiero logico; altri nella sensazione non hanno visto che mera passività e naturalità, e le hanno negato quel carattere psichico senza di cui essa non sarebbe un fatto di coscienza.

Ma gli uni peccano per eccesso, gli altri per difetto. Infatti i primi non hanno presente che la percezione intellettiva, che è una formazione superiore e suppone l'astrazione e la funzione categorica del pensiero. Nell'adulto tutte le percezioni sono intellettive, e bisogna depotenziare queste di tutti gli elementi logici per trovare con uno sforzo di astrazione, gli elementi che costituiscono la percezione sensibile, cioè un insieme di qualità sensoriali (rappresentazioni) associate intorno ad una sensazione attuale (1).

I secondi dal fatto che una pura sensazione non s'incontra mai nell'adulto, considerano la percezione come stato di coscienza semplice, diretto, immediato, come unico presupposto dell'attività logica. Ma all'analisi psicologica risulta evidente che la percezione implica sempre la sensazione come un suo elemento costitutivo, come lo stato di coscienza semplice, che rende possibile quella integrazione posteriore in cui consiste la percezione (2). Ogni percezione è una ricognizione, e suppone oltre la sensazione attuale (stato di coscienza primario) le rappresentazioni (stati di coscienza secondari) che sono il residuo mentale dell'esperienza antecedente della sensazione.

L'analisi della coscienza sensibile ci presenta dunque due serie ben distinte di fatti: le sensazioni e le percezioni.

---

(1) La sensazione fornisce le qualità sensibili isolate e in un certo senso fluttuanti nello spirito, mentre la percezione completa e precisa il *dato sensibile attuale*, in virtù delle immagini anteriori, e lo trasforma in *oggetto*.

(2) Filippo Masci, *Psicologia*, pag. 191, edit. Pierro, Napoli.

Digitized by Google

La sensazione.

I problemi che solleva lo studio della sensazione, dal punto di vista della dottrina della conoscenza, sono i seguenti:

I. La sensazione è qualcosa di passivo per il soggetto, di dato esteriore, oppure implica un'attività, una costruzione soggettiva?

II. Qual'è il valore conoscitivo della sensazione?

I.

Per rispondere al primo quesito bisogna cogliere la sensazione nelle sue genuine fattezze, sceverandola da tutti gli elementi posteriori, aggiuntivi dalla riflessione analitica che, molte volte, altera o distrugge il fatto che sottopone all'analisi. Le affermazioni contraddittorie sulla natura della sensazione, che ci mostra la storia del pensiero filosofico, dipendono appunto dal fatto che, mentre si cercava della sensazione pura e semplice, si riesciva colla riflessione a snaturare il fatto che si analizzava, e lo si presentava o come inferiore alla sua natura, o come qualcosa di gran lunga superiore.

La sensazione nella filosofia greca prima di Platone. — Nella filosofia greca, prima di Platone, non si trova un'analisi gnoseologica della sensazione. Vi sono bensì qua e là descrizioni del meccanismo fisiologico della sensazione (Alcmeone, Filolao), oppure intuizioni psicologiche sull'origine del processo della sensazione, come derivante da un'azione o del " simile sul simile „ (Empedocle, Leucippo), oppure del " contrario sul contrario „ (Eraclito, Anassagora); ma quello che si cerca invano è un esame critico della portata, del valore, dei limiti della funzione conoscitiva di fronte al suo oggetto. La mente greca, in questo periodo, è ingenuamente contemplatrice dell'oggetto che le sta di fronte: ignora la sua virtù costruttrice e formatrice della realtà. Ed anche quando cogli Atomisti sorge il dubbio sulla capacità dei nostri sensi di cogliere la natura intima delle cose, che si fa consistere negli Atomi e nel Vuoto

Digitized by Google

(Democrito); anche quando i sensi sono creduti nunzii efimeri d'una realtà umbratile, perchè continuamente cangiante (Protagora), la sensazione è affermata dogmaticamente o come uno schermo soggettivo della realtà (scetticismo democriteo), o come il prodotto dell'incontro di due movimenti, dell'oggetto e del soggetto (relativismo protagoreo). Il soggetto conoscente non impone le leggi della sua attività all'oggetto della conoscenza, il quale o resta al di qua dei nostri poteri conoscitivi, grossolani ed opachi, o è considerato come instabile e mutevole nella sua verità e realtà. Si suole far risalire a Democrito la teoria della soggettività della sensazione insieme alla distinzione tra qualità primarie e secondarie. Ma in realtà Democrito ha ignorato il concetto della soggettività della sensazione come elaborazione interiore del soggetto conoscente. La soggettività democritea è sinonimo di apparenza ingannevole, ossia di irrealtà, giacchè le sensazioni sono mediate dagli *εἴδωλα*, ossia emanazioni non perfettamente simili alle cose, perchè si riferiscono alla superficie esteriore dei corpi (figura, grandezza) e non alla loro essenza (atomi e vuoto). La differenza tra qualità primarie (pesantezza, durezza, densità) e qualità secondarie (colore, temperatura, suono) sta in ciò: che le une derivano immediatamente dal miscuglio degli atomi; le altre, pur derivando dalla mescolanza degli atomi, non si deducono immediatamente dalla natura dei medesimi, cioè non esprimono i rapporti quantitativi degli atomi, ma bensì le sensazioni che producono in noi. Perciò Democrito dice: *νόμῳ ψυχρόν, νόμῳ θερμόν, ἐτεῇ δὲ ἄτομα καὶ κενόν* (1) (le qualità di freddo e caldo sono convenzionali, di vero non c'è che atomi e vuoto). Ma il convenzionale per Democrito non è sinonimo di *costruzione spirituale*, ma di apparenza: e l'apparenza che si genera nel senso, al quale sfugge la vera essenza delle cose, è il prodotto dell'azione degli atomi, e non di una speciale *reazione* soggettiva. Il soggetto non mette niente di suo nella conoscenza, esso è sempre passivo nel conoscere. Perciò Democrito determina la forma e la proporzione degli atomi che producono le sensazioni del caldo, del colore, ecc.

La sensazione quindi è postulata come un fatto conoscitivo, corrispondente o meno alla natura vera delle cose, ma sempre

(1) Diog., IX, 72.

Digitized by Google

prodotto in noi dall'azione delle cose: perciò la passività è la sua caratteristica fondamentale. Per Democrito tanto la sensazione quanto il pensiero sono variazioni (ἑτεροιώσεις) del corpo (1) i cui organi sono variamente impressionati dagli oggetti. Il concetto d'un'attività conoscitiva spirituale immanente, autonoma, formatrice dell'oggetto conosciuto, è ignorato anche da Protagora, il quale peraltro scopre, insieme agli altri Sofisti, la dipendenza della sensazione dal soggetto conoscente. Infatti non basta affermare che la sensazione è il risultato della concorrenza dell'attività del principio senziente e della cosa sentita, ma bisogna dimostrare in che cosa consista il contributo, o meglio l'azione, del principio senziente in concorrenza con l'azione della cosa sentita, perchè quell'affermazione abbia un significato preciso. Invece Protagora, avendo negato l'esistenza d'un'anima oltre le sensazioni (2), si è preclusa la via per distinguere, nel flusso sempre cangiante delle sensazioni, un principio, un centro unitario dal quale esse si animano e si colorano.

Platone ed Aristotele. — Platone è il primo filosofo, in Grecia, che abbia profondato lo sguardo nell'intima natura della sensazione, superando le descrizioni e le interpretazioni empiriche e grossolane dei suoi predecessori in una visione unitaria della realtà spirituale, nella quale la sensazione possa essere guardata dal di dentro e non dal di fuori del divenire sensibile. Ma l'avere egli sviluppato il suo pensiero in opposizione a due dottrine contrarie che avevano acquistato un'importanza storica nell'antica filosofia greca, l'eleatica e l'eraclitea, gl'impedisce di mantener chiaro ed armonizzare nella dialettica del suo sistema filosofico il concetto che egli ha acquisito — primo nella storia della filosofia — della *spiritualità* della sensazione. Il merito di Platone sta nell'aver cercato di sceverare nella sensazione quello che è opera della riflessione posteriore da ciò che è l'espressione genuina di quel fuggevole apparire in cui essa consiste. Difatti nel *Teeteto* egli acutamente osserva che è la necessità del discorso quella che ci fa fissare nella parola l'istantaneità della sensazione, e ci fa considerare il contenuto della sensazione

(1) Aet., *Plac.*, IV, 8, 5.
(2) Diog., IX, 50.

Digitized by Google

come il correlato delle qualità degli oggetti che essa ci rivela, e ci fa parlare di un'azione che parte dall'oggetto a cui corrisponde una passione nel soggetto che riceve l'impressione. Invece tutte queste distinzioni sono effetto della riflessione analitica che rompe l'unità del fatto primitivo nei suoi fattori. Giustamente Platone osserva che nell'atto di vedere, cioè nell'incontro dell'occhio con l'oggetto visibile, non si genera una *qualità* ma un *quale*, non una visione, ma l'occhio veggente. Così per le altre sensazioni: il liscio, il duro, il caldo, ecc. non sono oggettivamente esistenti al di fuori dei sensi, ma si generano all'atto dell'incontro dell'organo di senso con l'oggetto appropriato (1). Ma è l'organo di senso che avverte le impressioni? No. Ecco dove Platone nettamente si distacca dal naturalismo presocratico. Gli organi di senso sono ciò per mezzo di cui sentiamo: noi non siamo cose come i cavalli di legno ai quali si attaccano degli organi. I nostri organi mettono capo ad un'anima, *con la quale* noi sentiamo per mezzo degli organi. Senonchè questi due concetti, della indistinzione primitiva della sensazione e della sua spiritualità, non sono stati tenuti ben chiari e coerenti in tutto lo sviluppo della filosofia platonica. Contro Eraclito e contro il relativismo protagoreo Platone accentua la tendenza idealistica della sua filosofia, che consiste nel non attribuire alcuna verità all'opinione fondata sul divenire sensibile, e quindi sulle sensazioni, ch'egli nel *Timeo* (28 a.) chiama irrazionali. Si arriva alla filosofia quando si arriva alla conoscenza che la sensazione non ci dà l'essenza delle cose, e che l'opinione fondata su di essa non è il vero sapere, il quale si ottiene per mezzo dell'intendimento (*λογισμός*, *νοῦς*, *νοήσις*). Mentre la sensazione coglie il flusso ininterrotto del divenire, l'intendimento coglie ciò ch'è costante, identico ed immutabile, ciò che esiste veramente in se stesso, l'essenza eterna delle cose, l'idea. Ma se l'idea è tutto ciò che veramente è reale, la sensazione che non ci dà l'idea, non ci dà la realtà, cioè essa è un non-ente. Ma se è un non-ente il contenuto della sensazione, il divenire mutevole e contingente delle cose; la sensazione, come atto spirituale, non può essere un non-ente, altrimenti sarebbe compromessa la sua spiritualità. Ed ecco riapparire la

(1) *Teeteto*, 156 *d*, *e*.

Digitized by Google

distinzione tra atto e contenuto (forma e materia), tra soggetto ed oggetto, che dianzi, nel *Teeteto*, si era vista non essere intrinseca alla natura genuina della sensazione. Di qui due tendenze circa il concepimento della natura della sensazione. Da una parte la tendenza a non riconoscere alcuna natura positiva al di fuori delle idee; e allora si considera la sensazione come un impedimento, un turbamento dell'anima, un limite alla sua purezza che le oppone il corpo nel quale è impiantata (e in questo modo sfuma la spiritualità della sensazione e si ricade nella passività). Dall'altra parte la tendenza a considerare la sensazione — in quanto atto dell'anima — come il ricordo dell'idea, come l'immagine dell'essenza eterna delle cose; ed allora il divenire sensibile non è destituito di realtà e di verità; ma tutto quello che contiene di vero gli deriva dalle idee, per mezzo della partecipazione delle cose alle idee (*μέθεξις, παρουσία, κοινωνία*), e le sensazioni sono il mezzo per arrivare alla conoscenza pura della vera esistenza. Questo contrasto tra passività e spiritualità della sensazione, ch'è l'eco gnoseologica del contrasto che si rivela nella maniera di unire il sensibile al soprasensibile, è trasmesso da Platone ad Aristotele come un enigma che domanda la sua soluzione.

Aristotele partendo dal principio che l'azione dell'agente è nel paziente, conchiuse che l'atto del sensibile e l'atto di colui che sente sono un solo atto, e perciò la sensazione risulta dal punto di contatto nel nostro essere dell'azione del sensibile esterno e dell'organo di senso. Qui è evidente che non si coglie affatto la pura sensazione nella sua natura genuina, perchè si parla di un sensibile in sè, p. e. di ciò ch'è sonoro o di ciò ch'è odoroso (suono e odore in potenza), fuori dell'organo dell'udito e dell'odorato, e si afferma che nell'atto della sensazione vengono a fondersi l'atto della cosa sensibile con l'atto della facoltà sensitiva. Dunque si ammettono due cose come anteriori alla sensazione: un sensibile esterno (oggetto) ed un'azione da parte di questo che ecciti e determini a sentire l'organo di senso (il quale secondo Aristotele non opera per se stesso, ma in quanto viene eccitato dal sensibile esterno, perchè, se operasse per se stesso, sarebbe perpetuamente in atto, ciò ch'è contrario all'esperienza). L'analisi, invece di essere regressiva e di spingersi fino agli ultimi elementi come p. e. il sensibile in sè o in potenza,

Digitized by Google

che suppone il sensibile in atto (la sensazione) di cui è l'astratta rappresentazione, e studiarne la natura e la genesi, ha sdoppiato il fatto in causa ed effetto, ed ha elevato la sensazione a causa di se stessa. Che cos'è infatti il sonoro fuori dell'udito? Il suono in potenza, cioè una sensazione non sentita: un assurdo. Ora questa sensazione non sentita si eleva a causa del fatto del sentire, quando si dice che l'azione e la passione sono nel paziente: l'azione sarebbe la sensazione divelta dal soggetto senziente e proiettata fuori di esso come astratta possibilità di diventare sensazione attuale (es.: il suono in potenza); la passione sarebbe la partecipazione al soggetto dell'azione dell'agente (del sonoro in sè, per ipotesi), ed il paziente sarebbe l'organo o la facoltà di sentire, che dalla potenza passa all'atto.

In Aristotele confluiscono e ricevono un'organizzazione sistematica tutte le esigenze gnoseologiche che le direzioni filosofiche anteriori avevano poste e sviluppate per spiegare l'origine ed il valore della sensazione. Fondamentale fra tutte l'esigenza: " il simile si conosce per il simile „. In omaggio a questa esigenza Aristotele afferma con una intuizione nuova e profonda, ma non bene giustificata: " l'atto del sensibile e della sensazione è identico „. In omaggio al principio, comune a tutta la filosofia greca, dell'esteriorità e dell'esistenza indipendente dell'oggetto dal soggetto — ch'è il principio dell'oggettivismo — aggiunge subito dopo: " ma l'essere loro non è il medesimo: dico, per esempio, del suono in atto rispetto all'udito in atto. Poichè è possibile posseder l'udito e non udire, e ciò ch'è sonoro non sempre rende suono „ (1). Aristotele ha contro di sè l'atomismo di Democrito, il quale dice della sensazione che " *γίνεσθαι εἰδώλων ἔξωθεν προσιόντων* „ (2). Posto il concetto dell'immaterialità dell'anima, ereditato da Platone, e la nuova determinazione dell'essenza dell'anima, raggiunta da Aristotele, come unica forma sostanziale d'un dato corpo organico, il principio che " il simile si conosce per il simile „ doveva essere rovesciato nell'applicazione: dalla smaterializzazione del soggetto (anima) si doveva procedere alla smaterializzazione dell'oggetto

(1) *De An.*, 425 *b* 26 (Aristotele, *Dell'anima*. Passi scelti e comentati di V. Fazio Allmayer, Laterza, 1912).

(2) Diels, *Dox.*, 395 *a* 1-3, *b* 25-27.

Digitized by Google

della conoscenza. La conoscenza ha due gradi: è sensibile e razionale. La conoscenza sensibile coglie le qualità realmente esistenti nei corpi esterni: queste qualità sono i sensibili, i quali si dividono in proprii e comuni, secondochè sono oggetto di un particolare sensorio, o sono comuni a tutti o a più sensi. Ma i sensibili costituiscono i corpi: come possono essere sentiti dall'anima immateriale? Aristotele, mantenendo fede al principio che " il simile si conosce per il simile „, adegua l'oggetto al soggetto, unificando l'atto del sentito e l'atto del senziente in un solo e medesimo processo. Della quale intuizione egli non ebbe piena e profonda coscienza, altrimenti non l'avrebbe negata nell'atto stesso che la poneva, tanto da parte del sensibile che da parte del soggetto senziente. Il sensibile è identico all'atto del sentire soltanto quando è considerato in atto. Però esso non sempre è in atto; ma è anche in potenza, e quando è in potenza il suo essere è diverso dall'essere della facoltà sensitiva. Aristotele non si è domandato quale trasformazione subisca il sensibile nel passare dalla potenza all'atto, perchè si è limitato a postulare l'esistenza d'un sensibile in potenza, senza determinare quale specie di realtà gli competa. Un acuto comentatore di Aristotele (1) osserva che la facoltà sensitiva ed il sensibile quando non sono in atto sono due potenze (astrazioni) che mediante un movimento passano in un unico atto, ch'è come il loro punto d'incontro e di partenza. Ma come una potenza (astratta) diventa realtà concreta? Come può un'astrazione essere una qualità reale di un oggetto esterno? Che il sensibile in potenza sia una qualità reale dei corpi esterni indipendentemente dall'organo di senso, si desume chiaramente dalle parole stesse di Aristotele, quando dice che " per ogni senso in generale bisogna ammettere che il senso è ciò che può accogliere le forme sensibili indipendentemente dalla materia, come la cera prende il segno del sigillo senza il ferro o l'oro: prende cioè il segno dell'oro o del rame, ma non in quanto oro o rame „ (2). Dunque il sensibile in atto è una forma incorporea diversa dal sensibile in potenza, perchè spogliata dalla materia nella quale si realizza fuori dell'organo di senso. Se è diversa, la sensazione altera le

(1) F. Allmayer, op. cit., pag. 123.
(2) Ar., *De An.*, 424 *a*, 17-24.

Digitized by Google

qualità sensibili delle cose, le quali mentre hanno un'esistenza materiale indipendente dall'organo di senso, comunicano alla facoltà sensitiva le loro forme incorporee, che costituiscono l'atto della sensazione. Aristotele non ha più il diritto di sostenere che Democrito sbaglia affermando che il bianco è un certo liscio e il nero una certa scabrosità e attribuendo alla figura anche i sapori (1), perchè l'identità dell'atto del sentire e della cosa sentita postulata, ma non dimostrata, non garantisce per nulla la veracità della sensazione, la quale è sempre un segno della qualità reale, come l'impronta del sigillo sulla cera è un segno dell'oro o del rame che l'ha prodotto. Il sensibile in potenza di Aristotele sta al sensibile in atto come la figura di Democrito sta ai colori, ai suoni, ai sapori, ecc. O il mondo della sensibilità è una serie di apparenze, dietro alle quali si cela la realtà non attingibile dai sensi, o il sensibile in potenza dev'essere qualitativamente identico al sensibile in atto.

Ecco il problema che Aristotele pone alle età successive: in che modo l'oggetto trasmette la sua proprietà all'organo di senso?

La Scolastica. — La Scolastica portò qualche modificazione alla teoria della sensazione come fu esposta da Aristotele. Veramente Aristotele in un luogo del terzo libro della Fisica mitiga un po' la teoria dell'unità dell'atto dell'agente e del paziente, quando, per farsi bene intendere, porta come esempio di azione e di passione l'azione di colui che insegna e l'assimilazione dell'insegnamento da parte del discepolo. Ora in questo esempio già si vede chiaro che l'agente ed il paziente stanno di fronte, distinti l'uno dall'altro, e la comunicazione tra di essi avviene mediante l'operazione del maestro, che produce un effetto, un cangiamento nel discepolo, che, da ignorante, diventa istruito. L'azione del maestro e quella del discepolo coincidono nell'effetto (istruzione), ma non sono identiche. Così si passò nella Scolastica alla dottrina della *specie sensibile*, ch'è il veicolo, il tramite della sensazione. Non è necessario che l'oggetto sia nel soggetto, come opinava Democrito; nè occorre che esso comunichi la propria forma al senso, come pensò Aristotele, perchè

(1) *De sensu*, 442 *b*, 17-21.

Digitized by Google

il sensibile non può perdere la sua forma e diventare pura materia. Perchè si abbia la sensazione basta che l'oggetto sia rappresentato per la propria immagine nel soggetto. La sensazione è l'atto con cui il soggetto senziente riceve in se stesso una cosa mediante la sua forma rappresentativa. La forma dell'oggetto esterno non dev'essere trasportata nel paziente, ma basta che sia ricevuta secondo l'essere spirituale o intenzionale di questo. Tale è il genere di esistenza che posseggono non solamente le cose nella nostra anima, ma altresì l'immagine d'una pietra nella nostra pupilla (1). La modificazione prodotta nell'organo è materiale, ma la rappresentazione che ne segue è immateriale, altrimenti se l'oggetto comunicasse al senso la sua forma reale, secondo la stretta interpretazione del pensiero di Aristotele, il senso diventerebbe la cosa medesima (identità dell'atto della sensazione e dell'atto del sensibile). Le specie sensibili partecipano insieme della natura dell'anima e delle cose sensibili; perciò possono rappresentare nell'anima le condizioni materiali delle cose individuali di cui sono le copie o somiglianze senza comunicarle le proprietà degli oggetti medesimi.

Non è qui il caso di fare un esame dettagliato della teoria della *specie sensibile*, di questo simulacro delle cose, di natura ibrida, corporale e rappresentativo insieme, di questa piccola imagine volteggiante nell'aria, come la definì Descartes (2). Basta osservare che anche l'analisi della Scolastica è pregna di elementi intellettualistici e di riflessioni che postulano elementi estranei alla sensazione. Se la sensazione è un fatto semplice, cioè elementare, il primo grado della coscienza sensibile, perchè introdurre nella sua spiegazione gli elementi della coscienza riflessa? Che ne sa la sensazione di essere la rappresentazione di un oggetto? E poi come sorge la rappresentazione? Questa suppone la cosa: suppone cioè una conoscenza immediata e primitiva della cosa, altrimenti la somiglianza della rappre-

(1) S. Tommaso, *Sent.*, IV, 19, 1, 2 ad 1^{m}. « Species agentis recipitur in patiente secundum esse spirituale ut intentio quaedam, secundum quem modum res habet esse in anima sicut species lapidis recipitur in pupilla ».

(2) Descartes, *Dioptrique*, discours premier, t. VI, pag. 85 (*Œuvres de Descartes* publiées par Charles Adam et Paul Tannery, Paris, Léopold Cerf imprimeur-éditeur, 1902).

Digitized by Google

sentazione con la cosa esterna rimarrebbe senza fondamento. Ma allora la sensazione sarebbe appunto la supposta conoscenza primitiva della cosa, che la rappresentazione esige per essere pensabile come stato reale di coscienza. Definire dunque la sensazione per la rappresentazione della cosa significa snaturare la sensazione, toglierle la sua qualità di essere uno stato di coscienza primario (presentativo, non rappresentativo).

Dalla Scolastica fino a Descartes. — La Scolastica aveva cercato di giustificare la possibilità intrinseca della conoscenza sensibile, ma non aveva spiegato sufficientemente il meccanismo secondo il quale il sensibile viene ricevuto nel senso. S. Tommaso aveva intravvisto la complessità del problema, ed aveva indicata la possibilità di spiegazioni diverse secondo la diversità dei sensibili e dei sensi. Pei colori, ad esempio, egli aveva ammesso che la loro esistenza è identica tanto nell'organo di senso che nella materia individuale dalla quale il senso è impressionato (1). Ma lo stesso non può dirsi del suono, dell'odore e dei sapori. Occorreva un'analisi più particolareggiata e più approfondita del meccanismo psicologico della conoscenza sensibile per enuclearne la validità dei principî metafisici, in base ai quali era stata abbozzata la teoria della conoscenza. Ma nè i contemporanei di S. Tommaso, nè i suoi successori seppero incanalare la ricerca psicognoseologica verso una reale evoluzione delle esigenze implicite nell'escogitazione della specie sensibile. S. Bonaventura insegna semplicemente e dogmaticamente che le specie sensibili prima si generano nel mezzo circostante, indi nell'organo di senso esterno, poi nell'interno e da questo nella facoltà apprenditiva; ma non spiega affatto come si produca un tale fenomeno (2). Duns Scoto vede nelle successive maniere di

---

(1) " Ad tertium dicendum quod colores habent eumdem modum existendi prout sunt in materia corporali individuali, sicut in potentia visiva, et ideo possunt imprimere suam similitudinem in visum „. *Sum. theol.*, I, 85, 1 ad 3^{um}. Divi Thomae Aquinatis, *Summa Theologica*, pars prima, pag. 636, Romae, ex Tipographia Forzani et S., MDCCCXCIV.

(2) " (Sensibilia) intrant, inquam, non per substantias, sed per similitudines suas, primo generatas in medio et de medio in organo et de organo exteriori in interiori et de hoc in potentiam apprehensivam „. S. Bonaventura, *Itinerarium*, c. 2, n, 4.

Digitized by Google

esistenza della specie sensibile una progressiva smaterializzazione della medesima, e crede che sia eliminata così la difficoltà di concepire il potere misterioso che hanno i corpi di agire spiritualmente sugli organi di senso (1). Altri, come G. D'Occam, negano senz'altro questo *medium quo* ch'è la specie intenzionale, o la trasformano in un'entità singolare, di natura materiale, impercettibile, immessa, alla maniera democritea, dall'oggetto nel senso, ma portante con sè la qualità spirituale, di essere rappresentativa dell'oggetto medesimo.

In mezzo a questi adattamenti insufficienti a salvare il principio che *incorporeum non potest immutari a corporeo* non sono mancati i ricorsi alla concezione platonica della conoscenza, presentando o tutto il sistema delle nostre conoscenze o alcune soltanto come innate. Questo strappo alla dottrina aristotelica era incoraggiato dall'autorità dello Pseudo Dionigi e da quella di S. Agostino, negli scritti dei quali trovasi una concezione della conoscenza sensibile agli antipodi di quella di Aristotele e di S. Tommaso. Invece di concepire la specie sensibile come introdotta nel senso dall'oggetto materiale, si ritiene che l'anima formi dentro di sè, per virtù propria, istantaneamente l'immagine dell'oggetto annunziato dal senso, il quale farebbe da stimolante, cioè da nunzio, invitando l'anima a rappresentarsi internamente l'oggetto. S. Tommaso conobbe questa tesi e la respinse, vedendo in essa un ritorno alla teoria di Platone (2). Ma la tesi suddetta penetrò in seguito negli ambienti teologici, che erano saturi di aristotelismo e di tomismo, producendovi adattamenti e conci-

---

(1) « Habet species sensibilis esse tripliciter, scilicet: in obiecto extra, quod est esse materiale; in medio, et hoc esse est quodammodo spirituale et immateriale; habet esse in organo, et hoc adhuc magis spiritualiter et immaterialiter quam in medio ». *De rer. prin.*, qu. XIV.

(2) « Et quia incorporeum non potest immutari a corporeo ... sensum etiam posuit (Plato) virtutem quamdam per se operantem; unde nec ipse sensus, cum sit quaedam vis spiritualis, immutatur a sensibilibus; sed organa sensuum a sensibilibus immutantur. Ex qua immutatione anima quodammodo excitatur, ut in se species sensibilium formet. Et hanc opinionem tangere videtur Augustinus XII super Gen. ad lit. (cap. 24) ubi dicit quod corpus non sentit, sed anima per corpus, quo velut nuntio utitur ad formandum in seipsa quod extrinsecus nuntiatur ». *Summa theol.*, I, 84, 6, ad Resp. Ed. cit., pag. 649.

Digitized by Google

liazioni che ravvivavano l'antica teoria platonica. L'ambiente in cui si formò la cultura filosofica di Descartes era imbevuto di questi principî, di cui c'è traccia evidente anche nel teologo Suarez (1).

Da Descartes a Kant. — Nella filosofia moderna si ha una reazione alla epistemologia della Scolastica. In questa c'era un compromesso tra il soggetto e l'oggetto della conoscenza. Il soggetto era passivo ed attivo insieme. Passivo, in quanto aveva bisogno, secondo la tradizione aristotelica, dell'azione del sensibile esterno per passare dalla potenza all'atto. Attivo, perchè nel ricevere la forma reale esterna, non la trasportava in sè materialmente — per una specie di intussuscepzione — ma la adattava alla sua natura spirituale, appunto nel passare dalla potenza all'atto. Questo modo d'intendere la conoscenza sensibile, che non era nè empirico alla maniera democritea, nè spiritualistico nel senso platonico, fu abbandonato in entrambe le direzioni della filosofia moderna, tanto nella razionalistica che nell'empirica. In quest'ultima prevalse il criterio della passività nell'analisi della sensazione, mentre nella prima si riafferma, con maggior vigore e più chiara coscienza, il carattere dell'autonomia, dell'indipendenza, e dell'assoluta interiorità dell'atto del conoscere. Ma in entrambe le direzioni la sensazione rimane al di qua della coscienza. Telesio e Campanella rigettano l'ipotesi inutile ed assurda della specie sensibile, ma mantengono fede al principio fondamentale per il quale non si spiega la conoscenza sensibile senza ammettere una somiglianza tra la facoltà di sentire e l'oggetto sensibile. Ma, nella sensazione, questa somiglianza si realizza mediante una leggera modificazione nella natura dello spirito vitale, cioè in un cangiamento corporale prodotto dalla forza fisica che agisce sull'organo di senso (2). Ogni sensazione è la conseguenza d'un movimento reale e si riduce, in definitiva, ad una sensazione di contatto. Anche Hobbes sostiene che le sensazioni nascono dal moto: ma mentre Telesio ha sostenuto che nell'impressione passiva

(1) Suarez, *Metaphysicae disputationes*, IV, 2, 1.

(2) Campanella, *Real. phil. Physiologica*, cap. XII, art. 1, p. 131, e *De Sensu*, lib. II, cap. XV, p. 101 e segg.

Digitized by Google

deve riporsi l'essenza stessa della conoscenza sensibile, Campanella taglia la sensazione fuori della coscienza sensibile, e si fa precursore di Kant nell'affermare contro Telesio che l'essenza della conoscenza non deve riporsi nella passione (impressione passiva) ma nella percezione della passione e nel giudizio portato sull'oggetto che l'ha prodotta (1).

Locke, senza attribuire come Telesio e Campanella, una natura corporale all'anima conoscitiva, rese più radicale l'empirismo con la sua teoria della *tabula rasa* e con la critica di qualsiasi specie d'innatismo. Nella sensazione, secondo Locke, l'anima è interamente passiva, perchè le sensazioni dipendono dall'efficacia attuale delle cose sullo spirito, benchè si ignori che cosa sia in se stesso l'oggetto esterno e in che modo agisca su di noi. Però Locke suppone il razionalismo di Cartesio che isola il mondo interiore dall'esteriore. Di qui l'affermazione di Locke che noi non comunichiamo con i corpi ma con le idee di essi; però le idee non le produciamo, bensì le riceviamo. Così si apre la via al fenomenismo di D. Hume e di Stuart Mill, i quali spingono la passività del soggetto conoscente fin al punto da negare qualsiasi realtà all'io, risolvendolo in una serie di sensazioni.

Con Descartes s'inizia nella filosofia moderna la direzione razionalistica, la quale mette bensì in rilievo il carattere attivistico della conoscenza, ma non altrimenti che distanziando lo spirito dalla materia. Lo spirito non può patire dal di fuori: esso non è in rapporto coi corpi materiali, ma con le idee di essi. Come sorgono allora nello spirito le idee dei corpi? E come queste idee diventano rappresentative d'una realtà esterna, se, secondo la fisica cartesiana, lo spirito non ha finestre per comunicare col mondo dell'estensione? Descartes respinge le *specie intenzionali* della Scolastica. Nel discorso primo della *Diottrica* afferma recisamente che le sensazioni si spiegano per mezzo del contatto, della resistenza e dei movimenti dei corpi esterni, senza ricorrere ad immagini che, staccandosi dagli oggetti, li rappresenterebbero nella coscienza. Che cosa sente il cieco attraverso il suo bastone? Resistenza e movimento: ecco

(1) *De Sensu*, lib. II, cap. XV, pp. 101-109.

Digitized by Google

le impressioni ch'egli traduce nelle idee dei corpi. V'è una rassomiglianza tra le idee dei corpi ed i movimenti che attraverso l'estremità del bastone passano verso la mano del cieco? " A somiglianza di ciò io desidero che voi pensiate che la luce è solo un certo movimento o azione rapidissima e vivissima che trapassa ai vostri occhi per mezzo dell'aria, o di altri corpi trasparenti „ (1). La sensazione non è dunque il trasporto d'una qualità o d'una immagine nello spirito che rassomigli alla cosa materiale. " Dopo di che avrete modo di giudicare non essere necessario che passi qualche cosa di materiale dagli oggetti ai nostri occhi per farci vedere i colori e la luce e neppur che ci sia niente in questi oggetti simile alle idee ed ai sentimenti che noi ne abbiamo... E in questo modo il vostro spirito sarà liberato da tutte queste piccole immagini volteggianti per l'aria, chiamate specie intenzionali, che travagliano tanto l'immaginazione dei filosofi „ (2). Tuttavia Descartes si domanda come mai i filosofi abbiano assomigliata la rappresentazione sensibile ad una specie di dipinto interiore della cosa; cioè come mai l'anima per sentire abbia bisogno di contemplare alcune immagini che siano state inviate dagli oggetti fino al cervello. Giacchè, mentre non si bada che alla rassomiglianza che queste debbono avere cogli oggetti che rappresentano, non si pensa ch'è impossibile dimostrare come esse possano essere formate dagli oggetti, ricevute dagli organi esterni e trasmesse dai nervi fino al cervello. Non si è avuta altra ragione di supporle che l'analogia con le sensazioni visive: cioè come il pensiero è eccitato da un quadro a concepire l'oggetto che ivi è dipinto, così si è immaginato che tutti gli oggetti che toccano i nostri sensi, eccitano il pensiero a rappresentarseli per mezzo di piccole figure che se ne formano nel cervello. Ma non si bada che vi sono molte altre cose che possono eccitare il nostro pensiero oltre le immagini, come per es. i segni e le parole che non rassomigliano affatto alle cose che rappresentano (3).

Senonchè la critica di Descartes è puramente negativa; nega cioè che le sensazioni siano il rispecchiamento interiore

(1) Op. cit., p. 84.
(2) Ibid., p. 85.
(3) Ibid., p. 112.

Digitized by Google

d'una realtà esterna, ma non spiega come avvenga la formazione delle sensazioni, come queste cioè si costituiscano secondo l'attività interna del soggetto conoscente. Descartes postula dogmaticamente — nonostante la sua scepsi metodologica — una realtà esteriore con le due proprietà fondamentali " estensione e movimento „ e cerca di spiegare quale sia la condizione determinante della sensazione che si possa riferire all'azione dell'oggetto esterno. Invero, egli dice, supponete pure che l'immagine dipinta nell'occhio, nelle sensazioni visive, sia trasmessa direttamente al cervello e conservi sempre una rassomiglianza con gli oggetti da cui emana; non è questa immagine dipinta nell'occhio la causa della sensazione (come se vi fossero altri occhi nel cervello coi quali noi potessimo concepirla), ma piuttosto sono i movimenti di cui essa è composta, che, agendo immediatamente contro la nostra anima, intanto che questa è unita al nostro corpo, sono dalla Natura istituiti perchè abbia tali sensazioni (1).

In questo punto invano si cerca da Descartes una spiegazione del modo come l'eccitazione (movimento del cervello), ch'è di natura fisiologica, si trasmuti in sensazione, cioè in atto di coscienza. Respinta la rassomiglianza inutile della sensazione alla cosa, imposta dalla concezione aristotelico-scolastica, le impressioni corporali (movimenti fisiologici) non forniscono più la materia, ossia l'oggetto, ma soltanto l'*occasione*, perchè lo spirito esprima da se stesso le rappresentazioni dei corpi per l'uso di nozioni inerenti alla sua struttura e per l'applicazione di principi propri all'interpretazione della sensazione. Quindi si apre la strada all'innatismo che fonda l'assoluta interiorità dell'atto del conoscere, che non è più un duplicato metà materiale e metà spirituale della realtà esterna. Ma la sensazione non è colta nella sua natura genuina: essa dovrebbe essere, secondo Descartes, il punto di contatto tra due sostanze eterogenee (anima e corpo), tra le quali è negata ogni interazione diretta. La comunicazione tra il corpo e l'anima, tra l'esteso e l'inesteso, resta oscura, problematica e contradditoria nel sistema di Descartes. La nozione d'un'azione transitiva, ch'era il cardine

(1) Op. cit., p. 130.

Digitized by Google

della fisica aristotelico-scolastica, spiegava la sensazione come un'effusione della natura dell'agente su quella del paziente per una comunicazione o di movimenti molecolari (Democrito) o di qualità reali (Aristotele e la Scolastica) o di elementi coscienti (Campanella); ma negata l'interazione tra le due sostanze — pensiero ed estensione — come si opera il passaggio dal momento fisico al momento psichico della sensazione? Inoltre, se le sensazioni negli animali (che sono automi secondo Descartes) sono semplici movimenti, non c'è ragione perchè siano altra cosa nell'uomo. E se la sensazione è puro movimento fisiologico del cervello, come si trasforma in rappresentazione d'una qualità esterna nella nostra coscienza? Descartes ha il merito singolare di aver messo in rilievo l'attività, l'indipendenza, l'aseità del pensiero (1), il quale interpreta e traduce i movimenti in qualità sensibili, ma ha il torto di lasciare la sensazione fuori della coscienza, come passione corporale, e di far sorgere miracolosamente la conoscenza sensibile come giudizio spontaneo dello spirito sulle impressioni dei sensi. La sensazione si riduce ad una simbolica ed una semeiotica dello spirito, che occorre interpretare, ed una volta interpretata può esser messa da canto (2).

I filosofi che in seguito presero da Descartes l'indirizzo razionalistico innatista nella soluzione del problema della conoscenza non portarono fino a Kant notevoli modificazioni nell'analisi della sensazione. Nè l'occasionalismo del Geulinx, nè l'intuizione delle idee reali in Dio del Malebranche, nè il parallelismo dello Spinoza (ordo et connexio idearum idem est ac ordo et connexio rerum), nè l'*esse est percipi* del Berkeley, diedero una soluzione soddisfacente al problema cartesiano della sensazione.

Giacchè all'abisso scavato da Descartes tra il mondo materiale e quello spirituale, se ne sovrappose un altro, non meno grave, tra la modificazione soggettiva, in cui si faceva consistere la sensazione, e la realtà ad essa corrispondente nella mente divina. La sensazione infatti, se non era concepita più

---

(1) Gilson: *L'innéisme Cartésien* in "Revue de Mét. et de Morale", juillet 1914, e Hamelin, *Le Système de Descartes*, p. 176, Paris, Alcan.

(2) V. anche Fazio Allmayer, *Materia e Sensazione*, Sandron, p. 109.

Digitized by Google

come il riflesso psichico dell'impressione corporale (passività del soggetto senziente), perchè l'esistenza dei corpi divenne problematica e quasi inutile per la ragione, non era nemmeno concepita come produzione libera del soggetto conoscente. Perciò si cercava sempre la causa delle sensazioni fuori del soggetto individuale, nell'azione divina che sola può produrre delle modificazioni nello spirito finito. Onde alla passività del soggetto senziente di fronte agli stimoli materiali, sottentrò la passività dello spirito finito in relazione all'azione dello spirito infinito che suscita in esso le diverse sensazioni. In tal modo venne anche ad oscurarsi il concetto dell'interiorità della sensazione, riscoperto da Descartes, il quale se non sviluppò la teoria intorno all'origine della sensazione, tuttavia non asserì ch'essa deriva dall'azione di Dio sull'anima umana.

Solo con G. Leibniz si ha un notevole progresso nel concepire l'attività conoscitiva come atto intrinseco del soggetto conoscente e nell'installare la sensazione dentro l'attività della monade-anima, la quale, non avendo finestre, non può patire dal di fuori. Il principio dell'attività conoscitiva secondo Leibniz è interno alla monade, e consiste in un processo di chiarificazione, che cominciando dalle " petites perceptions „ (sensazioni) raggiunge la coscienza chiara e distinta. La gnoseologia leibniziana poggia sopra questi due postulati: *quod agit existit,* e *nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu, nisi intellectus ipse.* Ogni elemento di materialità spaziale è assorbito dalla monade ch'è concepita come un automata incorporeo, che chiude nel suo grembo l'universo. Quindi il problema della passività della sensazione è decisamente superato nella concezione monadologica: la sensazione sorge per un'attività spontanea della monade, e ciò ch'è attribuito alle impressioni delle cose esterne deriva dalle nostre *percezioni confuse* che corrispondono ad esse.

Ogni conoscenza quindi deriva dalla natura dello spirito e non dall'azione degli oggetti sui sensi. Leibniz si motteggia con non minore vivacità di Descartes della teoria scolastica della specie sensibile, che qualifica come nozione volgare: " Je ne demeure point d'accord des notions vulgaires, comme si les images des choses étaient transportées par les organes jusqu'à l'âme. Car il n'est point concevable par quelle ouverture ou par quelle voiture ce transport des images depuis l'organe

Digitized by Google

jusque dans l'âme se peut faire „ (1). Ma come mai le percezioni fanno conoscere le cose esterne presenti, pur non derivando da queste? Se tutte le determinazioni in cui si dispiega la monade derivano dalla sua natura, come si giustifica l'esistenza di qualche cosa oltre la monade? Circa questa questione, ch'è il punto centrale della teoria della conoscenza sensibile, non si trova in Leibniz un reale progresso sui suoi predecessori, da Descartes a Malebranche. La realtà del mondo esterno non è dedotta da nessun principio razionale; ma è accettata dalla coscienza comune come una verità di fatto ed è riportata, sulle orme di Descartes, all'azione divina, come a principio di spiegazione della sua esistenza accanto a quella del soggetto individuale: " Les âmes connaissent les choses, parce que Dieu a mis en elles un principe représentatif de ce qui est hors d'elles „ (2). Ogni monade è una particolare concentrazione dell'universo; è un universo in miniatura. Ma le rappresentazioni che le singole monadi hanno dell'universo si corrispondono, così come le diverse vedute d'una città, prese da differenti punti di vista, sono in un'intima concordanza; la quale non si spiega se non ammettendo un'armonia universale, già prestabilita fin dal principio della creazione da Dio, il quale nel creare ogni singola monade ha tenuto conto di tutte le altre.

Il merito di Leibniz consiste nell'aver affermato recisamente l'interiorità assoluta dell'atto del conoscere, e nell'avere intuito chiaramente la natura complessa delle sensazioni più semplici, le quali sono sempre una molteplicità collegata in unità. Senonchè l'interiorità assoluta dell'atto del conoscere è postulata per ragioni metafisiche (3), ma non solo non è dimostrata, bensì è svisata e impoverita fino a ridursi ad un effetto continuo

---

(1) *Œuvres philosophiques de Leibniz* par PAUL JANET, Paris, Alcan éditeur, 1900, tome premier, p. 786 (lettres entre Leibniz et Clarke).

(2) Ibíd., p. 754.

(3) Infatti Leibniz nega l'interazione tra le monadi, non già perchè la materia non potesse agire sullo spirito (secondo la scuola cartesiana), non esistendo più tale difficoltà nella monadologia, ma perchè l'azione dall'esterno è inesplicabile ed inutile. " Non credo systema esse possibile in quo monades in se invicem agant, quia non videtur possibilis explicandi modus. Addo, et superfluum esse influxum, cur enim det monas monadi quod jam habet? „. Op. cit., tom. II, pp. 590-91.

Digitized by Google

della creazione divina. Aristotele disse che i sensi non sono sempre in atto, ma passano dalla potenza all'atto per l'azione delle cose. Leibniz afferma che la monade-anima è continuamente in atto, essa riceve sempre delle piccole sensazioni. Perchè? Sostituite ai corpi esterni l'azione creatrice di Dio, ed avrete la differenza fra Aristotele e Leibniz. Per Leibniz il contenuto della vita spirituale è dato fin dall'inizio nella monade in una maniera oscura dal principio creante. Ogni attività nelle monadi deriva ininterrottamente dalla divinità, dalla quale esse incessantemente s'irradiano. La conoscenza quindi è un dispiegamento, un ampliamento ed una rivelazione di una sostanza originale della monade. Ma se è così, la sensazione non può considerarsi come un atto assolutamente interno della monade, perchè la monade in tanto ha delle sensazioni, in quanto è creata da Dio in un modo piuttosto che in un altro. Perciò, in ultima analisi, la monade non produce, non crea un contenuto nuovo attraverso la sensazione; ma in essa qualche cosa giunge alla rappresentazione per la diretta azione divina. Ma v'ha di più. Se l'anima è, secondo Leibniz, una unità assoluta, e se l'attività rappresentativa è un suo attributo essenziale, la molteplicità delle monadi non dovrebbe essere una rappresentazione interna alla monade, ma dovrebbe essere invece il dispiegamento stesso della sua sostanza. In altri termini: se essere attivi significa percepire, e percepire significa collegare il molteplice in unità; l'anima ch'è perpetuamente attiva, dovrebbe perpetuamente identificarsi con l'universo, il quale dovrebbe essere incluso sostanzialmente nella monade, e non rappresentativamente soltanto, secondo la concezione pluralistica di Leibniz.

Kant. — Tutte queste difficoltà accumulatesi, nel corso della storia del pensiero filosofico, intorno alla maniera di concepire la natura della sensazione, dovettero essere ben ponderate dallo spirito così penetrativo ed acuto di E. Kant. Questi con una regressione analitica nuova sceverò attentamente tutti gli elementi posteriori e proprii del lavorio riflesso della coscienza dal fatto primitivo della sensazione. Ma nell'eliminazione e riduzione analitica andò anche oltre il fatto semplice che voleva analizzare, spogliando la sensazione d'ogni qualità, d'ogni determinazione, facendone una pura passività e ricettività. Kant

Digitized by Google

distingue nettamente la sensazione dall'intuizione sensibile. La sensazione è il dato, qualcosa di passivo e d'informe: quello che affetta la nostra sensibilità. L'intuizione sensibile è il dato formato, la sensazione (l'impressione sensibile ricevuta dall'esterno) già trasformata dalla coscienza e proiettata nel tempo e nello spazio. C'è una materia ed una forma nell'intuizione sensibile; la forma è la spontaneità soggettiva, l'elemento funzionale del soggetto; la materia è la sensazione, il dato, la pura ricettività sensitiva. Così la sensazione diventa un momento ideale dell'intuizione, un'astrazione, qualcosa che non esiste come stato di coscienza semplice, come fatto primitivo della sensibilità. Il primo fatto di cui abbiamo coscienza è l'intuizione sensibile.

Da Kant in poi. — Con Kant lo studio della sensazione entra in una nuova fase. Kant pone all'età moderna un quesito formidabile per lo studio critico della conoscenza: quali sono le condizioni che rendono possibile la conoscenza? La risposta che dà Kant a questa domanda supera ogni dogmatismo ed ogni innatismo che da Platone a Leibniz avevano attaccato l'atto del conoscere ad una realtà trascendente, immobile, chiusa nel suo ordine extratemporale; e condanna parimenti ogni tentativo empirico di ridurre la conoscenza ad un rispecchiamento puramente meccanico delle cose esterne. Conoscere è giudicare, e giudicare non significa analizzare un'idea ricevuta dall'esterno, cioè non prodotta dallo spirito, ma connettere in un rapporto organico i due termini ond'è costituito l'atto conoscitivo; la forma e la materia, il soggetto e l'oggetto. Ma il rapporto non è posteriore agli elementi che unifica: esso è una *sintesi a priori*. Ecco la novità kantiana, che debella l'ontologismo razionalistico, che dalla pura idea argomentava l'esistenza, e l'empirismo precritico che negava ogni produttività e realtà al soggetto conoscente. Nella sintesi c'è una forma, ch'è attività dell'io, ed un contenuto ch'è investito ed unificato da quell'attività. Ma l'attività non è nè senza nè prima del contenuto: essa è attività del contenuto, e perciò è trascendentale, cioè non deducibile dall'esperienza, che la suppone, e non risolvibile in alcun prodotto conoscitivo che non sarebbe possibile senza di essa: ecco il significato dell'*a priori*. Ed ecco perchè Kant dice che non si conosce nè col solo

Digitized by Google

intelletto, nè col solo senso. Le funzioni intellettive (categorie) sono vuote senza i dati del senso; e questi (intuizioni) sono ciechi senza il lume di quelle. L'oggettività della conoscenza così veniva restaurata sul fondamento dell'esperienza, cioè dei dati della sensibilità, per se stessi particolari e mutevoli, ma capaci di essere sussunti sotto le forme-funzioni dell'intelletto aventi valore universale ed assoluto.

Senonchè i termini della sintesi kantiana provengono da fonti diverse e sono eterogenei: la sintesi intellettiva consta delle categorie e delle intuizioni sensibili, la sintesi (sinopsi dell'apprensione) percettiva consta delle forme *a priori* della sensibilità (spazio e tempo) e della materia della sensibilità (impressioni, sensazioni) che proviene dal di fuori, da un reale in sè, ch'è *data* insomma allo spirito. Quindi la sintesi conoscitiva non era veramente *a priori*: di *a priori* non c'era che la forma, mentre la materia non era *a priori*, essa era data allo spirito da una realtà diversa, da una cosa in sè, della quale lo spirito non può dir nulla, perchè non conosce che attraverso le sue forme *a priori* costitutive dei fatti conoscitivi. Quindi ai filosofi posteriori non potè sfuggire l'impressione che per Kant la conoscenza si verificasse per una specie di accostamento di parti preesistenti, che la sintesi cioè non fosse veramente originaria. Perciò nel processo storico della filosofia che si svolge da Kant noi assistiamo a due tentativi colossali che operano, in direzioni opposte, la riduzione delle fonti del conoscere: o si riduce l'intelletto al senso, o questo a quello: o si cerca di far nascere il soggetto dall'oggetto, o questo da quello. La prima riduzione è propria del positivismo, la seconda dell'idealismo che culmina in Hegel. Gli elementi della sintesi *a priori* kantiana vengono a trovarsi profondamente modificati: nel positivismo la sintesi è *a posteriori*; la forma è un risultato della materia, cioè della sensazione, che viene assunta come elemento primitivo ed irreducibile della realtà: nell'idealismo assoluto la materia non proviene allo spirito da una fonte diversa, non è un dato, ma è *a priori* anch'essa, perchè proviene dall'unità della coscienza la quale produce l'atto conoscitivo liberamente, cioè come creazione assoluta non solo della forma, ma anche della materia della conoscenza. Quindi, a rigor di termini, non si potrebbe chiamare più sintetico l'atto conoscitivo: nel positivismo la sintesi è sol-

Digitized by Google

tanto apparente, perchè in realtà non produce niente di nuovo: nell'idealismo assoluto la sintesi sparisce e sottentra l'*unità* dell'atto spirituale che genera da sè in sè stessa la molteplicità. Il positivismo non spiega l'unità vivente della coscienza, la quale non può essere un'unità di composizione puramente estrinseca e fortuita d'una molteplicità di sensazioni. L'unità se c'è, è immanente agli stati di coscienza: ma l'immanenza se importa l'interiorità e l'originalità dell'unità, non postula la posizione della molteplicità come generata dall'unità stessa. Come l'unità non può essere generata dalla molteplicità, la quale non sarebbe nemmeno concepibile se non fosse pensata come rannodantesi intorno ad un centro unitario; così la molteplicità non può essere generata dall'unità, perchè l'unità non è pensabile come anteriore alla molteplicità, e quindi come generatrice di questa. L'unità anteriore alla molteplicità è l'unità astratta e fittizia, non l'unità reale, la quale genera tanto poco la molteplicità, che, senza di questa, non potrebbe manifestarsi. Noi ci troviamo in presenza di due aspetti della realtà psichica, ciascuno dei quali non può essere pensato senza dell'altro. Ma dall'assoluta correlazione dei due termini del reale, noi non siamo autorizzati a introdurre la causazione logica nell'uno piuttostochè nell'altro, per dedurre idealmente l'un termine dall'altro. L'unità non è più reale della molteplicità: nè l'esperienza, nè la ragione ci autorizzano a risalire dal molteplice all'unità per pensare quest'ultima come *causa sui*, cioè come generatrice di sè come *uno* e come *molti*; come atto *uniente-distinguente*. Il concetto *causa sui* è un concetto contraddittorio: la causazione è inconcepibile senza il *nuovo*; e porre l'unità come causa della molteplicità di cui essa è unità *causa sui* (1), significa porre la molteplicità prima che fosse generata, perchè l'unità è sempre unità d'una molteplicità. Quindi è inconcepibile davvero come l'Uno, l'Io sia autogeneticamente principio dell'altro, del diverso da sè (2).

---

(1) " ... L'assoluto è *causa sui*. *Sui* si badi, che suppone il *se*, il soggetto, l'autocoscienza, onde l'essere causato non è effetto ma fine, valore, il termine a cui si tende e che si conquista „. G. Gentile, *Teoria generale dello spirito come atto puro*, Pisa, 1916, p. 186.

(2) Ibid., p. 185.

Digitized by Google

Che se s'invoca il concetto della causazione dialettica, che postula la compresenza dei momenti della causazione, le difficoltà non diminuiscono, ma crescono, perchè, se dobbiamo abbandonare le categorie della vecchia logica formale per intendere cotesta generazione dialettica, che permette di risolvere ogni molteplicità nell'unità trascendentale dell'io, resta sempre arbitraria la concezione dell'unità assoluta della coscienza come principio e condizione del reale nella molteplicità delle sue forme; giacchè — con eguale diritto e con non maggiore discredito logico — si potrebbe anche partire da una concezione pluralistica della realtà, cioè da un'assoluta molteplicità di atti di coscienza che generi l'unità da sè in sè stessa, essendo anche la molteplicità concepibile soltanto come realizzazione dell'unità. Nè vale il dire che il pensiero, nella sua immediatezza attuale, si presenta come un *prius* gnoseologico di fronte alla molteplicità degli atti, la quale non può essere non pensata, e, appunto per questo, non può non risolversi nell'unità del pensiero attuale; perchè si tratta appunto di spiegare come si formi il pensiero: e assumere a principio di spiegazione l'unità attuale del pensiero non significa arrivare alla radice della molteplicità, perchè l'unità del pensiero, al di là della quale non si può risalire, o è astratta, e non spiega nulla, o è concreta, e suppone la molteplicità di cui è il centro vitale.

Adunque dopo Kant la teoria della sensazione oscilla tra il monismo materialistico del positivismo ed il monismo spiritualistico dell'idealismo assoluto. Nel primo indirizzo la sensazione è l'equivalente psichico delle vibrazioni della materia nervosa; nel secondo è atto uniente-distinguente della coscienza, cioè è atto della coscienza sensibile, che non è la costruzione soggettiva d'un reale già dato, ma la stessa produzione del reale per intrinseca ed assoluta libertà spirituale.

Tra questi due indirizzi opposti vi sono molte conciliazioni intermedie, che fanno ricorso ad un dualismo più o meno larvato di spirito e di natura, di soggetto ed oggetto, non sapendo rinunziare nè al concetto della relatività e soggettività della conoscenza, nè a quello di un reale in sè, indipendente nel suo essere dalla conoscenza, ma rivelatoci da questa. Un esempio tipico di conciliazione tra il kantismo ed il positivismo si trova

Digitized by Google

in un'opera recente di Francesco de Sarlo (1): " Le sensazioni, egli dice, non sono una creazione delle coscienze individuali, ma nemmeno sono copie passive delle cose, perchè le qualità sensibili non sono dei reali in sè, ma sono relative al soggetto conoscente. Ma se non sono realtà per sè, accennano ad una realtà che per esse si rivela „. Adunque la sensazione non si spiega senza un oggetto reale esterno a cui si riferisca e da cui dipenda. Ma come dallo stimolo esterno si pervenga alla sensazione, ch'è atto psichico, non si spiega dal suddetto Autore. E se qualche spiegazione è stata cercata da altri, si è dovuto ricorrere ad una teoria monistica della realtà concepita come psicofisica nella sua essenza.

Siccome tutte le differenti maniere di considerare la genesi della conoscenza in generale, e della sensazione in particolare, che n'è la prima espressione, derivano direttamente dalla tesi kantiana dell'intuizione sensibile, constante di materia (sensazione) e di forma (relazioni spaziali e temporali), è necessario esaminare attentamente la teoria kantiana per aprirci la via all'intendimento della natura della sensazione.

Esame della teoria kantiana.

a) **Difficoltà pregiudiziale del problema.** — La vera difficoltà che giace in fondo all'esame analitico della sensazione è un limite di carattere psicologico, che dipende dalla costituzione della nostra coscienza, che non può prescindere da se stessa mai, e tutto quello che analizza, in tanto lo analizza, in quanto è un suo elemento costitutivo (2). Ora la coscienza è sempre coscienza in atto; cioè percezione e giudizio (almeno nella forma dell'inferenza immediata) e non riesce mai a spogliarsi della sua qualità attuale, a risalire, superando se stessa, a quella che è la semplice manifestazione primitiva della coscienza, in cui

(1) F. De Sarlo, *Psicologia e Filosofia*, vol. I, cap. VIII, *Sensazione e coscienza*, Firenze, La " Cultura filosofica „ editrice, 1918.

(2) Höffding, *La pensée humaine*, Paris, Alcan. " Comment pouvons-nous, avec notre propre activité, connaître quelque chose de différent de nous? Notre activité transforme cette chose d'après les lois de notre conscience. La connaissance est notre œuvre „. P. 40.

Digitized by Google

non c'è ancora nè opposizione nè distinzione di elementi, quantunque ce ne sia la materia. Oppure lo fa, e riesce necessariamente ad un'astrazione, e segna un abisso tra sensazione e coscienza. Da ciò dipendono le due direzioni principali che il pensiero filosofico ha seguìto nello studio della sensazione: 1) o presentare la sensazione come già elaborata e intessuta di elementi razionali; o 2) spogliarla di ogni qualità e determinazione, isolarla addirittura dalla coscienza, presentandola come qualcosa di passivo, d'informe, di non so che estraneo ad ogni forma di coscienza. La prima direzione ponendo già la coscienza come un principio bell'e fatto di fronte ad una realtà estranea, ma tuttavia capace di rispecchiarsi in essa, non riesce a prescindere dal soggetto per fissare l'oggetto e viceversa, dando luogo a tutte le forme di realismo e di fenomenismo escogitate per spiegare il valore oggettivo della conoscenza sensibile. Nè minori sono le difficoltà cui dà luogo il secondo indirizzo. Difatti, rigettando fuori della coscienza la sensazione come pura passività, si va incontro a due ipotesi per spiegare la natura ed il valore oggettivo della conoscenza sensibile: 1) o postulare una cosa in sè fuori della coscienza, causa delle impressioni da cui è affetta la sensibilità e nell'istesso tempo proclamarne l'inconoscibilità, perchè il primo momento conoscitivo è l'intuizione sensibile, ch'è diversa dalla cosa in sè fuori della coscienza fenomenica; 2) oppure superare il dualismo di fenomeno e noumeno, ma non altrimenti che pretendendo di cavare tutto il contenuto oggettivo della conoscenza dal fondo stesso della pura attività spirituale. Altrove (1) esaminerò minutamente entrambe queste direzioni gnoseologiche. Adesso fa d'uopo constatare una sola cosa: ambedue queste direzioni sono il frutto di un'analisi erronea della sensazione, sono il prodotto d'una esigenza intellettualistica che deforma il fatto che sottopone a conoscenza.

b) **Sensazione e coscienza.** — Quelli che considerano la sensazione come pura passività, oppongono recisamente tra loro i due termini: sensazione, coscienza. Così lo Spaventa (2):

(1) Di prossima pubblicazione: *Realismo ed idealismo nel problema gnoseologico della realtà esterna*, Tunisi, Tipografia Finzi, 1922.

(2) *Esperienza e metafisica. Dottrina della cognizione*, p. 171, edizione Loescher.

Digitized by Google

" Coscienza in generale non è nuda sensazione; la quale è sempre, per così dire, al di qua della coscienza, della minima coscienza „. Così D. Jaia (1): " È un fatto che prima che la coscienza appaia, è la sensazione. L'animale vive, innanzi che l'uomo sia nato „. Ma la coscienza è anche sensazione. " Posta la coscienza, la sensazione non rimane fuori di essa, ma è sempre contenuta e come risoluta in essa „ (2). Ma qui è evidente che si fa assumere alla parola coscienza quel significato speciale che essa ha nell'essere ragionevole che riflette sopra di sè ed i suoi stati. Tutti ammettono che sentire non è pensare, che la sensazione è *toto coelo* diversa dall'autocoscienza. Ma la coscienza di sè è l'unica forma di coscienza? È evidente che non si tratta di una questione di terminologia, ma di contenuto. Se vogliamo conservare la parola coscienza per indicare l'autocoscienza, dobbiamo sostituire un'altra parola per indicare i gradi inferiori alla coscienza di sè, a meno che non si voglia arbitrariamente ridurre tutta la vita cosciente all'autocoscienza, e considerare il resto come mera passività ed incoscienza. Dico arbitrariamente, perchè la coscienza di sè non sorge per incanto dal nulla, ma apparisce dopo altre forme di vita cosciente. Perciò la fenomenologia della coscienza non mena a tagliare fuori della coscienza la sensazione; questa è fuori della coscienza di sè, ma non fuori della coscienza; quindi la sensazione non è mera passività. Come provare quest'asserzione?

Rifacciamoci dal punto di vista kantiano a cui si riannoda tutta la speculazione posteriore. Kant separa la sensazione dall'intuizione sensibile: considera quella come materia, questa come la materia formata. Ora contro questa recisa separazione tra sensazione bruta e sensazione formata stanno parecchie considerazioni da farsi.

Poichè la materia senza la forma è un'astrazione, un nonente, la sensazione per Kant è soltanto un momento astratto dell'intuizione, la quale sarebbe il primo grado conoscitivo, il primo stato di coscienza semplice della nostra organizzazione psicologica. Ora, se è vero generalmente che alla coscienza immediata l'intuizione sensibile appare come qualcosa di semplice

(1) *Sentire e pensare*, p. 74, Tipografia della R. Università di Napoli, 1886.
(2) Spaventa, ibid.

Digitized by Google

e di primitivo, tuttavia all'analisi psicologica essa risulta un'inferenza, immediata bensì, ma inferenza che implica elementi anteriori, relativamente semplici. Ogni percezione non ha la sensazione soltanto come un presupposto ideale, ma anche reale; sebbene, nell'esperienza, ripeto, la sensazione non sia mai isolata e nuda, da non essere quasi sempre un'intuizione. Tutte le intuizioni sensibili che appaiono semplici, come. per es., la percezione del color rosso, il do dell'ottava fondamentale, sono costruzioni psichiche di elementi più semplici: difatti hanno già una localizzazione ed una distinzione che sono l'effetto d'una esperienza antecedente. Le forme ordinatrici della sensibilità, spazio e tempo, non sono innate, ma forme-funzioni, che si rivelano progressivamente nell'esperienza per associazione e comparazione di elementi psichici diversi. e l'intuizione spaziale del color rosso appare immediata, ma tale non è; essa è effetto di un'organizzazione inconsapevole, d'una esperienza primitiva, consolidata nella percezione in modo da apparire immediata. Giustamente dice il Bergson (1) che non v'è percezione che non sia intessuta di ricordi, sicchè, in generale si può dire che percepire non è se non un'occasione di ricordarsi. Inoltre in molti casi è quasi possibile rappresentarsi anche la differenza tra sensazione e percezione, sebbene assai imperfettamente. Così nel sogno sentiamo bene, ma percepiamo inesattamente; se siamo distratti sentiamo senza percepire: nell'atto di destarci abbiamo molte impressioni, ma senza percepirle (2). Questa differenza riceve una conferma dalle curiose osservazioni psicologiche sulla sordità o cecità cerebrale. Infatti in questi casi, l'organo della sensazione restando intatto, l'ammalato sente o vede, ma essendo abolita la memoria uditiva o visiva, egli non riconosce più le sensazioni che gli erano familiari (3). Dunque la sensazione è un presupposto psicologico reale e necessario dell'intuizione sensibile.

Questo presupposto, ch'è la sensazione, non può essere mera

---

(1) *Matière et mémoire*, pp. 20, 59, éd. Alcan, Paris.

(2) F. Masci, *Psicologia*, p. 191, e Roustan, *Leçons de Philosophie*, p. 218, Paris, Librairie Delagrave, 1919.

(3) Mach, *La connaissance et l'erreur*, Trad. Dufour, Paris, 1908, p. 59 e segg.

Digitized by Google

passività. La passività è un'idea limite, non un'idea reale; invece la sensazione è l'idea di qualcosa che è reale. Nel soggetto senziente non vi può essere un elemento assolutamente passivo. L'assoluta passività della sensazione è un concetto contraddittorio. Si può parlare, in un certo senso, di passività nei nervi periferici che ricevono l'eccitazione e nei centri fisiologici del sistema nervoso, che sono semplici organi di coordinazione e di riflessione degli stimoli; ma non è lecito, anche dal punto di vista anatomo-fisiologico, parlare di passività nel mantello cerebrale che è il cervello psichico. L'azione del centro psichico non solo coordina e riflette, ma interviene con una funzione nuova, può inibire e conservare indefinitamente lo stimolo, e quel che più importa, lo trasforma; difatti da fisico che era diventa psico-fisico (1). L'anatomo-fisiologia mostra che quello che s'interpone nel circolo dell'azione nervosa è l'azione specifica del centro psichico, e che quest'azione è insieme e indissolubilmente psico-fisiologica (2). Come dunque sarà lecito parlare di passività nello spirito senziente? Lo spirito dovrebbe essere inerte ed immobile come la supposta materia inorganica dei fisici, per poter chiamare le sensazioni modificazioni passive del soggetto senziente. Ma, a parte la questione sull'origine e sulla natura dell'anima, è certo che dallo stimolo alla sensazione c'è una differenza qualitativa crescente via via che s'interpone la reazione del soggetto. Difatti lo stimolo non è simile all'eccitazione nervosa, questa non è simile all'azione del centro cerebrale, e questa differisce *toto genere* dalla sensazione che provoca: " Questa è la reazione, la risposta psichica allo stimolo, ma la risposta è fatta in una lingua affatto diversa, e dall'una all'altra non ci

---

(1) F. Masci, op. cit., pp. 11, 12.

(2) Le designazioni " fisico, psicofisiologico e psichico , debbono prendersi come aventi un valore di distinzione relativa e provvisoria nell'àmbito stesso dell'attività cosciente dalla quale noi non possiamo uscire mai, come si dirà più innanzi. Qualsiasi distinzione suppone la sensazione e non può farsi quindi che nell'àmbito dell'attività psichica, come manifestazione di gradi, modi o momenti della sua funzionalità. Quindi il momento *fisico* o *fisiologico* della sensazione, trovato analiticamente solo e sempre attraverso la sensazione, sarebbe, rispetto al momento psichico della sensazione, come un depotenziamento di questa, ossia un potenziamento iniziale dell'attività psichica.

Digitized by Google

è traduzione possibile, perchè non ci è equivalenza „ (1). Inoltre, osserva l'Höffding, quello che sorge nella coscienza come una sola sensazione, risponde dal punto di vista fisiologico ad una molteplicità di processi, ad un'azione reciproca complessa tra milioni di cellule cerebrali e nervose; la coscienza fa un'unità di ciò che fisiologicamente è una pluralità (2). Orbene, se si dice che il primo grado conoscitivo è l'intuizione sensibile che consta di materia e di forma, si postula l'esistenza della materia, che è pura passività, cioè ricettività di impressioni corporali nello spirito, perche l'intuizione sensibile avviene nello spirito, e se la forma è funzione dello spirito, la materia deve essere data nello spirito, non fuori di esso, nell'ipotetico mondo dell'inerzia e della ricettività bruta. Ora lo spirito è attività, e porre la passività accanto all'atto è mettere insieme cose contrastanti. Dunque la sensazione, intesa anche come momento ideale dell'intuizione, non può essere assolutamente passiva. Nè vale il dire che noi niente conosciamo della sensazione, perchè effettivamente non possiamo parlare che di intuizioni sensibili; poichè si è già dimostrato che l'intuizione non è semplice, è un'inferenza, e suppone elementi più semplici. Questi elementi non sono puramente materia, nel senso di qualcosa d'informe, di passivo, chè sarebbero un non-ente e non potrebbero nemmeno essere informati dall'attività spontanea e sintetica delle forme della sensibilità (3). Essi debbono avere già una costituzione psichica, una loro forma elementare anteriore che ne assicuri l'esistenza psicologica, altrimenti non avrebbero realtà, e non esisterebbero se non nelle forme dell'intuizione, ciò che è contrario a quello che si è detto innanzi. Ora come sorge questa forma primitiva dell'energia psichica? E qual'è il carattere fondamentale dei primi elementi della vita psichica?

Kant vide più a dentro alle funzioni intellettuali che non alle sensitive. Difatti per le funzioni intellettive (categorie) ammise un termine medio (lo schema) che servisse di passaggio

---

(1) Masci, ibid., p. 32.

(2) Höffding, *La pensée humaine*, pp. 39, 42, Alcan, Paris.

(3) « On découvre les traces d'un travail psychique jusque dans les éléments de la conscience les plus simples que nous apercevions ». Höffding, op. cit., p. 37.

Digitized by Google

dalla forma universale al dato particolare, mediante cioè l'applicazione dell'una all'altro. Quantunque questa mediazione non possa intendersi come qualche cosa di oggettivo, *a parte rei*, perchè sarebbe inesplicabile come un termine medio, che non abbia l'istessa natura dei termini che devono congiungere, possa mediare la loro unione; pure ha una profonda verità, intesa come esigenza subiettiva, nel senso della genesi reale della trasformazione del sentimento (che è alla base delle categorie, come correlato psicologico) da sensitivo in ideale, e da ideale in categoria logica. Ora solo nella sensibilità l'applicazione della forma pura al dato dovrebbe farsi senza mediazione? Se la forma è universale e necessaria, ed il dato è mera passività contingente, secondo la concezione kantiana, come si uniranno nella conoscenza sensibile? Senza fantasticare sopra un nuovo schematismo sensibile, non sarebbe fuori di luogo l'analogia tra lo schema dell'immaginazione intellettuale e la sensazione. La sensazione non è assoluta passività, quantunque preponderi in essa il lato passivo, esteriore, meccanico direi quasi, per l'immediatezza e l'inconsapevolezza del suo apparire: essa è già una costruzione del soggetto senziente. Il carattere fondamentale dell'energia psichica è espresso da una concentrazione unitaria di elementi, cioè dalla sintesi di un molteplice, o, come dice il Bergson, dall'unità nella varietà. Orbene questo carattere generale della vita psichica investe gli elementi più semplici della coscienza ai quali si arresta l'analisi degli stati psichici complessi. Se dunque noi non possiamo risalire al di là delle sensazioni, non ci è lecito di pensare le sensazioni come elementi assolutamente semplici, o come dati immediati sui quali non si sia compiuto alcun lavorio psichico. Le sensazioni sono semplici rispetto agli ulteriori atti della coscienza, ma per se stesse portano già l'impronta d'una sintesi: così pure si chiamano dati immediati in relazione ad un certo lavoro psichico che si compie su di esse, ma in realtà esse sono indubbiamente il risultato e l'espressione di una costruzione psichica (1).

---

(1) Höffding, *Esquisse d'une Psychologie fondée sur l'expérience*, Trad. par Léon Poitevin, Paris, Alcan. " Le caractère général de syntèse et d'union que nous avons assigné à la conscience paraît donc convenir aussi aux éléments ultimes auxquels aboutit l'analyse des états psychiques com-

Digitized by Google

L'intuizione sensibile non è dunque la risultante dell'applicazione della forma al dato passivo, ma al dato (sensazione) già avente una primitiva organizzazione e costruzione psichica.

Intesa così la sensazione ci scopre l'origine della conoscenza sensibile e ci avvia all'intendimento dei problemi che sono connessi con essa. La sensazione è il primo grado della conoscenza sensibile, è la forma elementare della energia psichica, quella in cui la realtà è presente nella massima indeterminatezza ed indistinzione. Non è una realtà estranea al soggetto e tale che questi si senta passivo di fronte ad essa, ma è una realtà psichica, che implica già una forma ed un'attività da parte del soggetto, che si esplica nell'unificare il molteplice contenuto delle impressioni. Senonchè noi non possiamo superare la coscienza e porre lo stimolo e l'impressione come qualcosa di esterno alla coscienza e di anteriore alla sensazione. La sensazione è costruzione psichica, è unificazione d'un contenuto, d'una molteplicità d'impressioni sensibili. Ma questa molteplicità si presenta dopo, analiticamente, e viene proiettata fuori della coscienza. Nell'atto della sensazione non apparisce alcuna distinzione di unità e molteplicità, di forma e materia della sensazione medesima. L'impressione e lo stimolo sono il prodotto d'una riflessione ulteriore che sdoppia la primitiva costituzione della realtà psichica in materia e forma, molteplicità ed unità, oggetto e soggetto. Ma questi aspetti che l'analisi dissocia sono coevi e simultanei nella sensazione, ch'è l'espressione dell'attività unificatrice primordiale della coscienza sensibile. Questa sintesi elementare non assume ancora la forma distinta dell'unità spaziale e temporale, ma ne è la condizione ed il presupposto.

Sicchè possiamo conchiudere che la sensazione si può intendere soltanto se si depaupera l'intuizione sensibile da tutto ciò ch'è elaborazione soggettiva complessa. Quello che vi resta è la sensazione, la quale non è una modificazione passiva del soggetto conoscente, ma è un atto della coscienza, e se non ha

---

plexes. Si donc on voulait soutenir que la conscience n'est qu'une somme de sensations, il faudrait en tout cas ajouter que les termes de cette somme ne sont pas absolument simples, mais qu'ils portent déjà la marque d'une syntèse „. P. 138.

Digitized by Google

una forma definita ed una qualità distinta, è però ricca di contenuto, siccome quella che ci dà l'immediata realtà che, per essere conosciuta, deve assumere successivamente le forme dell'intuizione e del pensiero.

II.

Il valore conoscitivo della sensazione.

La difficoltà principale che impedisce di considerare la sensazione come elemento attivo del soggetto senziente deriva dalla necessaria indeterminatezza del suo contenuto. Pare impossibile pensare un'attività che non abbia una qualità. Ora dire qualità, è determinare, determinare è distinguere; ed eccoci nel bel mezzo della coscienza che ha superato già l'indeterminatezza della sensazione. Perciò si pone la sensazione di qua, e la coscienza di là. Lì c'è buio pesto; qui c'è la luce meridiana della consapevolezza. E non si bada che il passaggio dall'una all'altra è un salto mortale, e che la coscienza nell'atto suo distinguente-uniente suppone un contenuto, suppone i termini da distinguere, e questi termini li deve avere in sè, non fuori di sè, in un altro mondo, che sia per ipotesi quello dell'inerzia e della passività. La coscienza distinguente non può essere il primo grado della coscienza: l'apparizione della coscienza non comincia col distinguere nel vuoto psicologico due termini che allora facciano la loro prima comparsa. Questo è uno sviluppo ulteriore della coscienza; non è il primo suo grado, quello dell'indistinzione e dell'indeterminatezza che deve precedere necessariamente l'atto della distinzione. Ora la sensazione è appunto quel primo momento della coscienza, in cui gli elementi della posteriore distinzione giacciono involuti e sonnecchianti nell'involucro pieno ed opaco del contenuto sensitivo. Non già che non ci siano il soggetto e l'oggetto, che questo non abbia qualità e determinazione; tutte queste cose vi sono, ma non sono *saputе*, non sono rivelate come tali, cioè distinte; sono vissute e sentite simultaneamente. Tra Condillac che affermava che nelle diverse sensazioni (eccetto in quella del tatto) il soggetto si fonde, fa uno con la cosa sentita, e Galluppi che sosteneva la distinzione esplicita del soggetto senziente dalla cosa sentita, il primo ha

Digitized by Google

ragione contro il secondo. Nella sensazione non si sa ancora nulla della cosa sentita; il soggetto sente se stesso modificato; e questo stato di coscienza è chiuso in sè stesso, e irrelativo e perciò è opaco e sembra *passivo*. Ma in esso c'è il soggetto senziente e c'è anche la cosa sentita; manca però l'avvertimento esplicito dell'uno come distinto dall'altra; gli elementi che rilevava il Galluppi ci sono, ma non sono saputi, cioè distinti. Ecco la pura sensazione: essa è muta, non vede, non ode, non dice cosa alcuna, benchè nel suo vasto fondo abbia tutto dinanzi e dentro di sè. Si può dire altro della sensazione? Qualunque cosa se ne dice, la si snatura: anche il Rosmini, ponendole fuori l'essere, depauperò la sensazione del suo più vitale elemento. Egli volle dare una qualità positiva alla sensazione, l'indeterminatezza; tal'è l'*essere possibile*. Ma il dire che la sensazione è indeterminata, è già darle questa determinazione, di essere indeterminata, mentre la sensazione non sa nulla della sua indeterminatezza. Dunque quando diciamo indeterminato il contenuto della sensazione, lo diciamo in rapporto agli ulteriori gradi della coscienza, volendo escludere da essa appunto le determinazioni proprie degli stati di coscienza complessi: l'indeterminatezza della sensazione è una qualità negativa, non positiva. In se stessa la sensazione è determinata e concreta; per essa il soggetto senziente produce e sente sè affetto dal nuovo suo essere. Produce, perchè la sensazione è una modificazione bensì, ma non importata dal di fuori passivamente, ma trasformata in qualche cosa d'interno; è la prima spiritualizzazione dell'essere. Sente, perchè sentire è sentirsi in un modo nuovo, è sentire sè modificato. Ma tutte queste determinazioni sono semplicemente sentite, non saputе. Ecco la ragione dell'indeterminatezza come correlato di non saputo.

Gli ulteriori gradi della coscienza rappresentano la continuità e lo sviluppo del primo, non un salto. Gli elementi tutti della percezione sono già elementi della sensazione. La percezione è la continuazione ed il compimento della sensazione. Essa la continua, in quanto non postula una nuova attività; la compie, in quanto fa apparire quello che nella sensazione c'era, ma non appariva. Nella percezione apparisce per la prima volta il contenuto della sensazione, si rivela la *cosa esterna* al soggetto. La percezione è una elaborazione della sensazione; questa non si

Digitized by Google

presenta più nella sua immediatezza, ma è mediata dalla *rappresentazione*, ch'è una interiorizzazione del contenuto della sensazione, il quale apparisce svincolato dalle impressioni sensibili primitive. È un potenziamento ulteriore dell'attività psichica, una unificazione più profonda, più chiara e più distinta, del contenuto della sensazione. Dal fondo pieno ma opaco della sensazione primitiva si secerne una dualità di termini: un soggetto ed un oggetto, un io ed un non-io, una forma interiore ed una materia esteriore. Ma la distinzione è posta soltanto, e quindi non è riflessa e consapevole. È una distinzione che non penetra nell'intimità dell'atto psichico, facendo balzare da esso l'io pensante e l'oggetto pensato. Questa ulteriore distinzione è una contrapposizione di termini, che postula la riflessione del soggetto su di sè stesso, cioè l'autocoscienza, ed è propria della percezione intellettiva, ch'è conoscenza riflessa e mediata.

Finchè non si oltrepassa la sensazione, si rimane nei limiti della conoscenza spontanea ed immediata: ed in questo campo la sensazione, pur essendo il primo atto della coscienza sensibile, non può dirsi un atto conoscitivo vero e proprio, perchè l'atto conoscitivo, anche nella forma della sintesi spontanea percettiva, è sempre una distinzione, è cioè una identificazione ed una differenziazione. In questo senso soltanto la sensazione può dirsi *materia*: cioè materia di conoscenza, materia di assimilazione e di distinzione, e non materia nel senso di passività e ricettività sensitiva (1).

---

(1) Non è necessario quindi, per respingere la passività della sensazione, installare questa nel centro della vita autocosciente, identificando l'essere dello spirito col processo dialettico del pensiero. Il sentire non è il pensare, benchè non si possa risalire al sentire alogico, se non attraverso la coscienza, ch'è già trasparente a se stessa, cioè coscienza di sè. Perciò mi sembra che l'idealismo attualistico annulli il problema della sensazione, quando afferma che essa non si può intendere se non come momento concreto dell'autocoscienza. Così non mi sembra esatto ciò che scrive A. Carlini sulla sensazione in un'opera recente (*La vita dello spirito*, Vallechi editore, p. 123): " La sensazione non è, dunque, passività, come parve da principio al Condillac, e come pare a ognuno che al percepire presupponga il suo oggetto, ma attività che realizza l'oggetto come oggetto altro dal soggetto ". La sensazione, invero, non sa nulla di cotesta sua supposta attività realizzatrice dell'oggetto come altro dal soggetto.

Digitized by Google

III.

Aspetto metafisico del problema della sensazione.

Se nella primitiva costituzione della realtà psichica, quale si manifesta nella sensazione, si riscontrano una forma ed una materia della conoscenza sensibile, sorge imperiosa ed insistente la domanda: i due aspetti della realtà psichica, di cui è espressione la sensazione, sono omogenei o eterogenei? Non abbiamo ragioni per ritenere che siano eterogenei: l'eterogeneità è supposta dogmaticamente, non dimostrata. È antico il postulato gnoseologico: *Simile simili cognoscitur*. La conoscenza postula l'identità di natura dei termini che la costituiscono. Ma l'omogeneità non significa identità assoluta, cioè soppressione di differenza. Sono identici e diversi insieme: identici di natura (psichica), diversi come modi di essere, come manifestazioni della realtà. La forma è atto, è unificazione, la materia è contenuto psichico, molteplicità dominata dalla forma. L'esserci della materia e della forma è simultaneo: dunque nè la forma (atto) senza materia (contenuto), nè questa senza di quella. La loro coesistenzialità fu affermata da Aristotele, quando disse: " poichè l'atto della cosa sensibile e della facoltà sensitiva è uno solo, laddove diverso è l'essere, è necessario che insieme vengano meno o sussistano l'udito e il suono presi in questo significato (attuale) e il sapore e la degustazione, e similmente tutto il resto: ma quando sian presi nel significato di potenza non si ha più tale necessità „ (1). Ma il sensibile in potenza è postulato dogmaticamente dalla riflessione analitica che sdoppia l'unità del processo conoscitivo in causa ed in effetto (materia e forma) e li distanzia come realtà potenziali. L'essere potenziale è un essere mentale che è il prodotto dell'astrazione analitica, non un essere concreto, che è l'unità di materia e forma. La mente nostra, che ha un'invincibile tendenza verso l'esteriorità causale, perchè si modella sui procedimenti della natura meccanica e della fabbricazione umana, non sa rinunziare alla

(1) *De Anima*, 426 *a*, 9-19.

Digitized by Google

dissociazione ed alla ricomposizione dell'unità concreta del fatto conoscitivo per mutua azione e reazione degli elementi dissociati. E dal problema gnoseologico passa al problema metafisico, investiga l'origine e la natura dei due momenti dell'atto conoscitivo. La ricerca metafisica riesce quasi sempre ad una defigurazione del problema gnoseologico: riesce cioè a conclusioni che non confermano, ma escludono le esigenze gnoseologiche. Perciò le costruzioni metafisiche spesso sono dogmatiche, perchè non si fondano sull'esperienza (la gnoseologia è l'esperienza resa razionale). Di qui la necessità di enucleare e fissar bene le esigenze gnoseologiche immanenti nei prodotti della conoscenza sensibile e di farle valere ogni qualvolta l'interpretazione metafisica riesce alla loro negazione.

Il problema metafisico centrale, che si presenta connesso con la teoria della conoscenza sensibile, è il problema della realtà del mondo esterno. Sembra infatti necessario ammettere l'esistenza di un mondo di cose e di fenomeni sensibili indipendenti dalla nostra coscienza. La Metafisica infatti sorge come determinazione dell'origine e della natura della realtà (il mondo), nella supposizione della sua esistenza indipendente. E quando la gnoseologia comincia a scuotere le basi della credenza nella realtà indipendente del mondo esterno (rivelataci dai sensi), la Metafisica a cui sono connaturati quel problema e quella credenza, cerca di mettere d'accordo i risultati gnoseologici con il postulato della realtà esterna. E siccome quel postulato non è legittimo se non viene confermato e dimostrato valido gnoseologicamente, la sua surrettizia affermazione riesce a svisare e smentire le esigenze gnoseologiche, anche quando queste escludessero in maniera perentoria l'esistenza separata dei corpi esterni (Berkeley).

Se la coscienza è un'unità originaria di forma e di contenuto, non è lecito oltrepassare tale unità mai. La conoscenza non può superare se stessa, per trovare la ragione del suo esserci, gli elementi primitivi (non conoscitivi) della sua costituzione. L'unità originaria è sintesi *a priori*, come ha osservato Emanuele Kant. E la sintesi *a priori* è immanente; essa è la trama stessa ond'è intessuta l'esperienza. Trascendere la sintesi significa trascendere l'unità concreta della realtà sensibile, trascendere cioè la coscienza nella sua fondamentale costituzione. Superata

Digitized by Google

l'attualità della coscienza, si trova l'astratto e l'immaginario. Molte volte la Metafisica è riuscita con tale procedimento a porre un elemento trascendente astratto come principio e causa unica dei fenomeni conoscitivi (la sostanza unica di Spinoza, la monade di Leibniz, il reale herbartiano, lo Spirito Assoluto di Hegel: oppure gli atomi, la materia eterna, l'energia molecolare o qualsiasi altro principio esplicativo del materialismo filosofico).

La teoria della cognizione sensibile esige dunque, in armonia con i suoi postulati fondamentali, la revisione delle direzioni metafisiche in rapporto al problema dell'esistenza del mondo esterno. Questo problema è essenzialmente gnoseologico, e la Metafisica non deve risolverlo contro le esigenze della gnoseologia.

INDICE

Introduzione . . . . . *Pag.* 435

La Sensazione dal punto di vista della dottrina della conoscenza „ 437

Parte prima - La sensazione nella filosofia greca prima di Platone, *pag.* 437 — Platone ed Aristotele, 439 — La Scolastica, 444 — Dalla Scolastica fino a Descartes, 446 — Da Descartes a Kant, 448 — Kant, 455 — Da Kant in poi, 456.

Esame della teoria kantiana:

a) Difficoltà pregiudiziale del problema . . . . . „ 460

b) Sensazione e coscienza . . . . . „ 461

Parte seconda - Il valore conoscitivo della sensazione . . „ 468

Parte terza - Aspetto metafisico del problema della sensazione „ 471

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 7 Maggio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci SEGRE, Direttore della Classe, D'OVIDIO, PEANO, GUIDI, PARONA, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, SACCO, MAJORANA, ed HERLITZKA;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci S. E. BOSELLI, Direttore della Classe, DE SANCTIS, BRONDI, BAUDI DI VESME, SCHIAPARELLI, PATETTA, PRATO, CIAN, PACCHIONI, FAGGI, LUZIO, MOSCA, e STAMPINI, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza del Socio VALMAGGI.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza plenaria precedente del 30 aprile u. s.

Il Presidente comunica la lettera con la quale il Prof. Francesco VERCELLI ringrazia la Reale Accademia per il premio Bressa a lui assegnato.

Dopo di che il Presidente invita le Classi a procedere, mediante votazione segreta, alla designazione del Presidente dell'Accademia. Votano tutti i 25 Soci presenti. Risulta designato ad unanimità il Socio Francesco RUFFINI, il quale è pro-

Digitized by Google

clamato eletto, salvo l'approvazione Sovrana. Il Socio Ruffini rivolge un caloroso ringraziamento all'Accademia.

Si procede alla votazione per l'elezione del Vicepresidente. Sono 27 i votanti, essendo frattanto entrati nell'aula i Soci Einaudi e Vidari della Classe di Scienze morali. Per effetto di questa votazione il Presidente proclama eletto, salvo l'approvazione Sovrana, a Vicepresidente dell'Accademia il Socio Carlo Fabrizio Parona.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 7 Maggio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. CORRADO SEGRE
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Panetti, Sacco, Majorana, Herlitzka e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Parona presenta, ed è accolta per la stampa negli *Atti*, una Nota del prof. Luigi Cognetti de Martiis, *Sull'abbozzo degli organi parietali negli Iguanidi.*

Digitized by Google

LETTURE

Sull'abbozzo degli organi parietali negli Iguanidi

Nota del Dott. LUIGI COGNETTI DE MARTIIS

Presentata dal Socio nazionale residente Parona

(CON UNA TAVOLA E UNA FIG. NEL TESTO)

L'interesse destato dallo studio degli organi parietali s'è maggiormente rivolto alla classe dei Rettili a cagione dell'alto grado di perfezionamento che offrono molti rappresentanti di quella classe nella struttura dell'occhio parietale, e nei Rettili è ormai bene accertato che l'insieme degli organi parietali mostra una varietà di conformazione superiore a quella che si osserva in altre classi. Chiare sintesi più o meno estese dei dati contenuti in una ricca letteratura si trovano nelle speciali monografie di GAUPP (1898) e di STUDNIČKA (1905), nel trattato di embriologia di PRENANT (1896), e in un lavoro più recente di NOWIKOFF (1910). Quest'ultimo autore ha svolto numerose ricerche su alcune specie del gen. *Lacerta*; estese ricerche hanno pure recentemente svolto DENDY (1910) su *Sphenodon*, WARREN (1911) su *Lacerta* e su *Chrysemys*. Scarse notizie si possiedono sugli organi parietali degli Iguanidi, famiglia molto ricca di generi (circa 50 con circa 300 specie); lo studio del loro sviluppo è stato iniziato da KLINCKOWSTRÖM (1893) su embrioni di *Iguana tuberculata* Laur. dell'età di 9 a 40 giorni. Alcuni dati forniti da quell'autore sollevarono critiche da parte di BÉRANECK (1893). Il dissenso essenziale verte sul modo di origine dell'occhio parietale: pel primo autore esso proverrebbe dalla porzione distale di un unico diverticolo il cui tratto basale forma l'epifisi, pel secondo i diverticoli sono primitivamente due,

Digitized by Google

l'uno anteriore (occhio parietale), l'altro posteriore (epifisi). I due modi di origine pare trovino entrambi conferma in base a osservazioni fatte da vari autori su differenti forme di Sauridi, ed è curioso il fatto che anche in seno ad un medesimo genere (*Lacerta*) sono stati entrambi segnalati. Nowikoff (1910), che ha ripreso la questione, è pervenuto, in base a ricerche personali, ad una conciliazione delle due opposte idee considerando l'intervento di fattori meccanici nella vôlta diencefalica mentre in questa s'iniziano gli abbozzi degli organi parietali: " Das Auftreten der primären Ausstülpung scheint nämlich durch zwei Faktoren bedingt zu werden, erstens durch eine intensivere Zellvermehrung an der betreffenden Stelle der Gehirnwand und zweitens durch einen Innendruck in der Gehirnhöhle ". Prevalendo il primo fattore, che provoca pressioni tangenziali, " so kann jede der beiden Organanlagen eine besondere Ausstülpung bilden "; se invece prevale il turgore all'interno del cervello, " so stülpen sich dadurch die beiden Anlagen passiv in Form eines einzigen Säckchens " (l. c., pp. 131, 132) (1).

Altro quesito ripreso da Nowikoff è quello relativo alla condizione pari e simmetrica degli organi parietali, contemporaneamente trattato da Dendy per giungere a conclusioni concordanti (v. sotto).

Avendo avuto a mia disposizione un giovane embrione di *Metopoceros cornutus* Daud., grosso Iguanide dell'isola di Haiti (2), ho stimato opportuno prendere in esame la struttura della vôlta diencefalica nella serie di sezioni spesse 10 μ, che ne potei ricavare in direzione sagittale. L'embrione venne tolto da un uovo ch'era stato deposto da quindici giorni; esso misura circa 1 cm. in lunghezza dall'eminenza apicale alla radice della coda. La fissazione venne fatta con sublimato nitrico-acetico Gilson-Carazzi, la colorazione con emallume Mayer.

---

(1) Si consulti a questo riguardo anche il poscritto nel lavoro di Dendy (1910, p. 329).

(2) Al ch.^mo^ erpetologo del R. Museo Zoologico di Torino D.^r^ Conte M. G. Peracca che me ne fece cortese omaggio, mi è caro esprimere qui i sensi della mia sincera gratitudine.

Digitized by Google

Per meglio giudicare i caratteri morfologici degli abbozzi della regione pineale e i loro rapporti ho ricorso alla costruzione di un modello tratto per sovrapposizione di 24 sezioni (fig. nel testo e fig. 1 A-Y della tavola).

Nell'immagine sufficientemente chiara offerta dal modello si riconoscono le parti seguenti in ordine antero-posteriore:

a) un sollevamento impari mediano a contorno triangolare con vertice anteriore arrotondato;

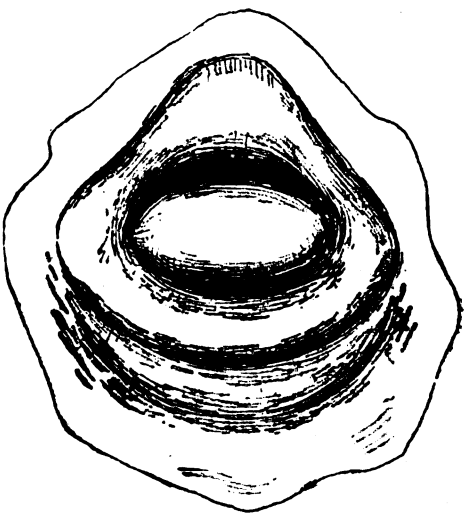
b) un diverticolo impari mediano circoscritto da un solco;

c) una cresta arrotondata disposta ad arco ad abbracciare il diverticolo che la precede;

d) due diverticoli, pari e simmetrici, diretti lateralmente, disposti ai lati del diverticolo impari, e alle estremità della cresta suddetta;

e) una seconda cresta parallela alla precedente.

Le due creste sembra non siano che il risultato di azione meccanica dovuta all'accrescimento degli abbozzi impari che precedono. Di questi il primo, a contorno triangolare, è verosimilmente l'abbozzo dell'occhio parietale, il secondo l'abbozzo dell'epifisi: ciò si desume più che altro dalla loro posizione, giacchè manca ancora la guida data dal differenziamento istologico. La faccia interna della regione pineale mostra un rivestimento fatto di appendici simili a ciglia, analogamente a quanto già venne notato da altri autori in giovani embrioni di rettili.



La presenza simultanea dei due abbozzi suddetti, aperti entrambi direttamente nel lume del diencefalo, non si accorda con la descrizione di KLINCKOWSTRÖM per *Iguana*; tuttavia po-

Digitized by Google

trebbe applicarsi anche nel caso presente il temperamento proposto da NOWIKOFF. Che nell'embrione da me studiato prevalessero sul turgore interno cerebrale pressioni dirette tangenzialmente nello spessore della vôlta diencefalica sembra risulti dalla presenza delle due creste sopra ricordate e dalla loro disposizione. Tali pressioni devono essersi manifestate in special modo nell'area in cui si sollevarono i due abbozzi impari mediani, provocando caudalmente il formarsi delle due creste arcuate, ai lati l'inclinazione verso l'esterno dei due diverticoli pari.

Il mesenchima che sovrasta alla vôlta diencefalica è in complesso plasmato sulle sporgenze e rientranze della regione pineale, ma mentre s'osserva una lamina mesenchimatosa insinuata nel solco dietro l'abbozzo dell'epifisi, e altra se ne osserva nel solco che separa le due creste, manca la lamina mesenchimatosa nel profondo solco situato davanti all'abbozzo dell'epifisi; ciò proverebbe che quest'ultimo solco è di data più recente rispetto agli altri. La lamina mesenchimatosa si trova pure insinuata nel solco sotto ai due diverticoli pari.

Ho riportato (fig. 3) sulla tavola unita a questa Nota la figura di DENDY (1910, pag. 237) che riproduce una sezione sagittale di un giovane embrione di *Sphenodon*: essa, meglio di altre che potei esaminare, si presta per un confronto con quanto osservai nell'embrione di *Metopoceros* e in analoga sezione (fig. 2) (1). In entrambi gli esemplari il sacco dorsale non ha ancora subìto pressione sulla parete anteriore per effetto dell'accrescimento della parafisi. Quest'ultima nell'embrione di *Metopoceros* è ancora nella condizione di " arcata prevelare „ (Ch. S. Minot), che si presenta sottile al pari del sacco dorsale. Il tratto che segue, o " arcata postvelare „, mostra un discreto ispessimento, riconoscibile anche nelle varie sporgenze o diverticoli. Notevole l'estensione della vôlta diencefalica nella regione posteriore all'arcata postvelare, cioè fra l'abbozzo degli organi parietali e la commessura posteriore; la posizione di quest'ul-

(1) Quest'ultima sezione, per un lieve deviamento dal piano sagittale mediano, passa per l'abbozzo dell'ipofisi e sfiora di fianco (a destra) l'abbozzo dell'epifisi, come risulta anche dalla figura corrispondente 1 Q più ingrandita.

Digitized by Google

tima è già tracciata da un profondo solco trasverso che segna il confine fra il diencefalo e il mesencefalo.

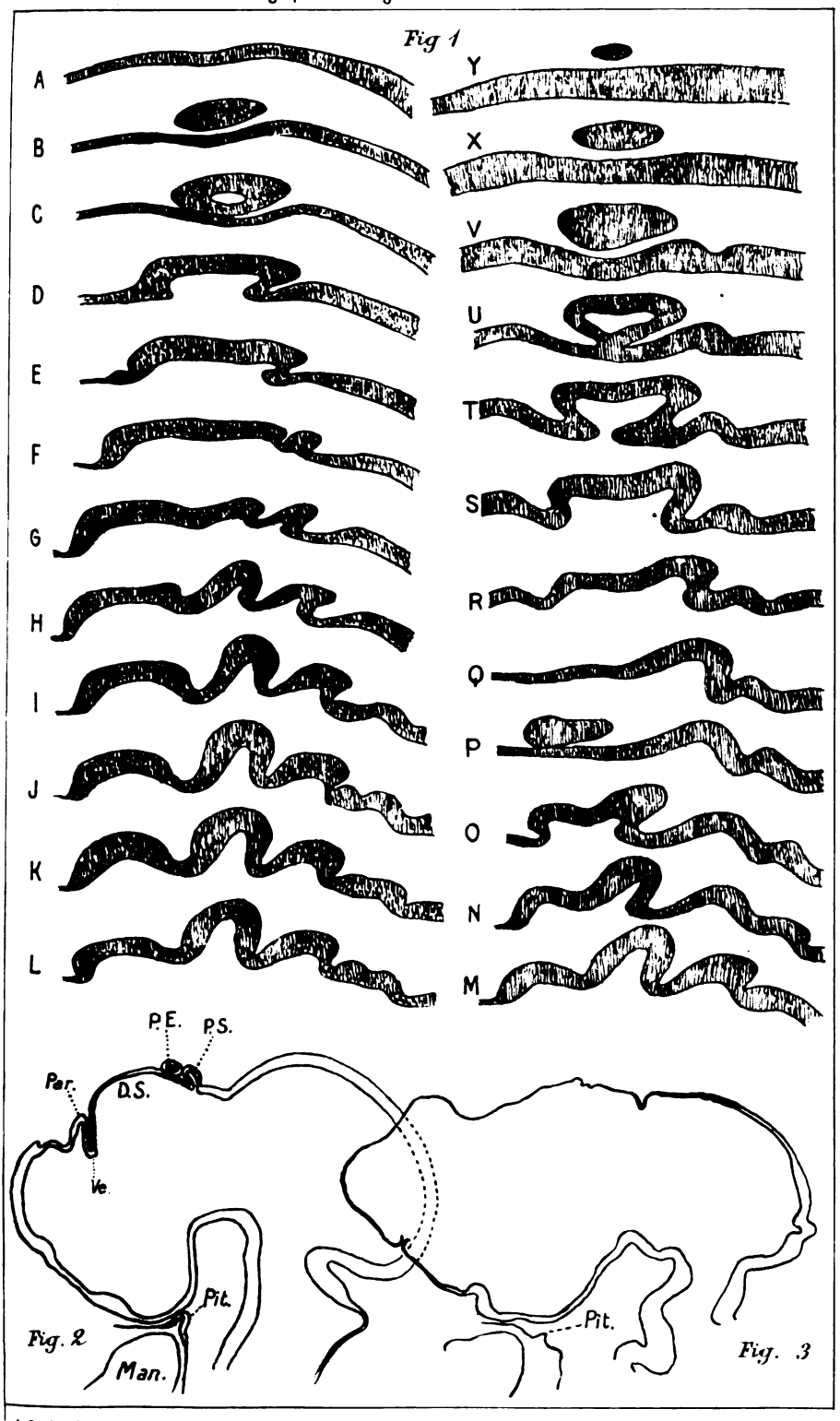
Particolare menzione merita il paio di diverticoli laterali già sopra ricordati. La loro parete è ispessita, il loro apice è diretto verso il lato del capo. Non mi sembra fuori luogo considerarli omologhi con le vescicole ottiche: queste ultime si presentano già trasformate in calici ottici contenenti il cristallino. Il lume dei due diverticoli pari comunica ampiamente con quello del diencefalo, ma non ha diretta connessione con quello dell'abbozzo dell'epifisi.

I dati morfologici che ho potuto ricavare dallo studio dell'embrione di *Metopoceros* non pare diano appoggio alla " teoria bilaterale degli organi pineali „ quale è sostenuta fra altri da DENDY (1910, p. 308). Secondo questo autore: " the pineal organs (pineal eye and pineal sac) originally formed a pair, and the antero-posterior relation which they now bear to one another is a secondary feature „. Anche NOWIKOFF (1910, p. 198) ha potuto concludere che " die Parietalauge und die Epiphyse homologe und höchstwahrscheinlich miteinander paarige Organe sind, welche jedoch nicht eine und dieselbe Entwicklungsstufe erreichen „. Non va escluso tuttavia che ulteriori ricerche, condotte anche su adulti, possano dimostrare in *Metopoceros* la bilateralità degli organi pineali i cui abbozzi si delineano impari mediani; è invece ben manifesta la bilateralità nei due diverticoli laterali, che sono probabilmente abbozzi di organi parapineali.

Dall'Ist. di Anat. e Fisiol. comparate
della R. Università di Torino. – Aprile 1922.

Digitized by Google

L. COGNETTI DE M. – Abbozzi org. parietali Iguanidi



L.C. de M. autogr.

Digitized by Google

Digitized by Google

LAVORI CITATI

Béraneck Ed., 1893, *L'individualité de l'œil pariétal* (Réponse à M. de Klinckowström), « Anat. Anz. », 8, pp. 669-677.

Dendy A., 1910, *On the structure, development and morphological interpretation of the pineal organs and adjacent parts of the brain in the Tuatara (" Sphenodon punctatus ")*, « Philosoph. Trans. R. Soc. London », Ser. B, 201, pp. 227-332, tav. 19-31.

Gaupp E., 1898, *Zirbel, Parietalorgan und Paraphysis.* « Ergebnisse der Anat. und Entw. » di Merkel e Bonnet, 8.

Klinckowström A. de, 1893, *Le premier développement de l'œil pariétal, de l'épiphyse et du nerf pariétal chez Iguana tuberculata*, « Anat. Anz. », 8, pp. 289-299.

Nowikoff M., 1910, *Untersuchungen über den Bau, die Entwicklung und die Bedeutung des Parietalauges von Saurier*, « Zeit. f. wiss. Zool. », 96, pp. 118-208, tav. III-VIII.

Prenant A., 1896, *Éléments d'embryologie de l'homme et des vertébrés*, II, pp. 566-613.

Studnička F. K., 1905, *Die Parietalorgane*, in: *Lehrb. vergl. mikr. Anat. Wirbeltiere* di Oppel, parte V.

Warren J., 1911, *The development of the paraphysis and pineal region in Reptilia*, « American Journ. of Anatomy », 11, pp. 313-392, 13 tav.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1 A-Y — Sezioni sagittali in serie della regione pineale di embrione di *Metopoceros cornutus* Daud.

» 2 — Sezione sagittale dell'encefalo id. id. corrispondente alla sezione Q della figura precedente, × 22.

» 3 — Id. id. dell'encefalo di embrione di *Sphenodon*; da Dendy, 1910, p. 237.

Abbreviazioni: D.S. = sacco dorsale, Man. = mandibola, Par. = parafisi, Pit. = ipofisi, P.E. = occhio parietale, P.S. = epifisi, Ve. = velum transversum.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 14 Maggio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Pacchioni, Valmaggi, Luzio.

Scusano l'assenza i Soci Stampini e Mosca.

È chiamato a fungere da Segretario il Socio Prato.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 30 aprile ultimo.

Il Socio Luzio presenta in omaggio, anche a nome dell'Accademia Virgiliana di Mantova, l'*Eneide* tradotta da G. Albini, nell'edizione speciale fuori commercio, e ne rileva l'importanza con le parole che qui si allegano.

" Mercè il concorso di un concittadino munifico, l'Accademia " di Mantova ha potuto apportare al Centenario dantesco questo " contributo, che è certo uno de' più felici e più degni. In un " consesso di cui fanno parte così insigni maestri di studi clas- " sici, non s'arroga il Socio Luzio di pronunciare giudizi *ex ca-* " *thedra* sul valore della nuova versione. Chiede solo gli sia " consentito d'esporre schiettamente le sue vivaci impressioni " di lettore, di antico innamorato della poesia virgiliana. Rie- " voca i lontani ricordi della giovinezza, quando ebbe la ventura

Digitized by Google

« di studiare il latino con insegnanti che sapevano farlo gustare « ed amare: e dell'*Eneide* recitava a mente centinaia e centinaia « d'esametri. Per un delizioso fenomeno, come caratteri oblite- « rati di palimsesto son ravvivati dall'industria dell'operatore, « così quegli esametri gli son rifioriti nella memoria, con tutta « la freschezza e fragranza delle prime emozioni, per virtù del- « l'interpretazione dell'ALBINI: così aderente non solo alla let- « tera del testo, ma generalmente così piena di fascino perchè « rende lo spirito, serba l'intonazione, il colore, le doti incom- « parabili di soavità e di forza, di signorile ma sobria eleganza. « L'ha quindi letta d'un fiato, con ineffabile rapimento. Pur « essendo un marchigiano, avvezzo a rispettare gli allori del « Caro, a riconoscerne le strepitose qualità di virtuosismo « (ben lumeggiate dal CIAN nell'eccellente proemio a una re- « cente ristampa del Paravia) non esita ad affermar per suo « conto il Socio LUZIO che la versione dell'ALBINI dovrebbe « esser anteposta nelle scuole alla cinquecentesca: servire ad « ogni modo di paragone utilissimo. Di mende non è scevra « indubbiamente pur quella dell'ALBINI: in parte le ha additate, « col garbo consueto, il FAGGI nell'odierno *Marzocco*. Il Socio « LUZIO sottoscrive però a due mani alla recensione critica, « ottima, del BIANCHI, comparsa nel *Momento* dell'11 maggio, « e conclude con le seguenti proposte, su cui invoca la benevola « considerazione de' colleghi:

« 1. si feliciti l'Accademia di Mantova della sua ma- « gnifica iniziativa, coronata da tanto successo, e la si ringrazii « del dono cortese;

« 2. si invii all'ALBINI un fervidissimo plauso per le as- « sidue, sapienti cure spese in così nobile opera, che ridonda « a decoro e vantaggio degli studi italiani;

« 3. si colga la prima occasione propizia per chiamare « l'ALBINI tra' corrispondenti dell'Accademia di Torino, la quale « onorerà se stessa, onorando un cittadino integerrimo, un va- « loroso insegnante, un artista squisito ».

Digitized by Google

Il Socio VALMAGGI si associa calorosamente alle belle e nobili parole del collega LUZIO: " Giuseppe ALBINI è tale in- " terprete sapiente, possiede tali doti di scrittore, ha senso " d'arte cosí squisito e mente cosí scaltrita a tutte le piú re- " condite bellezze de' classici, che postosi all'opera di tradurre " Virgilio, non poteva riuscire se non eccellente, di quella felice " eccellenza che il Socio LUZIO ha messo in luce come si po- " trebbe piú e non si saprebbe meglio. Plaude pertanto al degno " elogio e alle non men degne proposte con le quali l'elogio si " è conchiuso ".

Il Vicepresidente RUFFINI si associa di gran cuore alle proposte LUZIO-VALMAGGI, ponendole ai voti. Sono approvate alla unanimità.

Il Vicepresidente RUFFINI presenta, a nome dell'autore, generale Nicola BRANCACCIO, il volume *L'esercito del vecchio Piemonte (1560-1859)*, richiamando l'attenzione della Classe sul valore di queste ricerche, anche dal punto di vista della storia generale.

Il Socio DE SANCTIS comunica che l'Istituto Veneto ha fatta adesione all' " Union Académique Internationale ".

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 21 Maggio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Herlitzka e Parona Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Salvadori, Mattirolo, Pochettino e Zambonini.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente comunica la lettera colla quale il professore F. Zambonini ringrazia della sua nomina a Socio nazionale residente, e scusa la sua assenza per malattia.

Il Socio Somigliana presenta in omaggio il *Rilievo stereofotogrammetrico della fronte del ghiacciaio del Lys (1:2000) dell'Istituto geografico militare*, e ne rileva l'importanza anche in riguardo agli studi glaciologici.

Sono accolte per la stampa negli *Atti* le Note seguenti:

Sopra un caso speciale di Litofagia del Socio Sacco.

Sulla dimostrazione del teorema di Castigliano del signor Luigi Gherardelli, presentata dal Socio Parona anche a nome del Socio corrispondente prof. G. Colonnetti.

Digitized by Google

LETTURE

Sopra un caso speciale di Litofagia

Nota del Socio nazionale residente Prof. FEDERICO SACCO

Fra i metodi di protezione adottati dagli animali marini è noto che il più frequente è quello di affondarsi nella sabbia o melma del fondo, riparandosi anche fra ciottoli od in cavità preesistenti, oppure di scavarsi direttamente una nicchia propria nelle roccie del littorale, come fanno certe Alghe, ma specialmente parecchi Spongiari, Celenterati, Vermi, Echinidi, Gasteropodi e particolarmente alcune Bivalvi (come Litodomi, Foladi, Petricole, Saxicave, Clavagelle, Gastrochene, ecc.), nonchè alcuni Crostacei.

Nell'interpretazione però del metodo di tali escavazioni non vi è ancora accordo, giacchè si segue da alcuni una teoria, direi, meccanica, già intravista sin dal 1681 dal Bonanni quando osservava le strie anulari delle cavità delle Foladi, confermata poi da Leendert Bomme nel 1773, da Cailliaud nel 1850-56, da Robertson nel 1853, ecc., constatandosi che le Foladi sembrano perforare oscillando nelle loro cavità rocciose, e convalidata dall'osservazione che alcuni animali Litofagi, come appunto le Foladi, certi Echinidi, ecc., intaccano anche le roccie granitiche, gneissiche e simili.

Da altri invece si adotta piuttosto la teoria, direi, chimica, proposta dal De La Faille sin dal 1763, fondata sull'ipotesi di umori acidi secreti da detti esseri scavatori, ed appoggiata fortemente sul fatto che le roccie traforate sono essenzialmente calcaree, nonchè sull'osservazione, sia che le conchiglie dei Litofagi sono spesso gracili e coperte di epidermide (quindi poco atte alla traforazione meccanica, quantunque certe conchiglie

Digitized by Google

essendo aragonitiche possano essere più dure dei semplici calcari), sia che in certuni l'oscillazione della conchiglia riesce impossibile per la sua stessa forma irregolare o altrimenti.

Le due teorie si possono però conciliare pensando (con Cailliaud, Carazzi, ecc.) che vi sono forme (come per esempio le Foladi, ecc.) che agiscono piuttosto meccanicamente, ed altre (come per esempio i Litodomi, ecc.) che operano invece piuttosto chimicamente; oppure ammettendo (come già fecero W. Thomson nel 1835, L. A. Necker nel 1839, Aucapitaine nel 1845, ecc.) che vi possa essere in tali escavazioni un'azione mista, fisico-chimica.

Il fatto scoperto da A. Hancock sin dal 1848 che nel piede e nel mantello di alcune Bivalvi perforanti (come Teredini, Foladi, ecc.), e riscontrato poi anche in Saxicave, Gastrochene, Patelle, ecc., sonvi talora sparsi minuti cristallini o granuli duri, fa pensare ad una azione meccanica ricordante un po' quella della cosidetta carta-vetro.

L'altro fatto, di ghiandole speciali segreganti umori acidi, scoperte da Th. List nel 1902 in parecchi Molluschi perforanti, appoggia invece fortemente la teoria chimica.

Ciò premesso in linea generale parmi opportuno segnalare un caso speciale di Litofagia che ebbi ad osservare recentemente.

***

Nel rilevamento geologico del Terziario italiano, specialmente dei depositi littoranei ciottolosi del Miocene torinese e del Pliocene subappennino, nonchè nell'esame delle zone rocciose in posto già costituenti antichi lidi del mare pliocenico lungo le attuali falde appenniniche dal Piacentino all'Italia meridionale, ebbi centinaia di volte occasione di osservare fori svariati stati fatti da Molluschi litofagi; ma ciò nei calcari (essenzialmente eocenici), il che appoggerebbe l'ipotesi chimica della loro origine.

Recentemente nel rivedere la formazione calcareo-arenacea littoranea, tanto ricca in fossili (Molluschi, Echinidi, denti di Squalidi, ecc.) del Miocene medio di Vignale Monferrato, ebbi a riscontrare, in una cava aperta presso C. Nuova, entro detta

Digitized by Google

arenaria, alcuni ciottoli di Epidotite (roccia che, in posto, non è rara fra quelle pirossenico-anfiboliche delle Alpi piemontesi) con numerosissimi fori di Litofagi. Il fatto mi sorprese dapprima, sapendo trattarsi di roccia durissima (giacchè la durezza dell'Epidoto è circa 6) ed inattaccabile dagli acidi soliti. Siccome però tali ciottoli nel loro lungo trasporto dalla primitiva regione alpina a quella attuale appenninica ed in seguito, attraverso milioni d'anni dal Miocene ad oggi (per opera delle acque sotterranee, ecc.), hanno subìto un principio di metamorfismo di alterazione, così essi hanno perduto la originaria durezza, in modo da essere facilmente scalfiti da una punta di coltello; inoltre, trattandosi di un Silicato di Alluminio e Calcio, per alterazione chimica vi si era prodotto un principio di caolinizzazione e di formazione di Carbonato di Calcio, tanto che a contatto coll'acido cloridrico la superficie di detti ciottoli presenta una notevole effervescenza.

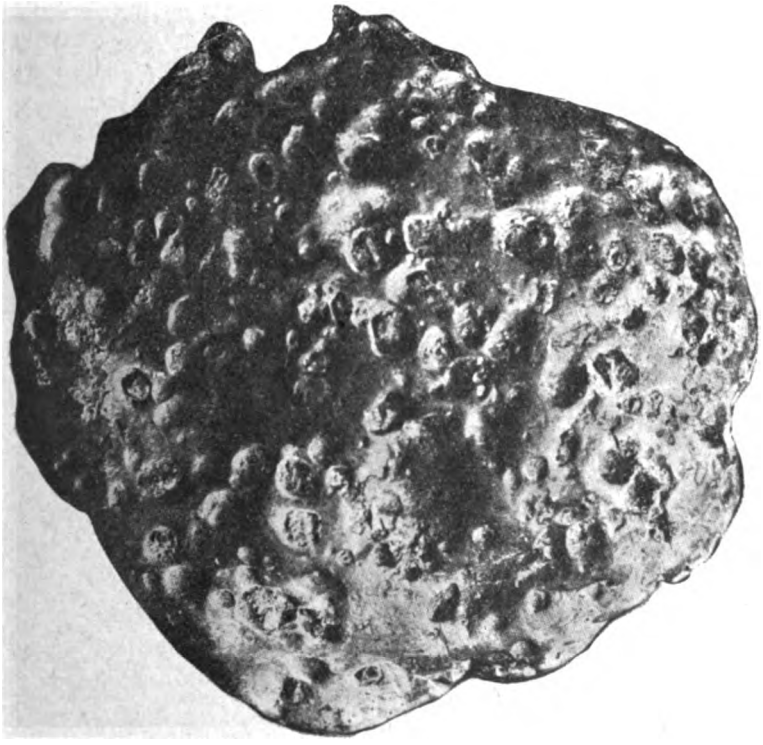
Contuttociò, siccome i ciottoli in questione, per quanto un po' alterati fisicamente e chimicamente, erano più duri e meno facilmente attaccabili dagli umori acidi che non i calcari, si comprende che i Litofagi, quantunque numerosi, attivi e probabilmente svariati, non siano riusciti a perforarli profondamente in modo da costituirvi vere nicchie, ma solo ad intaccarli in moltissimi punti che possono essenzialmente interpretarsi come altrettanti tentativi, non condotti a termine e quindi abbandonati dopo inutili e ripetuti sforzi, riesciti solo a scavare piccoli fori.

L'esame particolareggiato del ciottolo più abbondantemente traforato, di cui è qui unita la figura, ci mostra che esso rimase per lungo tempo sul fondo del mare, colla sua faccia pianeggiante poggiata sulla sabbia, mentre che la sua faccia, direi, superiore, un po' convessa, restava volta verso mare. Perciò, mentre la faccia inferiore rimase integra, quella superiore (compresovi l'intero margine girante verso il basso) fu intaccata da oltre un centinaio di escavazioni piccole o medie, appena accennate od un po' approfondate, svariatissime; notisi che il ciottolo ha una superficie, per ciascuna faccia, di solo un decimetro quadrato circa.

Gli incavi-fori sono alcuni rotondi, altri ovoidali, altri irregolari; per lo più unici, ma talora anche coniugati o plurimi,

Digitized by Google

indicando varii tentativi vicini. Molti di tali incavi sono a semplice scodella con fondo liscio; altri invece mostrano verso il mezzo rilievi irregolari grandi o piccoli, solo accennati od anche assai accentuati, indicandoci nell'azione escavatrice che li ha prodotti una forza assai maggiore alla periferia che non nell'interno; spesso anzi si osserva un vero solco assai forte tra il rilievo interno ed il contorno dell'incavo; fatti che presentano rapporto con quanto riscontrasi nell'azione di certe forme di Petricole, Saxicave, Gastrochene e Litodomi. Sonvi inoltre parecchi incavi con fondo un po' rilevato e granuloso, ciò che parrebbe indicare un'azione piuttosto chimica che fisica.



La vicinanza dei fori, anzi la frequente connessione di alcuni di essi, sembra indicare la non contemporaneità (in generale) ma piuttosto la successione dei tentativi di perfora-

Digitized by Google

zione, evidentemente in rapporto colla difficoltà incontrata nella escavazione stessa.

I fori sono di dimensioni variabilissime, da semplici punti iniziali a circa un centimetro di diametro, ma sono poco profondi, alcuni anzi appena accennati, foggiati a lieve scodellina; quasi come indizio di tentativo iniziato da Litofagi quando dalla vita giovanile (in cui sono spesso solo attaccati alla roccia mediante il bisso, come appunto i Litodomi, le Saxicave, le Petricole, ecc.) passano alla vita adulta e cercano di scavarsi una nicchia nella roccia a cui aderiscono.

Sulla superficie di una parte della regione marginale-inferiore del ciottolo esiste un netto solco tortuoso, dapprima filiforme, poi di circa 3 millim. di diametro ed abbastanza approfondito, il quale non potè certo essere originato da azione meccanica di oscillazione di conchiglia; esso fu prodotto da un organismo ben diverso da quello che intaccò la superficie superiore del ciottolo.

Tutta la superficie del ciottolo in questione presenta una specie di verniciatura naturale, quale la si riscontra frequentemente sui ciottoli di Pietre Verdi depositati fra i terreni marini del Terziario.

***

Dall'esame dell'interessante ciottolo in questione risulta anzitutto che, malgrado la sua natura epidotica, esso, per la sua alterazione, almeno superficiale, potè essere intaccato sia fisicamente sia chimicamente da varî Litofagi, senza però che questi riescissero a compiervi le ampie e profonde perforazioni che essi fanno invece comunemente nei Calcari.

Pare quindi che per spiegare dette perforazioni si possa ricorrere: sia all'azione meccanica di lento logorio per mezzo della conchiglia oscillante o, meglio, del mantello o piede lambente e fregante incessantemente la roccia nell'ambiente acqueo che favorisce l'azione disaggregante, erosiva, ecc., aiutata talora anche dalla presenza di granellini duri; sia alla concomitante azione chimica di umori acidi secreti dall'animale.

Certamente nei diversi organismi litofagi il metodo di escavazione può essere diverso e l'azione quindi essere varia, in

Digitized by Google

alcuni prevalentemente chimica, in altri specialmente fisica ed anche commista, a seconda delle forme, delle abitudini, delle proprietà speciali, ecc.; ma è pur certo che in questi fenomeni di litofagia devesi anche tenere molto conto dell'elemento *tempo* o, meglio, della perseverante, persistente azione di questi esseri litofagi, nonchè dell'ambiente acqueo marino che favorisce molto tali escavazioni, come anche della disaggregazione ed alterazione fisico-chimica che (indipendentemente dalla azione degli organismi) presentano spesso le roccie alla superficie, ciò che le rende molto meno dure e resistenti che non quando sono sane.

Digitized by Google

Sulla dimostrazione del teorema di Castigliano

(da una lettera al Prof. Gustavo Colonnetti)

Nota di LUIGI GHERARDELLI Allievo Ingegnere

Presentata dal Socio nazionale residente Parona

. . . . . .

L'idea di tentare una nuova dimostrazione di questo teorema mi è venuta nel leggere, nei Suoi *Principii di Statica dei Solidi elastici*, come difettasse una dimostrazione che, senza appoggiarsi al teorema di Menabrea e senza richiedere la conoscenza del concetto di funzione che dipende da altre funzioni (introdotto dal Prof. Volterra ed usato dal Prof. Donati nella sua dimostrazione), fosse, d'altra parte, generale e rigorosa.

Ora a me è parso che, invocando il teorema di Betti, si possa conseguire lo scopo.

Sia dato, infatti, un solido elastico comunque vincolato, purchè i vincoli siano sufficienti a definirne in ogni caso la posizione, e soggetto ad una qualunque condizione di carico.

Suppongo intanto che la temperatura si mantenga costante e che i vincoli non generino forze d'attrito. Allora, dovendosi in seguito considerare sempre spostamenti compatibili con i vincoli, il lavoro delle reazioni di questi ultimi riuscirà sempre nullo.

Ciò posto, chiamo F_x, F_y, F_z le componenti della forza applicata all'elemento volumetrico generico dV del corpo, ma riferita all'unità di volume, e P_x, P_y, P_z le componenti della forza, riferita all'unità di superficie, applicata ad un elemento qualunque dS della superficie.

Sotto questo sistema di forze il solido si deformerà, e le componenti dello spostamento che subisce un punto generico si indichino con u, v, w.

Digitized by Google

Si voglia ora determinare quale è lo spostamento di un punto (x_0, y_0, z_0) del corpo in una certa direzione che, per semplicità di calcolo e senza nuocere alla generalità, si può supporre quella dell'asse delle z.

Si immagini allora di applicare in detto punto una forza concentrata P_{0z} diretta secondo l'asse delle z e d'intensità variabile o, meglio, che riterrò come tale durante il calcolo.

Se a, b, c sono i valori che assumono le u, v, w qualora il solido si trovasse soggetto solamente a una forza $P_{0z} = 1$ applicata in (x_0, y_0, z_0), le componenti u', v', w' degli spostamenti che i punti del solido subiscono sotto l'azione del sistema delle forze F_x, F_y, F_z, P_x, P_y, P_z e insieme della forza P_{0z} saranno, in virtù del principio di sovrapposizione degli stati di equilibrio:

$$(1) \qquad \begin{cases} u' = u + a\,P_{0z} \\ v' = v + b\,P_{0z} \\ w' = w + c\,P_{0z} \end{cases}$$

Indicherò in seguito i valori che prendono tutte queste funzioni nel punto (x_0, y_0, z_0) mediante le stesse lettere coll'indice 0.

In queste condizioni il lavoro di deformazione Φ_1 del solido sarà, giusta il teorema di Clapeyron:

$$\Phi_1 = \frac{1}{2}\int_V (F_x u' + F_y v' + F_z w')\,dV + \\ + \frac{1}{2}\int_S (P_x u' + P_y v' + P_z w')\,dS + \frac{1}{2} P_{0z} w_0',$$

ove ho tenuto conto separatamente del termine $\frac{1}{2} P_{0z} w_0'$ anzichè comprenderlo nel relativo integrale.

Derivando ora Φ_1 rispetto a P_{0z} ottengo:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial P_{0z}} = \frac{1}{2}\int_V \left(F_x \frac{\partial u'}{\partial P_{0z}} + F_y \frac{\partial v'}{\partial P_{0z}} + F_z \frac{\partial w'}{\partial P_{0z}}\right) dV + \\ + \frac{1}{2}\int_S \left(P_x \frac{\partial u'}{\partial P_{0z}} + P_y \frac{\partial v'}{\partial P_{0z}} + P_z \frac{\partial w'}{\partial P_{0z}}\right) dS + \\ + \frac{1}{2} w_0' + \frac{1}{2} P_{0z} \frac{\partial w_0'}{\partial P_{0z}}.$$

Digitized by Google

Ma tenendo conto delle (1), la precedente equivale a:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial P_{0z}} = \frac{1}{2}\int_V (F_x a + F_y b + F_z c)\, dV + \\ + \frac{1}{2}\int_S (P_x a + P_y b + P_z c)\, dS + \frac{1}{2} w_0' + \frac{1}{2} c_0 P_{0z}.$$

Ora il teorema di Betti applicato ai due sistemi di forze esterne F_x, F_y ... P_z e $P_{0z} = 1$ e ai relativi spostamenti u, v, w e a, b, c, conduce alla relazione:

$$\int_V (F_x a + F_y b + F_z c)\, dV + \int_S (P_x a + P_y b + P_z c)\, dS = 1 \,.\, w_0$$

che, sostituita nella precedente, dà:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial P_{0z}} = \frac{1}{2} w_0 + \frac{1}{2} w_0' + \frac{1}{2} c_0 P_{0z} = w_0',$$

eguaglianza che esprime appunto il teorema di Castigliano.

. . . . . .

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 28 Maggio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Pacchioni, Valmaggi, Faggi, Luzio, Mosca, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio De Sanctis.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 14 maggio corr.

Il Socio Stampini presenta in omaggio alla Classe il recente volume *Letture e discorsi tenuti in Chiari nel 1° Centenario dalla morte di Stefano Antonio Morcelli* (Chiari, Tip. Ed. G. Rivetti, 1922), nel quale trovasi ristampato il discorso da lui pubblicato nel volume in corso degli *Atti* accademici. La Classe ringrazia.

Il Socio Mosca presenta alla Classe il volume del Prof. Emilio Crosa, libero docente di diritto costituzionale nell'Università di Torino, il cui titolo è *La Monarchia nel diritto pubblico italiano* (Torino, Fratelli Bocca, 1922). Egli osserva come questo lavoro, dei cui concetti fondamentali fa una breve e sintetica esposizione, sia degno di lode tanto per l'ordine della trattazione, quanto per la vasta coltura storica e per l'acume giuridico dimostrati nello studio del non facile tema. La Classe ringrazia.

Digitized by Google

Il Socio Stampini presenta per la pubblicazione negli *Atti* una sua recentissima Elegia latina intitolata *Laeta Tristia*.

Dal Socio Vidari è presentata per la pubblicazione negli *Atti*, col consenso della Classe, una *Nota* del Dott. Carlo Mazzantini, il cui titolo è *Osservazioni critiche sulla pedagogia di Giovanni Gentile*.

Raccoltasi, in seguito, la Classe in adunanza privata, procedette alla votazione per la elezione di un Socio nazionale residente. Riuscì eletto, salvo l'approvazione sovrana, il Prof. Pasquale Jannacone della R. Università di Torino. Con altra votazione riuscì eletto, salvo l'approvazione sovrana, a Socio straniero il Prof. Henri Hauvette di lingua e letteratura italiana nella Facoltà di Lettere (à la Sorbonne) di Parigi. In fine riuscirono eletti a Soci corrispondenti i Professori Santi Romano, Emanuele Sella, Gino Dallari per le Scienze giuridiche; Luigi Pareti per la Storia; Evaristo Breccia per l'Archeologia; Giovanni Vacca e Giorgio Levi della Vida per la Linguistica orientale; Michele Scherillo, Carlo Pascal, Domenico Bassi, Ireneo Sanesi, Ettore Romagnoli ed Ettore Bignone per la Filologia e la Letteratura.

Digitized by Google

LETTURE

Osservazioni critiche sulla Pedagogia di Giovanni Gentile

Nota del Dott. CARLO MAZZANTINI

presentata dal Socio nazionale residente Giovanni Vidari

Nel sistema del Gentile, come è ben noto, la pedagogia non si distingue dalla filosofia se non nell'interno di questa; frutto di specificazione dialettica, essa viene perennemente negata e riassorbita dalla filosofia concreta (1); perchè lo spirito è tutto svolgimento, e cioè formazione di sè, e cioè ancora educazione di sè. Autoeducazione che, per realizzarsi, deve porre innanzi a sè l'*ideale*, e cioè l'*altro*, il *modello* a cui conformarsi. Autonomia allora, libertà assoluta; ma non autonomia astratta (*la* autonomia); autonomia invece che si afferma in un determinato atto, opponendo a sè l'eteronomia, e vincendola. *Questa determinata* autonomia: tutta quella che è possibile nel momento attuale; l'infinita autonomia concreta. *Questa determinata* necessità: questo momento infatti non potrebbe pensarsi, nell'atto in cui si realizza, diverso da quello che è.

Essendo lo spirito educazione, la scienza dello spirito (Filosofia) è scienza dell'educazione (Pedagogia). O, in altri termini: il pensiero (filosofia) non è altro se non l'educazione del pensiero (pedagogia). La pedagogia però, pur essendo identica alla filosofia, se ne stacca dialetticamente; e ciò perchè lo spi-

(1) V. Giov. Gentile, *Sommario di Pedagogia* (Bari, 1914), e spec. vol. I, p. II, cap. 1° e 2° (" Filosofia e Pedagogia „, " Identità di Filosofia e Pedagogia „) e vol. II, Intr.

Digitized by Google

rito non può fermarsi nella singolarità statica di un atto, ma deve procedere. Il suo procedere non può essere altro che il riflettere sul suo stesso atto: staccarlo cioè da sè come un oggetto, come qualche cosa di fisso, di saldo, di immutabile; come un fondamento, insomma, su cui si possa costruire. Così lo spirito, che nell'atto di prima era processo nell'attualità del procedere, nel nuovo atto, che è riflessione sull'atto di prima, appare a sè stesso (in quanto scorgesi, come oggetto, nel passato); appare a sè stesso, dicevo, processo chiuso, modello a cui bisogna adeguarsi, *ideale pedagogico*. La pedagogia si stacca allora, come oggetto posto, dalla filosofia che la pone; e se ne può costruire, naturalisticamente, la scienza positiva: sistema di relazioni fisse, che s'impongono, e dànno allo spirito la regola, secondo la quale il suo sviluppo, e cioè la sua educazione, deve realizzarsi. Senonchè lo spirito, allorchè effettivamente si realizza, nega questa negazione che ha fatta di sè medesimo; nega cioè *l'ideale pedagogico astratto* (concetto della pedagogia come scienza autonoma), per instaurare *questo determinato ideale pedagogico*, che non è altro se non lo spirito tutto intero nel suo momento attuale (*conceptus sui*: concetto della pedagogia come atto spirituale, e cioè come filosofia) (1).

La portata pedagogica di questa dottrina non si può misurare se non esaminando tutte le conseguenze che sono implicite nel concetto dello spirito come puro processo, e di questo processo, come atto eterno, unico, che non lascia nulla al di fuori di sè. E queste conseguenze mi pare che si possano (più che altro, s'intende, per comodo di esposizione) raggruppare intorno a tre punti, fondamentali dal punto di vista pedagogico: I. la negata molteplicità dei soggetti; II. la negata possibilità di una istruzione tecnica, come conquista di una abilità a fare;

---

(1) V. Gent., op. cit., vol. II, pag. 15: " la pedagogia... consiste nella riduzione della pedagogia alla filosofia. La pedagogia che si riduce, è la pedagogia empirica, che si pone come autonoma rispetto alla filosofia; e la pedagogia che riduce, è la pedagogia filosofica, o la filosofia come critica della pedagogia „. Qui, come per ogni punto di questo mio scritto, le citazioni si potrebbero moltiplicare, ma con poca o nessuna utilità. Basta riferirsi, di tanto in tanto, a qualche testo determinato; ma supponendo sempre nel lettore la conoscenza del sistema, che qui si discute.

Digitized by Google

III. la negazione all'attività di ogni scopo, che non sia l'attività stessa come dispiegamento di soggettività, puro formalismo (1).

I.

L'aver negato la legittimità di presupporre, in qualsiasi modo, la realtà al pensiero che la pensa, deve necessariamente condurre a negare la legittimità di presupporre al pensiero un pensante che sia già prima di pensare *questo determinato* pensiero. Il pensante è dunque soltanto nell'atto del pensiero, come unità, nel cui interno si dispiega ogni possibile molteplicità; e siccome la molteplicità è reale solo in quanto come tale si contrappone all'unità del soggetto che la pensa, così quest'ultimo (soggetto trascendentale, l'unico che si possa dir soggetto in senso rigoroso) non può esser molteplice. Giacchè il pensare, oltre a lui, altri soggetti, sarebbe pensare questi altri soggetti e lui stesso, non più come soggetti, ma come oggetti, distinti nell'unità del pensiero che li distingue, e che sarebbe essa (questa unità) veramente soggetto.

Applichiamo. Non ci sono maestro e scolaro come soggetti distinti. Sono invece due momenti, negando i quali si realizza il vero soggetto: lo spirito che si educa. Non ci sono prima, come punto di partenza. L'atto spirituale presente instaura l'unità, proiettando l'opposizione nel passato: passato che si può dire che ci fu soltanto perchè ora ha cessato di essere. Il maestro, per esempio, che spiega il teorema di Pitagora, e lo scolaro che lo apprende, compiono insieme lo stesso atto spirituale. In questo unico atto, unico è il soggetto: e la dualità non può esser vista se non come un passato, ormai vinto, di mutua incomprensione ed impenetrabilità. Illegittimo supporre che questo dualismo ci fosse *realmente* prima (2).

---

(1) V. G. Gentile, *Teoria generale dello Spirito come Atto puro* (Pisa, Spoerri, 1918), pag. 252: " Non dunque errore e verità, ma errore *nella* verità... nè male e bene; ma male onde il bene si nutre, nel suo *assoluto formalismo* „ (corsivo mio).

(2) Oltre alle opere del Gent. sono qui da vedersi quelle dei suoi discepoli. V. p. es. il Maresca alla pag. 10 del suo opuscolo *Ciò che la guerra*

Digitized by Google

Nell'educazione, allora, non ci sono due soggetti, fra cui si tratti d'instaurare il rapporto educativo. Il processo è precisamente quello inverso; lo spirito si scinde in due momenti: il momento universale, obbiettivo, ideale (il maestro come uomo già costituito), ed il momento particolare, soggettivo, reale nel senso empirico della parola (il discepolo come uomo che deve ancora essere formato). Ma questa scissione lo spirito non può vederla se non quando non c'è più: quando cioè l'atto educativo si compie. Compimento che significa, appunto, compenetrazione intima dei due soggetti, ascensione dello spirito del discepolo a quello del maestro, e *riconoscimento* (*attuazione*) dell'identità.

Sarebbe un fuor d'opera insistere qui sulla importanza filosofica di questa dottrina; la quale, con superba coerenza, svolge tutte le conseguenze implicite nel postulato idealistico, e rende così possibile una polemica feconda. Polemica, la quale non può non essere chiamata e desiderata da tutti gli studiosi sereni di filosofia e di pedagogia.

Vediamo di esaminare, un po' più minutamente, le conseguenze pedagogiche che derivano dalle premesse sopra esposte. L'opinione comune degli uomini vede, all'inizio del processo pedagogico, un punto di partenza: la persona dell'educando. Persona avente una realtà sua propria, che la distingue da qualunque altra, e che non si tratta di distruggere nella sua individualità, ma di sviluppare, mantenendole la sua unicità incomparabile. Il nostro primo sforzo dovrebbe essere, invece, quello di liberarci da quest'opinione comune. La persona dell'educando, svalutata come individualità empirica (1), non è punto di partenza

---

può insegnare al teorico dell'educazione (Napoli, 1917). Là dove egli critica i sistemi di educazione prevalenti, perchè in essi " l'individualità dell'educando è il punto di partenza ed il punto d'arrivo dell'educazione ". E v. anche G. Lombardo Radice, in una noticina posta in principio della sua antologia pedagogica *La Milizia dell'Ideale* (Napoli, Perrella, 1914), noticina diretta a riassumere le idee contenute nell'introduz. alla suddetta Antol.: " Il fine dell'educazione non è da cercare come un termine, un *punto di arrivo*; è la stessa attività spirituale dell'uomo in ogni suo momento ". Il corsivo è dell'A.

(1) Per la violenta svalutazione dell'individualità v. p. es. G. Lombardo Radice, *Il concetto dell'educazione* (Catania, Battiato, n. 14 della Collezione

Digitized by Google

e non è punto di arrivo. Il punto d'arrivo è l'atto dell'unificazione, che nega tutte le differenze, ponendole dietro a sè come punto di partenza. Punto di partenza che non c'è mai stato, ma è costituito, ora, per poter riportare su di esso il trionfo. Un maligno direbbe: per potersi immaginare di riportar su di esso il trionfo, e per gloriarsi di aver vinto con fatica là dove *non era possibile non vincere.* L'unificazione, infatti, non possiamo, nè dobbiamo proporcela come un fine ulteriore da raggiungere al di là dell'atto attuale nel momento in cui si compie (ed in cui non si potrebbe pensare che non si compisse). E non è concepibile un atto che non sia tutta quell'unificazione: tutta la realizzazione, cioè, di quel fine.

Per rendere possibile il movimento, ed uscire così dalla rigidità claustrale di *questo singolo determinato atto,* che, essendo perfetto, non lascerebbe che si potesse legittimamente cercare qualche cosa al di fuori di lui; per questo il G. insiste sulla necessità di concepire l'atto dello spirito non come l'*atto singolo*, ma come l'*atto del procedere* da atto ad atto. Ogni atto, nel momento del suo prodursi, è infinito, assoluto, perfetto; ma lo spirito essendo processo, e non avendo altra realtà, se non appunto il suo procedere, non potrebbe fermarsi in quell'atto senza ridursi, di colpo, al nulla. Ossia esso, procedendo, riflette sull'atto e lo fa materia di un atto successivo; l'atto precedente, allora, muta natura; non è più *l'*atto, ma *un* fatto. Non è più reale se non come posto e superato (negato) dall'atto successivo. Quell'atto, che prima era, ora non è più se non come posto: è una costruzione dell'atto presente. È la proiezione nel passato di un elemento della sintesi attuale, che pur nella sintesi soltanto ha realtà. In altri termini: ogni sintesi è *a priori* e cioè creatrice dei termini che unifica; ed anche le sintesi precedenti non hanno più, nella sintesi successiva, altra realtà da quella che la sintesi nuova attribuisce ad esse, elevandole e trasformandole in una nuova sistemazione.

" Scuola e Vita „). Vi si sostiene: teoricamente, che " l'individuo ... è il nulla „ (pag. 14 e *passim*); praticamente, che l'individuo dev'essere combattuto ad oltranza (*passim*). Veramente, combatter contro il nulla non dovrebbe costar molta fatica!

Digitized by Google

Questa soluzione, però, presenta delle difficoltà. E prima di tutto: come si fa a parlare di un atto che *prima* era in sè perfetto, ed *ora* è soltanto perchè è posto dalla sintesi attuale? Se l'atto di prima realmente fu, esso non c'è soltanto come posto dal mio pensiero attuale che lo pensa. Ma allora esso è un fatto compiuto, a cui nulla si potrebbe mutare, e che sarebbe stato anche se io, ora, non lo pensassi. In relazione col mio pensiero attuale sarebbe un trascendente, idealisticamente inconcepibile (1).

Non si creda però che, tolta di mezzo quest'interpretazione rigorosa, legittima però, della dottrina; ed accettata, o meglio ammessa e non concessa, la possibilità di sostenere la successione di un atto all'altro, in modo che l'atto di prima passi nella sintesi successiva come posto dal nuovo atto; non si creda che dopo questa non sorgano altre nuove difficoltà. Perchè, se il progresso educativo (= spirituale) consiste nel passare da un atto (perfetto nel momento del suo attuarsi) ad un altro atto,

---

(1) V. G. Gentile, op. cit., vol. I, pag. 12: " ... la cosa non c'è prima di esser conosciuta; conosciuta, può esser conosciuta insieme con l'atto ond'è conosciuta, e rispetto a questo atto come anteriore; e allora non può essere considerata se non come identica nel suo essere in sè, prima d'essere conosciuta, e nel suo essere nella mente, dopo conosciuta „. L'atto *di prima*, dunque, è conosciuto insieme con l'atto *di ora* e proiettato poi nel passato, e cioè costruito come anteriore; ma non è anteriore *realiter*. E l'esigenza del pensiero sarà di pensare l'atto anteriore, quale suppongo che fosse prima di essere conosciuto, identico a quello che è ora, nella mia mente che attualmente lo conosce; e, dunque, non posso pensarlo come *atto vivo*, perchè tale esso non è ora — dal momento che, ora, è un semplice pensato. E pure, se non fu atto vivo, non fu niente; e non si può dire che fosse atto, prima di diventar fatto rispetto ad un atto successivo. Del resto, non sarà inopportuno citare la seguente chiarissima proposizione del G. (nel cap. 10° della sua *Riforma della dialettica hegeliana*: " Trascendendo l'atto di questa auto-affermazione, *a parte ante* o *a parte post*, per cogliere uno spirito che sia di qua dell'atto, come potenza dell'atto, o di là da questo, come spirito che ha già compiuto l'atto, noi usciamo fuori dello spirito, per avere quello che tutt'al più sarà o quello che fu, ma non quello che è spirito „. Quando si pensi che, per il G., lo spirito *è* soltanto (e non *fu*, nè *sarà*), si veda quanto possa consolarci il sapere che, pensando al *prima* e al *dopo*, penseremo (non *tutt'al più*, direi, ma *almeno*!) a quel che fu e a quel che sarà: — in altri termini, al *nulla*!

Digitized by Google

il quale, essendo superiore, proietta dietro a sè l'altro, degradandolo ad imperfezione superata; se tutto questo è vero, bisognerà avere un criterio, secondo il quale giudicare della superiorità di un atto sull'altro. Criterio cronologico? Non è neanche possibile pensarlo. Un tale criterio sarebbe in contraddizione con la teoria gentiliana del tempo. Prescindendo anche dalle conseguenze mostruose che deriverebbero dall'applicazione di un tale criterio (tutto quel che si fa dopo dovrebbe, soltanto perchè lo si fa dopo, valere più di quel che si è fatto prima!); prescindendo da questo, è da rilevare piuttosto che gli altri atti non sono superati dall'atto presente perchè questo venga dopo di loro; ma anzi l'atto presente li vede nel passato perchè li supera. *Costituisce nel passato ciò che supera*; e non *supera ciò che è passato.*

Criterio di valore? Che il giudizio pronunziato sopra un verso da un critico d'arte; giudizio che è la sintesi di impressioni molteplici e profonde, di risonanze sentimentali, di innumerevoli esperienze di vita e di cultura; che questo giudizio sia immensamente superiore a quello balbettato da un bambino, che appena si affacci al mondo della poesia, questo è ovvio per il senso comune. Ma il G. c'insegna (ed è indubitabile, del resto) che la filosofia comincia con la scepsi sui dati del senso comune.

Se il giudizio del bambino è un atto spirituale, e se lo spirito è tutto in ogni atto, senza che si possa parlare di una riserva, per così dire, di potenza inattuata, che trascenda quell'atto singolo e possa poi manifestarsi in altri; certo allora l'atto del bambino, essendo perfetto, è incomparabile; e non ha senso dire che esso è inferiore ad un altro. Il confronto fra due atti o forme non potrà mai essere fra gli atti o forme *in quanto tali*, ma solo fra l'atto presente (l'unico di cui, ora, si possa parlare) e quello che, se anche fu atto, ora è fatto, e perciò inferiore (*fatto* vuol dire, appunto, superato). Se invece vogliamo pensare quest'ultimo come atto presente (come sarebbe necessario per confrontarlo col primo), allora il primo non sarà più atto, ma un fatto contenuto nell'ultimo, che diventerà il vero atto; e quel che prima era inferiore sarà invece superiore. Ma tanto l'uno come l'altro, visti non come contenuto di altri

Digitized by Google

atti, ma nella loro attualità viva, si pongono nella perfezione assoluta del formalismo puro (1).

Non si comprende bene, allora, la possibilità del progresso. Si passa da momento a momento; ma ogni momento è in sè perfetto, e non c'è nulla da migliorare. Nè vale dire che il dovere è di muoversi, che la colpa è nell'inerzia. Perchè si è negato prima che vi sia realmente un essere, distinto dal dover essere. Io non sono se non in quanto procedo; se non procedessi, non sarei più. Ma è impossibile che io non sia. Quindi è impossibile che io non proceda, impossibile che io rimanga inerte, impossibile che io, o chiunque, sia nel male o nel minor bene. Giacchè non si può neppur parlare di un muoversi più o meno rapido, di un agire più o meno alacre. L'atto dello spirito non

---

(1) Che ogni atto spirituale, appunto perchè atto spirituale, sia perfetto, è affermato ad ogni passo, e risolutamente, dal Gentile. Anzi questa è, si potrebbe dire, la fiamma che riscalda la sua dottrina (come dottrina di assoluto ottimismo, e di trionfo eterno dell'uomo). V. p. es. *Somm. di Pedag.*, vol. II, pag. 86, parlando del leggere e dello scrivere: " Quel sapere, al suo luogo, vale tanto quanto la più sublime meditazione scientifica e filosofica; e se voi volete deprezzarlo col confronto prima ancora che sia realizzato, voi non potrete mai realizzarlo; perchè realizzare è lo stesso che mettere in valore, porre l'oggetto come infinito ". Ma se quell'atto è reale, non è mai nè prima nè dopo; è sempre, e quindi è assolutamente perfetto (non soltanto perfetto come un determinato grado); ed io perciò non debbo in alcun modo deprezzarlo, nè sottovalutarlo ad un altro. V. in proposito anche G. Vidari, *Elementi di Pedagogia* (Hoepli, Milano), vol. II (*La Teoria dell'Educazione*), pag. 24 (dove si parla appunto dell'idealismo assoluto, nella sua forma estrema od attualistica): " ... non si vede più per qual forza e qual nesso dall'un atto si passi all'altro, perchè in fondo ciascun atto è completo e perfetto in sè; ogni atto è lo spirito, tutto lo spirito, tutto il processo dello spirito ". Molto efficaci anche le parole di Léon Ollé-Laprune, *De la certitude morale* (Parigi, 1908), pag. 357: " Le degré inférieur de vérité ne suffit plus du moment *qu'on a quelque idée d'un degré supérieur*: mais enfin jusque-là il suffit " (il corsivo è mio). Ma, secondo la dottrina gentiliana, invece di vedere il grado superiore da quello inferiore (ciò che renderebbe meritorio lo sforzo per salire da questo a quello), si vede il grado inferiore da quello superiore; quando cioè il grado inferiore è superato, o siamo nell'atto di superarlo.

Lo sforzo, o non occorre più, od occorre, ma noi lo facciamo senza che ci sia possibile non farlo, e lo facciamo perciò senza averne merito alcuno.

Digitized by Google

è suscettibile, come puro formalismo o qualità, di nessuna misura quantitativa.

Dalla negata esistenza reale dei soggetti, distinti l'uno dall'altro, deriva, allora, l'indifferenza per la situazione spirituale in cui (limitando ora il discorso alle applicazioni pedagogiche) maestro e discepolo si trovano; mentre importa massimamente il procedere sempre identico da una situazione all'altra: perpetuo annichilamento, col perpetuo superamento, della vita. Il superamento infatti, inteso alla maniera attualistica, par difficile ammettere che implichi la conservazione. Giacchè il conservato sarebbe una condizione, un limite a quel che si vuole ulteriormente fare; mentre l'atto puro, costituendosi, deve creare le sue proprie condizioni, i suoi proprii limiti; accettarli sì, ma solo in quanto se li crea ora, e non in quanto se li sia già creati (chè a questo modo non potrebbe più tornare sui suoi passi, e peserebbe su di lui il " factum infectum fieri nequit „ da cui l'idealismo attuale vuole liberarlo!).

C'è l'atto del realizzare; non c'è mai il realizzato. C'è l'atto del vivere; non c'è mai la persona che vive. Come sfuggire, per questa via, all'assoluto nichilismo? Se l'atto è soltanto perchè supera il passato, e il passato è soltanto, perchè l'atto lo pone; come avverrà che il nulla del passato non faccia sprofondare nel suo baratro anche l'atto presente, che dovrebbe costituirsi procedendo oltre a quel passato stesso?

II.

Scopo dell'educazione, come è comunemente intesa, sarebbe quello di sviluppare la personalità. Sviluppare una persona vuol dire accrescere le sue capacità, render possibile l'applicazione di un'attività sempre più complessa. Perchè un'attività d'ordine superiore possa dispiegarsi, bisogna che il funzionamento di quelle inferiori sia già assicurato, consolidato, consegnato nella *persona naturale*, sotto forma di abitudine, tecnica, potenza, o come altro si voglia chiamare. Il pianista, che ha imparato a muovere liberamente le dita, ed è perciò sicuro, in questo campo, della acquistata capacità, può, appoggiandosi sul già fatto, procedere a nuove conquiste nel regno dell'arte vera e propria.

Digitized by Google

Una filosofia che pensa lo spirito sempre tutto in atto, e nega, con ogni potenza di fare, precedente all'atto del fare, anche ogni fare consegnato all'abitudine, ogni conquista certa su cui si possa costruire, come su un terreno solido; una tale filosofia ci mette, allorchè si tratta di educare, in una posizione che sembra disperata. Giacchè, secondo questa dottrina, la capacità di fare una determinata cosa si crea nell'atto stesso in cui si fa questa cosa; non precede come conquista graduale, come abito a fare.

E neppure si può, come vorrebbe il Maresca (1), fare scopo dell'educazione l'abitudine a non contrarre abitudini; giacchè per ammettere che si possa operare in vista di questo scopo, bisognerebbe ammettere che si potesse gradatamente aumentare la novità, l'originalità, la libertà dello spirito. Ma, allora, ci sarebbe nello spirito una potenza suscettiva di essere esaltata mediante l'esercizio; e che prima di attuarsi ogni singola volta, preesisterebbe, assicurata dagli atti precedenti. Per usare la parola esecrata: una potenza che *trascenderebbe* l'atto attuale.

Io non possiedo se non quello che *riconquisto*: suona la sentenza goethiana. Ma la filosofia idealistica assoluta deve fare un passo più in là. Io non possiedo se non quello che *conquisto* ora; giacchè il mio pensare di aver già conquistato altra volta, non è se non un contenuto del mio pensiero di ora; un piedestallo fantastico di passato che immagino serva di base alla statua trionfale del mio presente. Ma, in realtà, il mio presente è piedestallo ed è statua: è tutto.

Se io mi propongo di arrivare al sommo di una scala — o di farci arrivare il mio discepolo, che è appunto il fine dell'educazione — bisogna che, una volta salito un gradino, io, o il mio discepolo, possiamo appoggiarci con un piede su questo, per poter salire con l'altro al successivo. Ma appoggiarsi sopra un gradino vuol dire averlo già superato definitivamente; esserci sopra, ormai, senza bisogno di un nuovo atto per mettercisi. Questo punto d'appoggio, ormai certo, nella nostra opera

---

(1) V. il suo opuscolo *Ciò che la guerra può insegnare al teorico dell'educazione*, Napoli, 1917. Ma v. anche G. G. Rousseau, che qualche anno prima sosteneva la medesima cosa nel suo *Émile*.

Digitized by Google

passata ci è sottratta dalle premesse attualistiche del sistema gentiliano. Io sono sul gradino soltanto se ci salgo; intanto, però, se salgo sempre su questo non posso mai salire più in alto.

Gli atti precedenti compiuti non possono dare una capacità maggiore per l'atto che dovrà compirsi in seguito; perchè bisognerebbe allora che questa capacità si fosse accumulata, e che fosse lì disponibile, prima di quell'atto, per il quale essa sarà necessaria. O bisognerebbe almeno che l'atto successivo non creasse gli atti precedenti, proiettandoli dietro a sè; ma ne fosse invece costituito, e dovesse accettare la situazione di fatto così come la trova, e cioè quale essi (i precedenti) l'hanno determinata. Bisognerebbe pensare che, se gli atti precedenti *non fossero realmente stati* quello che sono stati, l'atto successivo non potrebbe superarli, per la semplice ragione che non potrebbe esserci in nessun modo.

Tutto questo è bensì indispensabile per vivere con coraggio e speranza nei frutti della nostra opera, e per educare con entusiasmo e fiducia nei risultati; ma è anche radicalmente contradditorio alla premessa fondamentale dell'idealismo assoluto. Secondo questo, io non ho il diritto di presupporre, al mio pensiero che attualmente pensa, nessun essere il quale fosse *realiter* prima di divenir contenuto del mio pensiero: e che sarebbe stato e continuerebbe ad essere, indipendentemente dal mio pensiero che lo pensa. Non ho neppure il diritto, quindi, di presupporre al mio pensiero, od alla mia azione, una capacità, acquistata con pensieri od azioni anteriori. Tutto questo è ancora porre un passato dietro a me, sotto forma di potenza, non un acquisto reale, non un progresso che *ho compiuto*, e che *avrei potuto non compiere*, rimanendo nel passato al grado inferiore. No: perchè il passato, il grado inferiore, li faccio ora essere io, nel momento in cui li supero. Non creo faticosamente il mio *io di oggi*, domando un *io di ieri* nel cui torpore avrei potuto rimanere (e qui sarebbe il merito, ed il senso vivo della mia libertà); anzi il mio *io di oggi*, che non potrebbe non essere, il cui essere è crearsi, costruisce il cadavere dell'*io di ieri*, e ne proietta dietro a sè la vita immaginaria, per potersi gloriare di averlo ucciso.

Partendo da queste premesse, non soltanto non si può costruire un sistema pedagogico, ma bisogna negare la possibilità

Digitized by Google

di qualunque pedagogia. Se, almeno, l'educazione dev'essere *anche* creazione di abitudini, aumento di capacità, esaltazione di potenza (1).

---

(1) Solo avendo fede nell'aumento progressivo della nostra capacità potremo metterci all'opera con quella fiducia che sentiamo così viva nelle parole dell'Ollé-Laprune, op. cit., pag. 347: " Je fais peu, mais je fais tout ce que je puis avec mes ressources présentes, et j'ai l'espoir que *demain* je *serai* déjà capable de *faire plus*. Ce sera le *fruit* et la récompense de mon effort d'aujourd'hui „ (corsivo tutto mio).

Quella speranza, su che cosa mai può esser fondata, se non sulla convinzione che l'aver fatto una cosa lascia in noi, come conquista certa, e *indipendentemente dal nostro fare ulteriore*, una maggior capacità a farla? L'attualismo, che a prima vista sembra elevare e nobilitare la vita ed alimentare la fiamma del volere; pensato rigorosamente finisce invece con isterilire la vita (togliendole quei frutti che l'uomo, e sia pure per la sua debolezza, ha bisogno di raccogliere ogni tanto sul cammino) e scoraggia nel momento difficile dell'azione (togliendo la speranza che il nostro sforzo ci metterà in grado di far meglio e senza fatica, in seguito, quello che ora facciamo dolorosamente ed imperfettamente, quando non addirittura male). L'uomo vuol potere accrescere la sua libertà, diminuendo il suo sforzo. V. ancora O.-Laprune, op. cit., pag. 63: " ... ainsi le libre arbitre nous achemine vers un état où nous sommes doublement libres, puisque toute entrave à notre action disparaît peu à peu, et que c'est un effet de nos libres efforts „. V. *contra* L. Radice, op. cit. (*Il concetto dell'educazione*), pag. 27: " Ciò che è abito non è più vita „. D'accordo. Ma la mia vita presente, se deve diventare, nel momento successivo, una base solida su cui io possa costruire, deve appunto *mineralizzarsi*, non esser più vita, morire. Ciò che è vivo è agile, ma non è solido. Per essere agili, conviene avere un punto di appoggio, solido nella sua immobilità. " Lo spirito è maschio „, dice ancora L. Radice nella conclusione di un suo articolo (*Verso una nuova pedagogia e una nuova educazione italiana*, nella " Voce „ del Prezzolini, anno IV, n° 51, pag. 366 e sgg., ristampato come appendice all'op. cit., pag. 73 e sgg.). Ma quale sarà la funzione del maschio, se non ha una femmina da fecondare? L'errore polemico dell'idealismo, rispetto al problema dell'abitudine, mi pare consista in questo: che, per combattere il grossolano materialismo di quelli che fanno dell'abitudine l'*ideale* pedagogico, e cioè non più un mezzo ma addirittura il fine supremo, nell'impeto della difesa gli idealisti negano addirittura il mezzo, o si rifiutano di adoperarlo. Come se un generale, convinto che il mangiare distrae i suoi soldati dal combattere, credesse buon provvedimento sospendere ogni invio di viveri, eliminando così radicalmente quel motivo di distrazione.

Digitized by Google

III.

Tre sono per il Gentile i momenti della didattica; come tre sono i momenti dello spirito. Il momento dell'affermazione dell'Io (Soggetto), o Arte; quello dell'affermazione dell'Altro (Oggetto), o Religione; quello dell'affermazione dell'Io che si ritrova nell'Altro, o Filosofia. Ogni momento di vita spirituale è nell'atto in cui lo si vive, quest'ultima cosa: Filosofia. Così ogni didattica, nel momento in cui si attua, è didattica della Filosofia. Giacchè la vita dello spirito (che è tutta la vita) è appunto questa, trovare il sè nel diverso da sè: l'identità nell'opposizione. Ma quando si riflette sopra una filosofia passata, questa, *in quanto è vista come passata*, perde, *ipso facto*, il suo valore di filosofia. Non è più vita vivente che, nell'urgenza del suo imporsi, brucia i contrasti logici, facendoli alimento della sua fiamma; ma vita già vissuta, che noi, essendole estranei, giudichiamo inferiore alla nostra vita attuale, e pertanto condanniamo. E il condannarla è essenziale al nostro essere, ora, quello che siamo, e al non essere più quello che eravamo. Come, per procedere, bisognerà, in un momento successivo, condannare il momento presente, che ora è perfetto.

Una filosofia, quando sia superata, è vista come arte, o come religione, astratta l'una o l'altra, a cui la filosofia nuova si contrappone come totalità e concretezza: oggettivazione cioè di quell'arte, o soggettivazione di quella religione.

Applichiamo nel campo della didattica. Si tratterà, allora, di far salire il discepolo da una filosofia ad un'altra, potenziando ora il primo ora il secondo dei due momenti. Ossia: la celebrazione del soggetto deve trovare il suo limite nella maestà dell'oggetto, e viceversa. Perciò è da far prevalere, a volta a volta, la certezza come stato soggettivo, o la verità come obbiettività immutabile, che si impone all'assenso.

Fin dai primi stadi dell'educazione, bisogna promuovere nell'educando l'affermazione della soggettività. Chè anzi primi stadi, a rigore, non ci sono se non per metafora; il processo pedagogico, essendo il processo dello spirito, non ha propriamente inizio, come non ha termine. E il bambino che studia

Digitized by Google

calligrafia rivela nelle curve delle sue lettere la sua originalità artistica, pur riproducendo il modello messogli innanzi dal maestro; allo stesso modo che il poeta, o il pittore, od il musico rivelano sè stessi come originali anche quando la loro attività sembra isterilirsi in uno sciagurato sforzo d'imitazione.

Il soggetto però non può affermarsi se non oggettivandosi, e non può oggettivarsi se non limitandosi, e cioè abdicando ad una parte della propria sovranità su sè stesso, ad una parte della propria autonomia. Il bambino, allorchè traccia i suoi primi e rozzi disegni, deve temperare il suo lapis, vincere la rigidità impacciata della mano, tener fermo il foglio che gli scappa da ogni parte, sforzarsi d'imitare un modello qualsiasi, presente o materialmente agli occhi o idealmente alla memoria od alla fantasia. E il modello, una volta *posto*, *s'impone*: è quello che è, un *oggetto*, un *assoluto* che dev'essere rispettato. Soltanto per mezzo di questa fissità dell'oggetto si rende possibile la libera manifestazione del soggetto. Giacchè l'oggetto pone i limiti, entro ai quali il soggetto si materializza, o meglio si *esprime*. E, se non si esprimesse, il soggetto sarebbe nulla; non se ne potrebbe neppur parlare.

A questa correzione della soggettività, mediante l'oggettività — che non è altro se non la correzione fatta, mediante l'educazione religiosa, dell'educazione astrattamente artistica — segue una correzione ulteriore, anzi la vera correzione: quella della *filosofia*, intesa come *umanità*. Essa fa rientrare l'oggettività nella soggettività; ma in una soggettività che ha acquistato vitalità dall'incorporazione dell'oggetto, dall'acquistato *senso del limite*. Non limite però che realmente dal di fuori si imponga e costringa nelle sue rotaie l'impaziente muoversi del soggetto; ma limite che egli stesso, il soggetto, liberamente si pone, per riportar su di esso il trionfo. O, in altri termini, nell'ultimo e supremo e concreto momento c'è di nuovo l'artista; ma l'artista convinto che, per affermare la sua capricciosa personalità (dal G. stesso più volte paragonata a quella del bambino, che tutto distrugge per giuocare) gli occorre una Religione, un Assoluto, un Divino. Gli occorre; ma gli occorre per infrangerlo, affermando contro di esso la sua insopprimibile libertà. Arte, dunque, che ha divorato la religione, l'ha digerita, se ne è nutrita, e ci ha guadagnato in corpulenza ed in buona

Digitized by Google

salute; questa sarebbe in fondo la filosofia. Il soggetto ha compreso la necessità di affermare l'oggetto; allo scopo ultimo, però, di affermare sè stesso. La serietà che egli dà all'oggetto non fa se non passare per quest'ultimo, e ritornare sul soggetto.

Da questo punto di vista, quale soffio di rinascita porta la dottrina gentiliana nella pedagogia? Essa vuole combattere: 1°) L'astrattismo dell'educazione estetistica, formalistica e vuota, la quale, proponendosi di esaltare esclusivamente la libera soggettività dell'uomo, finisce col depotenziarla sottraendole quel contenuto, senza del quale essa si affloscia e cade inerte come una vela senza vento. 2°) L'astrattismo dogmatico, tanto religioso quanto pseudo-scientifico o positivistico; il quale, svalutando i poteri costruttivi del soggetto, ed ammettendo in lui soltanto la capacità di riconoscere, in qualche minima parte, la verità che c'è già tutta prima del suo intervento, finisce poi, incalzato dalla critica gnoseologica, col trovare che questo apparente riconoscimento non è se non una costruzione soggettiva; e col sentirsi costretto a fare arretrare indefinitamente l'Oggetto (Dio o Natura) circondandolo dell'invalicabile barriera dell'Inaccessibile e dell'Inconoscibile.

Eliminati questi due errati sistemi pedagogici, resterebbe quello concreto, propugnato dal G., e che si potrebbe chiamare *umanistico*, o *teo-umanistico*, e consisterebbe nel progressivo sviluppo teogonico dell'Uomo. Non più, dunque, lasciare in disparte un mondo divino, specie di Olimpo epicuraico indifferente e lontano; e neppure ribellarsi contro di esso, come contro una triste secrezione dell'ignoranza e della schiavitù. Nemmeno però rifiutare la vita empirica, e distruggere l'uomo, o seppellirlo nella crisalide, da cui dovrà uscire, a suo tempo, l'angelica farfalla. Non celebrazione di Dio col sacrificio dell'Uomo, e neppure assenza completa di Dio; ma celebrazione di quel Dio che è l'Uomo, di quell'Uomo che è il Dio. L'uomo deve esaltare sè stesso, divorando gli Dei ch'egli stesso si è creato, e creandosene perpetuamente di nuovi (1).

Se per giuoco, per attività esclusivamente e tirannicamente artistica, s'intende quella che si esaurisce con la sua manifesta-

---

(1) V. G. Gentile, *Somm. di Pedag.*, vol. II, pag. 184: " Ogni Dio succede a un altro Dio, che se è Dio l'altro, non è più Dio lui ".

Digitized by Google

zione, senza fine ulteriore, dovremo riconoscere che l'affermazione dell'*io*, e sia pure anche per mezzo dell'*altro*, non può non considerarsi, secondo i criteri stessi della dottrina che esaminiamo, attività artistica, a cui lo spirito ritorna eternamente, costituendo essa il fine nel quale si accentra tutta la vita; e degradando essa a mezzo tutto quello che deve ardere nella sua fiamma divoratrice.

Perchè il Dio che io venero possa chiamarsi veramente Dio, nel senso *religioso* della parola, io devo sapere, non che io pongo Lui, ma che Egli pone me. Un ideale qualsiasi, del resto, se ha da essere sacro veramente, io devo, sì, *giudicarlo* sacro; ma non credere di *farlo essere* sacro giudicandolo tale, sibbene invece giudicarlo sacro appunto perchè so che esso sarebbe tale *anche se io non* lo giudicassi tale. Ma se io so che questa esigenza è puramente soggettiva; e che, facendole corrispondere un'entità trascendente, io sono vittima di un'illusione; se penso così, non mi è più possibile dare un valore sacro a checchessia, se non come finzione, maschera artistica, sotto a cui io voglia dissimulare l'indifferenza senza volto della mia soggettività.

Ma non basta. La prevalenza assoluta del momento artistico, essendo poi questo momento concepito come sempre perfetto e trionfante, non verrebbe ad escludere anche la possibilità di una pedagogia filosofica, e finalmente di qualunque pedagogia? Il soggetto, nella necessaria affermazione del suo arbitrio onnipossente, finisce col rigettare ed escludere tutti quei limiti che egli stesso si è posto, e col rendersi conto di questa verità: che non i fini a cui egli tende dànno valore a lui, ma che egli, ed egli solo, presta per un momento il suo proprio valore indefettibile ai fini che egli onora della sua considerazione.

Se il fine che il maestro propone allo scolaro ha, per il maestro, valore supremo e carattere sacro, questo valore e questo carattere potranno tuttavia non essergli riconosciuti dallo scolaro, al quale il suo proprio fine apparirà, legittimamente, rivestito della stessa dignità. E non vale obbiettare che l'ideale dell'educando gli apparirà difettoso quando egli lo abbia superato, e che il còmpito dell'educatore sta appunto nel sollevare alla sua propria altezza lo spirito dell'allievo, in modo che lo sguardo di ambedue, spaziando nel medesimo orizzonte, venga a fissarsi sull'identica mèta. Perchè i *fini*, tanto quelli del

Digitized by Google

maestro come quelli dello scolaro, sono degli pseudo-fini, e in realtà soltanto mezzi. Il vero *fine* è sempre l'unico, identico dispiegarsi dell'attività spirituale. Se i fini, proposti a volta a volta, mutano incessantemente, non muta il soggetto che li pone e li distrugge; il quale, non essendo nulla all'infuori del suo attuarsi, e non attuando nulla se non lo stesso ritmo della sua attività, par difficile concepire che progredisca in qualche maniera, se non in quanto, di nuovo, esso proietti dietro a sè un passato illusorio, sul quale immagini poi di riportare il trionfo.

Tolta la fede nell'oggetto, che sarebbe anche se noi non lo ponessimo; nell'ideale, che regnerebbe anche se noi non gli rendessimo omaggio; in Dio, che sarebbe tutto, anche se per noi non fosse nulla; tolta la convinzione che la luce continuerebbe a risplendere nella sua immacolata purezza, anche se noi non le rendessimo testimonianza; tolto tutto questo, bisogna rassegnarsi ad eliminare il senso religioso dalla vita, e quindi anche dall'educazione (1).

Che cosa ci offre, in cambio, la dottrina che abbiamo esaminato nelle sue linee fondamentali? Noi abbiamo cercato soltanto di formulare alcuni timori. E questi timori possono essere brevemente riassunti così. Che la realtà universale, offertaci in cambio dello spodestato trascendente, sia uno spettacolo mute-

(1) In nessun fine empirico si può acquetare lo spirito; il fine empirico è sempre un mezzo, attraverso al quale lo spirito dispiega la sua attività. Sarà allora, questo dispiegarsi stesso dell'attività, il vero fine? Se si accetta un tale punto di vista, non è più lecito sostenere che si è soddisfatta l'esigenza religiosa. Fede religiosa significa un fine che s'impone all'attività, e che la illumina della sua luce trascendendola, e perciò non partecipando della sua incertezza ed arbitrarietà. Un tal fine è, per il religioso, lo spirito assoluto come *Persona*.

La Religione è venerazione di Parola rivelata ed immutabile, al di qua (punto di partenza) e al di là (punto di arrivo) di qualunque interpretazione, autentica o no. E pure la Parola non si può conoscere se non interpretandola. Ma l'umiltà dello spirito religioso sta appunto in questo: credere l'interpretazione soltanto un mezzo adatto a *ri*trovare per sè o per altri, qualche particella della Verità. Di quella Verità che c'è già tutta prima che l'interprete si metta all'opera, ed a cui egli non può aggiungere peso di dramma.

Anche la morale religiosa è morale di umiltà, e non ha nulla da spartire con la morale dell'umanesimo trionfante. *Mors tua, vita mea*. Dal punto di vista del credente, la più terribile bestemmia è il *self-trust* emersoniano, che fa dell'uomo un Dio, l'unico Dio.

Digitized by Google

vole e monotono, una commedia od una tragedia che lo Spirito rappresenta a sè stesso, per riempire il vuoto uguale della sua eternità. E che ci si apra innanzi il puro, esasperato estetismo: che potrebbe anche essere un nichilismo, in cui tutto minaccia di sprofondare (1).

---

(1) V. M. Stirner, *L'Unico*, nella traduzione dello Zòccoli (Torino, Bocca, 1902), pag. 327: " Si potrebbe dunque dire all'uomo: usa delle tue forze. Se non che da questo imperativo sarebbe pur d'uopo inferire esser insita nell'uomo una legge cui egli *deve* obbedire. Ma così non è. Ognuno adopera, sì, le proprie forze, ma senza che ciò sia per lui un *còmpito; in ogni modo ciascuno adopera tutte le forze di cui è capace* „. Questa sembrerebbe la perfetta conseguenza logica dell'attualismo. E poco dopo: " Se le forze sono sempre attive per sè stesse, il precetto di adoperarle è *superfluo e senza senso.* Adoperare le proprie forze non è la *vocazione* dell'uomo, non è il suo còmpito, bensì è la sua *azione* necessaria in ogni momento... Come e chiunque io sia, lieto o addolorato, bambino o vecchio, fiducioso o dubbioso, dormente o vigilante, io sono io, io sono il vero uomo „. Anche lo S. si rifiuta di ammettere una potenza distinta dalla sua manifestazione in ciascun singolo determinato atto. Op. cit., pag. 329: " Nulla si può che non si faccia, e per converso, nulla si fa che non si possa „. Se vogliamo vedere esattamente formulata un'estetica dell'attualismo, ascoltiamo ancora lo S.: " L'arte odierna, ad es., sarà pessima, ma è per noi *la sola possibile* e perciò reale „ (op. cit., pag. 330). Quanto alla pedagogia: " ... un cane ammaestrato non è più d'un cane secondo natura: il vantaggio non è suo, è nostro „ (pag. 332). O in altri termini: l'educando è sempre tutto quello che può e deve essere. Il vantaggio è dell'educatore, che riesce a tirar l'altro a sè, ed a far trionfare così la sua propria natura. Quanto al carattere assoluto e divino di cui lo Spirito naturalmente investe ogni suo Oggetto: " Si volle aver sempre di nuovo sott'occhi un qualche oggetto, il cui valore dovesse essere assoluto, come se le pupattole per i bambini e per i Turchi il Corano non fossero gli oggetti di maggior importanza „. " Solo un mio delitto contro quell'oggetto potrà aver importanza „. " Il grado del mio peccato contro quell'oggetto rivela la misura della mia originalità „. Non è questo un modo diverso di formulare la teoria dello Spirito, che deve sempre negare la propria negazione (Oggetto), per affermare così la sua assoluta libertà? Ma vediamo ancora a pag. 336 dell'op. cit.: " Il modo di considerare le cose appartiene al nostro *arbitrio*; noi ne usiamo come ci talenta, o, per meglio dire, nel modo che possiamo usarne „.

(In tutte queste citazioni dello S. il corsivo è mio, salvo per le parole *vocazione* ed *azione* nella seconda delle proposizioni citate).

Digitized by Google

LAETA TRISTIA

AD ALOISIVM MARTINI SACERDOTEM

PRAESIDEM LYCEI GYMNASIIQVE DESENTIANENSIS

ELEGI

HECTORIS STAMPINI

Dulcis amice, mihi studio coniuncte fideli,
qui me fraterno diligis officio,
omina quae scribam, tibi nondum cognita quae sint,
hoc circumfuso luce nitente die?
Nam referente suos ignes iam sidere cancri,
candida lux oritur nomine dicta tuo,
qua sua quisque tibi collegae ferre et alumni,
mittere et absentes vota benigna solent.
Complures etenim te istic adamantque coluntque:
adde et amicorum quae est tibi turba procul.
Hos inter, quorum perhibes verissima verba,
me ponas, primum me adnumeresque velim.
Certe, si aequales memoro carosque sodales,
omnium et es princeps et mihi semper eris.
Sic tibi me nemo sperat flagrantius usquam
omnia perpetuo prospera fausta fore.
At dum vota meo ex animo manantia mitto,
vitaque longa tibi floreat usque precor,
surgit acerba simul latebris de mentis imago,
pectus et exurit maxima cura meum.
In miseris rebus nihil est atrocius umquam,
temporis exacti quam meminisse boni.

Digitized by Google

Namque Severinae, dilectae coniugis alto
infixae cordi, splendida forma redit
ante oculos, qualis iuvenem me incendit amore,
pulchra decens flavo crine puella nitens,
sidere sub gemino, quod sol nunc praeterit, ipso,
cum tulerat vernas terra reclusa rosas.
Victa meis flammis, flammis exarsit iisdem:
iunctae sunt dextrae; mutua pacta fides;
nuptaque laeta mihi vinclo sociata iugali
bis me terque brevi reddidit illa patrem.
Felices anni, quibus est felicius unum
forte quod exstinctae iam Deus ipse dedit!
At gemini pulchri, fraterque sororque tenelli,
infandum! morbo succubuere truci.
Obstupuere animi nostri ceu fulminis ictu:
haud ea credidimus vulnera posse pati;
sed reliquae natae violento nostra dolori
pectora blanditiis eripuere piis.
Et subeunt etiam felicia tempora mentem,
cum mihi Messana est patria facta nova.
O Messana, meae vitae iucunda voluptas,
quae memori cordi vivida semper ades,
quam mecum petiit lacrimans maestissima coniunx,
deseruit multo rore rigata genas!
Octo ibi perpetuo placidos transegimus annos,
o bene signandos candidiore nota!
Apta domus nobis et Bruttia litora contra
spectabat portum navigerumque mare.
Undique ridebat caelum, vasta aequora solis
fulgebant radiis, flabat et aura tepens;
utque erat assiduum prope ver et florida tellus,
perque vias caeli rara furebat hiemps;
sic perturbavit nil ferme gaudia nostra:
suavis erat nobis firma serena quies.
Me delectabant blando modulamine vocum
miscentes natae carmina lecta modis.
Ipse ego tum citharam pulsabam pollice, nata
pandurae melicos eliciente sonos.

Digitized by Google

Alterius digitis tabulae vocalis adacta
pellebant alba et nigra tigilla fides.
Saepe salutatum si quis convenerat hospes,
audires risus et resonare iocos
dictaque per ludos salibus suffusa facetis;
saltabantque leves in numerumque pedes.
Sic labor assiduus noster studiumque severum,
concordes animi, cultus amorque Dei,
dulcia carpebant insontis praemia vitae:
laeta domus quidem erat, casta operosa tamen.
Laetitia at periit paulatim nostra, relicta
postquam Zanclaea est, urbs adamata, Pharos.
Heheu! tres natae tectum liquere paternum,
felix nupta suum quaeque secuta virum.
Sed genetrix exin lacrimis tabescit amaris
tristitiae telis exanimata malae.
Ingruit et morbus, quo non crudelior alter;
at stomachi est sero cognita dira lues!
Quis queat insanos miserae narrare dolores,
horrendas noctes horribilesque dies,
donec languentem mors abstulit, arripuitque
paene boni fuerat quod mihi cumque super?
Heheu! iam nusquam potero te cernere, coniunx,
nec libare tuis oscula fida labris.
Nunc deserta domus; spatior nunc solus in illa,
uxoremque voco fletibus ora madens.
Coniugis effigiem persaepe affatus amatae,
heu! verba exspecto, quae mihi reddat, hians.
Multa etiam soleo lacrimis conspergere acerbis,
quae fuerat tenera tangere sueta manu.
Sed duo sunt, longe quae habeo sanctissima, quaeque
osculor et semper, pignora cara, gero,
annulus is, sacram trepidans quem accepit ad aram,
cum mea in aeternum, nupta beata, fuit,
atque is, Messanae quo me donavit, ut ample
natalem posset concelebrare meum.
Coniugii at recolens longissima tempora nostri,
id quoque me excruciat sollicitatque metu,

Digitized by Google

quod timeo nequae mea dictave factave forte
coniugis ex oculis excierint lacrimas.
Si male quid dixi, aut consorti si quid amari
— hei mihi, si feci! — nescia culpa tulit,
parcat et, ut primum perfundar frigore mortis,
me advocet in sacros accipiatque choros.
Scilicet occasum vitae vitaeque laborum
praescia mens animi cernit adesse prope,
luctibus et duris morboque adiuta senectus
extremum properat non remeabile iter.
Sed quid ego hos casus, dulcissime amice, revolvo,
hocque die festo funera maesta cano?
Si mea fata queror miseranda, ignosce querellis:
cernis ut ex oculis plurima gutta cadat.
Aspice ut obscuret nostram cura anxia frontem,
ut titubentque pedes membraque lassa labent!
Anne mihi totiens mors exorata benigne
advenit, et nobis hora suprema ruit?
Iam si expleta mei nondum sint stamina fati,
vitalesque auras ducere detur adhuc,
optime Martini, tuque, o sanctissima coniunx,
semper adeste mihi, dum mihi vita manet.
O suaves animae, nostri solacia cordis,
iunctas quas semper mens meminisse solet
per varios casus aegraeque silentia vitae,
fractum cum pectus cura maligna premit,
vos ego vos semper compello, vosque serenis
alloquiis animi triste levatis onus.
Tu petis a templo, Martini, gaudia mentis,
a doctis studiis discipulisque tuis;
providus at fessis inservis rebus amici,
meque mones blande consiliisque regis.
Tu frueris, coniunx, tranquilla pace sepulcri,
gaudere aeterna luce micante potes,
nec te iam tangunt hominum quae pectora plectunt;
spectas a celso nubila nostra polo.
Me tamen — o! vere fas sit sperare — beata
respicis, et crebras excipis aequa preces.

Digitized by Google

O mihi qui auxilium fertis tot fluctibus acto,
fertis et apta meis balsama vulneribus,
hoc tantum tali pro munere reddere possum:
vester, dum dabitur vivere, totus ero.
Quod nisi me afflictum spes omnis fallit, utrique
forte aliquod tribuet Musa latina decus.

Haec cum scribebam, si tres detraxeris annos,
septima iam dederat bis mihi lustra Deus.

An. MCMXXII.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'11 Giugno 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO, HERLITZKA, ZAMBONINI e PARONA Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci SALVADORI, D'OVIDIO, POCHETTINO.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente saluta il nuovo Socio nazionale residente prof. F. ZAMBONINI, ed esprime la fiducia ch'egli contribuirà all'attività scientifica della nostra Classe ed alla rinomanza dell'Accademia. Si dice poi lieto di poter rinnovare a viva voce ai colleghi i sentiti e cordiali ringraziamenti per le attenzioni usategli durante la sua malattia, in questi ultimi mesi, e nel triennio della sua presidenza. Il Socio ZAMBONINI, ringraziando a sua volta il Presidente per il cortese saluto, assicura che dall'onore fattogli colla nomina a Socio gli viene nuovo incoraggiamento allo studio ed al lavoro.

Digitized by Google

Sono accolte per la stampa negli *Atti* le Note qui indicate:

Misura della portata di una vena fluida gassosa del prof. ing. Benedetto Luigi Montel e ing. Emanuele Foà, presentata dal Socio G. Grassi.

Tensione superficiale e proprietà voltaiche del mercurio del prof. Eligio Perucca, presentata dal Socio A. Naccari.

Raccoltasi quindi la Classe in seduta privata addivenne alla nomina di Soci corrispondenti, e riuscirono eletti i signori: Paolo Emilio Appell, E. Borel, Gino Loria, Edoardo Study, Gaudenzio Fantoli, Max Planck, Ludovico Prandtl, Gio. Batt. Rizzo, W. H. Bragg, Giovanni Perrin, Max von Laue, Alessandro Amerio, Arturo Day, Enrico Stefano Washington, Secondo Franchi, Michele Gortani, Vittorio Novarese, Filippo Bottazzi, Antonio Cesaris-Demel, E. Gley, H. J. Hamburger, Ch. Richet, Ch. S. Sherrington.

Digitized by Google

LETTURE

Misura della portata di una vena fluida gassosa

Nota del Prof. Ing. BENEDETTO LUIGI MONTEL
e Ing. EMANUELE FOÀ

Presentata dal Socio nazionale residente G. Grassi

Per la determinazione della portata di una vena fluida gassosa muoventesi in un condotto sono stati applicati metodi diversi, dei quali alcuni permettono in certi casi di risolvere il problema con sufficiente approssimazione, altri possono talora lasciare dubbi sul grado di esattezza consentito dalla misura.

Quando si tratti di portate sufficientemente piccole, l'uso di un gasometro di precisione, oppure di un contatore di precisione accuratamente tarato col gasometro suddetto, permette di eseguire la determinazione con buona esattezza. Quando invece occorra determinare portate relativamente grandi, le dimensioni che dovrebbero assumere gli apparecchi di cui sopra sono un ostacolo al loro impiego, e possono entrare in giuoco cause di errori non facilmente eliminabili. Senza dilungarci su questo argomento teniamo presente che in certi casi — per es. per le prove di ventilatori — occorre disporre di metodi di misura della portata che non richiedano grandi spese e difficoltà di installazione, e che permettano di eseguire rapidamente una determinazione con sufficiente grado di esattezza. I metodi più comuni sono:

1° la determinazione della velocità del fluido in un numero sufficiente di punti di una sezione per modo da dedurre la velocità media e da questa la portata;

2° la determinazione della differenza di pressione che subisce la vena fluida attraversando o un diaframma o un condotto di forma appropriata (tubo Venturi).

Digitized by Google

È stato anche applicato il metodo di dedurre il valore della portata misurando la sopraelevazione di temperatura che subisce il fluido per effetto della somministrazione di una quantità di calore esattamente determinabile perchè ottenuta colla dissipazione di energia elettrica; dei risultati di questo metodo di misura scarse sono le notizie che si trovano nella letteratura tecnica.

Il 1° dei metodi suddetti richiede per la sua esecuzione un tempo non piccolo; la esattezza che si può con esso ottenere dipende evidentemente da quella che permette di raggiungere l'apparecchio misuratore della velocità (tubo di Pitot, pneumometro, ecc.); rimane sempre una zona della sezione (quella prossima alla parete del condotto) in cui la misura può presentare qualche incertezza, e quindi questo metodo si applica meglio in condotti di grande sezione che non in condotti di sezione piccola.

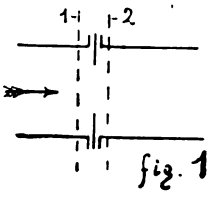


fig. 1

Il 2° metodo è il più semplice, ma naturalmente richiede la preventiva taratura del diaframma o tubo di Venturi.

Considerando qui il caso del diaframma rappresentato schematicamente in fig. 1, se a_1 è l'area del foro di queste, se p_1 e p_2 sono le pressioni statiche misurate in due sezioni prossime, e una antecedente, l'altra susseguente al diaframma, se V è la portata in volume, γ il peso specifico del fluido, potremo scrivere:

$$p_1 - p_2 = \beta \frac{\gamma}{2g} \left(\frac{V}{a_1}\right)^2$$

da cui:

$$(1) \qquad V = a_1 \sqrt{\frac{2g}{\beta\gamma}(p_1 - p_2)} = k a_1 \sqrt{\frac{2g}{\gamma}(p_1 - p_2)}$$

dove β e k sono numeri ed evidentemente $k = \sqrt{\frac{1}{\beta}}$.

Il valore di k non può essere determinato che per via sperimentale.

Digitized by Google

***

Abbiamo fatto una serie di esperienze dalle quali risulta che con un metodo assai semplice si può in un certo numero di casi determinare direttamente il valore della portata e quindi anche determinare il valore di k relativo al diaframma. Esso è fondato sul principio seguente:

Sia B (fig. 2) un disco piano orizzontale, sospeso a uno degli estremi del giogo L di una bilancia, e sia questa equilibrata con pesi disposti sul piatto M sospeso all'altro estremo del giogo. Se T è un tubo verticale il cui asse passa pel centro del disco, e se in questo tubo si muove aria, la spinta esercitata dalla vena fluida contro il disco tende evidentemente a sollevare il piatto. Sia P il peso che si deve togliere dal piatto M per ricondurre il giogo della bilancia nella sua posizione di

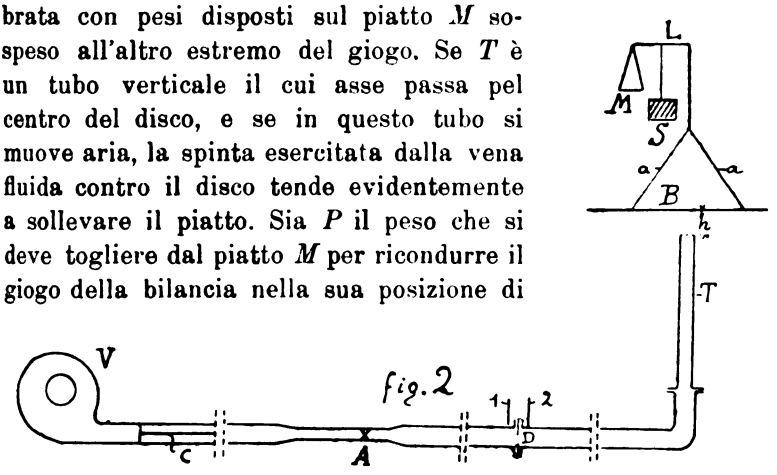


fig. 2

equilibrio. Se a è l'area della bocca del tubo, V la portata in volume, u la velocità in detta bocca, se la velocità con cui la vena fluida abbandona il bordo del disco è diretta parallelamente al piano di questo, come è noto la spinta esercitata dalla vena fluida contro il disco normalmente al piano di esso vale: $\frac{\gamma}{g} a u^2$.

Possiamo scrivere (tenuto presente che $u = \frac{V}{a}$):

$$P = \frac{\gamma}{g} \frac{V^2}{a}. \tag{2}$$

Dalla (2) misurando P, determinato il valore di γ, si ottiene V con una esperienza semplicissima e che si eseguisce molto rapidamente. Occorre però prima dimostrare che non in-

Digitized by Google

tervengono cause le quali possano infirmare sensibilmente la relazione (2), e a questo hanno servito le esperienze seguenti.

Osserviamo che la formola (2) deve modificarsi quando la velocità non abbia lo stesso valore in tutti i punti dell'area della sezione d'efflusso; praticamente non si hanno mai casi in cui questa condizione sia soddisfatta. Se immaginiamo scomposta la sezione in elementi di area piccolissima α, se w è la velocità in uno qualunque di essi, e se diciamo $v = \alpha w$ la portata elementare corrispondente, e p il peso corrispondente alla spinta esercitata sul disco, sarà:

$$p = \frac{\gamma}{g} \frac{v^2}{\alpha}.$$

E per tutta la vena fluida:

$$P = \frac{\gamma}{g} \sum \frac{v^2}{\alpha}. \tag{2)'}$$

Nelle esperienze su cui riferiremo è risultato, come vedremo, che il rapporto fra il 2° membro della (2) e quello della (2)' — anche nel caso più sfavorevole cioè di un diagramma della velocità meno regolare — differisce dall'unità di meno del 0,5 %; non si è quindi commesso un errore sensibile supponendo applicabile la (2). Vedremo in seguito come si è determinato il valore di detto rapporto.

L'impianto sperimentale che ha servito alle esperienze di cui ci occupiamo comprende un ventilatore centrifugo V, azionato direttamente da motore elettrico a corrente continua, con eccitazione indipendente, e velocità regolabile entro limiti ampiissimi per mezzo di reostati inseriti in serie colla armatura, una condotta premente in tubo di ferro di circa 141 mm. di diametro nella quale in C sono disposte due lastre di lamiera in croce (fig. 2) per regolarizzare l'andamento della vena fluida, in D è inserito un diaframma il quale presenta una sezione circolare libera di area $a_1 = 0{,}007854$ m². Il condotto, come appare dalla figura, si risvolta alla sua estremità verticalmente verso l'alto a angolo retto; per mezzo di flangie si applicano sulla bocca del condotto tratti di tubo di circa 0,8 m. di lunghezza e di diametro diverso. Nelle esperienze si usarono 5 di questi

Digitized by Google

tubi, che indicheremo coi numeri I, II, III, IV, V; detti tubi furono torniti internamente in corrispondenza della bocca di uscita e si determinarono accuratamente i valori dei relativi diametri. Questi sono i seguenti:

tubo:	I	II	III	IV	V
diam. interno m.:	0,0248	0,0379	0,0518	0,09	0,1075.

Al disopra della bocca del tubo T è collocata una bilancia poggiata sopra un piano metallico, il quale per mezzo di tre viti può disporsi orizzontale. Questo è portato da una trave S in legno, infissa in uno dei muri del locale. A un estremo del giogo della bilancia è sospeso il disco B, l'altro estremo porta il piattello M pel carico dei pesi occorrenti per equilibrare il giogo. Il disco B è in alluminio, circolare di circa 1 metro di diametro e circa 1 mm. di spessore; esso è portato da 6 tirantini di filo metallico. La differenza fra le pressioni statiche che si producono fra due sezioni situate una prima e l'altra dopo il diaframma è misurata per mezzo di manometri ad alcool, verticali o a tubo inclinato a seconda dei casi. Dette pressioni sono prese per mezzo di due tubetti metallici 1 e 2 di piccolo diametro, che attraversano la parete del condotto alla quale sono saldati, e sfiorano la superficie interna di detta parete.

Abbiamo dunque, per ciascuno dei tubi I, II, III, IV, V e per una serie dei valori della portata V, determinato sperimentalmente il valore del peso occorrente per equilibrare la bilancia e quello della differenza di pressione fra le sezioni 1 e 2 comprendenti il diaframma (fig. 1). Si leggevano i valori della temperatura nell'aria ambiente, di quella dell'aria nel condotto, la pressione barometrica, e si determinava il grado di umidità dell'aria del locale. Questi dati sono evidentemente necessari per poter stabilire il peso specifico dell'aria; in base al valore della temperatura si correggeva il valore del peso specifico dell'alcool impiegato nei manometri, il quale era stato determinato preventivamente in corrispondenza di una data temperatura.

Uguagliando i valori di V risultanti dalla (1) e dalla (2) si ottiene:

$$k = \sqrt{\frac{a}{2a_1^2}\,\frac{P}{p_1 - p_2}}. \tag{3}$$

Digitized by Google

Una verifica qualitativa delle attendibilità dell'ipotesi fatta per stabilire la (2), e cioè che la vena fluida abbandoni il disco con velocità diretta secondo un raggio di esso, fu fatta disponendo un tubo di Pitot, collegato a un manometro differenziale, in punti diversi del bordo del disco. Muovendo detto tubo per modo da fargli assumere direzioni inclinate rispetto al raggio del disco e leggendo le indicazioni del manometro sempre è risultato che il massimo della lettura si ebbe quando il tubo di Pitot era disposto orizzontalmente secondo un raggio del disco, e quindi si deve arguire che l'ipotesi fatta è verificata.

Una prima serie di esperienze fu poi stabilita per chiarire se e quale influenza poteva avere sul risultato della misura l'uso di un diametro più o meno grande del disco e l'adozione di una distanza h più o meno grande fra la bocca d'efflusso e il disco stesso.

Sotto il primo punto di vista è evidente che con grandi valori del rapporto fra il diametro del disco e quello del tubo sarà più probabile un migliore risultato. Evidentemente però col crescere del diametro del disco cresce il carico sopportato dalla bilancia, e quindi decresce la sua sensibilità. Abbiamo fatto una serie di esperienze usando i tubi I e II e usando dischi di circa 0,4, 0,6, 1 metro di diametro. Dai risultati di queste, che non riportiamo per brevità, abbiamo visto che per ogni valore della bocca d'efflusso e per ogni valore della differenza di pressione $p_1 - p_2$ sperimentata (cioè per la (1) per ogni valore della portata, perchè durante queste esperienze le condizioni da cui dipende il peso specifico dell'aria sono rimaste invariate) il valore di P risulta sensibilmente lo stesso, sia che si adoperi il disco di grande diametro, sia che se ne adoperi uno di diametro minore, anche quando il valore del peso discendeva sotto il valore minimo, che fu poi realizzato nelle esperienze definitive. Risulta quindi che la sensibilità della bilancia è tale, anche adoperando il disco di diametro maggiore, da consentire una esattezza della misura superiore a quella consentita dagli altri metodi di controllo, e quindi nelle esperienze definitive si è sempre usato solamente il disco di diametro maggiore.

In relazione al secondo punto di vista sono state fatte serie di esperienze usando tutti i diversi tubi di efflusso, variando la distanza fra la bocca di efflusso e il disco e confrontando per

Digitized by Google

ogni tubo i risultati di esperienze fatte a diversi valori di questa distanza, ma mantenendo costante il valore del rapporto $\frac{p_1 - p_2}{\gamma}$. È risultato che per ogni tubo al disopra di un certo valore di h il valore del rapporto $\frac{P}{\gamma}$ non cambia col crescere di h (si comprende che al di là di un certo valore della distanza h, ciò non sarà più vero, ma tale valore non si raggiunse nelle esperienze). Naturalmente le esperienze definitive si fecero poi con un valore della distanza h maggiore di quello che risultò come valore minimo ammissibile, e cioè:

tubo:	I	II	III	IV	V
h = mm.:	80	103	106	154	154.

In seguito si fece una serie di esperienze definitive i cui risultati sono riportati nella tabella I. Nella fig. 3 sono ripor-

fig. 3

tati come ordinate i valori di k ottenuti coi diversi tubi di efflusso I, II, III, IV, V in corrispondenza dei valori di V calcolati colla formola (2), i quali sono portati come ascisse.

Digitized by Google

TABELLA I.

P Cg.	$p_1 - p_2$ mm. acqua	y m al sec.	k	
0,04	0,28	0,01277	0,748	tubo I
0,06	0,42	0,01565	0,746	
0,07	0,49	0,0169	0,753	$r = 1,163$
0,05	0,82	0,02178	0,745	tubo II
0,1	1,66	0,03078	0,742	
0,2	3,3	0,04357	0,744	$r = 1,163$
0,05	1,5	0,02979	0,754	tubo III
0,1	3,04	0,04213	0,749	
0,13	3,94	0,04803	0,75	$r = 1,163$
0,05	1,53	0,0299	0,746	
0,13	3,97	0,0483	0,747	tubo III
0,2	6,1	0,0599	0,747	
0,3	9,13	0,07338	0,749	$r = 1,15$
0,35	10,68	0,07924	0,748	
0,1	9,3	0,07365	0,746	
0,2	18,4	0,10415	0,749	tubo IV
0,3	27,8	0,1275	0,745	$r = 1,15$
0,3997	37,1	0,1472	0,747	
0,15	19,9	0,10679	0,745	
0,3	40	0,151	0,743	tubo V
0,3997	54	0,1743	0,737	
0,4995	66,5	0,1949	0,743	$r = 1,17$
0,5993	80,2	0,2135	0,741	

Prima di esaminare quali conclusioni si possono dedurre dai risultati di queste esperienze, accenniamo ad altre esperienze fatte per lo stesso scopo.

Digitized by Google

***

Come già si è detto, il valore della portata di un condotto si può anche ottenere per altra via. Basta dividere la sezione del condotto in esame in striscie di area sufficientemente piccola, determinare per ogni striscia il valore medio della velocità misurando questa in un numero conveniente di elementi di area; sommando poi i prodotti delle aree delle singole striscie per i relativi valori medi delle velocità si ottiene il valore della portata in volume.

L'apparecchio che meglio si presta per questa misura è il tubo di Pitot.

Abbiamo usato un tubo di Pitot (con involucro esterno per la presa della pressione statica) che era stato tarato col metodo spiegato in altra Nota (1). Si sperimentò coi tubi IV e V disponendo il tubo di Pitot nell'interno del tubo in prova a pochi centimetri di distanza dalla bocca; si misurarono le velocità in numerosi punti di due diametri ortogonali (circa 20 per ogni diametro). La misura si faceva dopo avere regolato ogni volta il funzionamento del motore che aziona il ventilatore per modo da mantenere costante il valore della portata — questo era indicato dal fatto che il manometro indicante la differenza di pressione prodotta dal diaframma era riportato a segnare la stessa divisione della scala. Nella fig. 4 sono riportati — per una esperienza fatta col tubo V — come ascisse i valori dei quadrati delle distanze fra il centro del tubo e il punto in cui era disposto il tubo di Pitot nelle misure, e come ordinate le velocità corrispondenti.

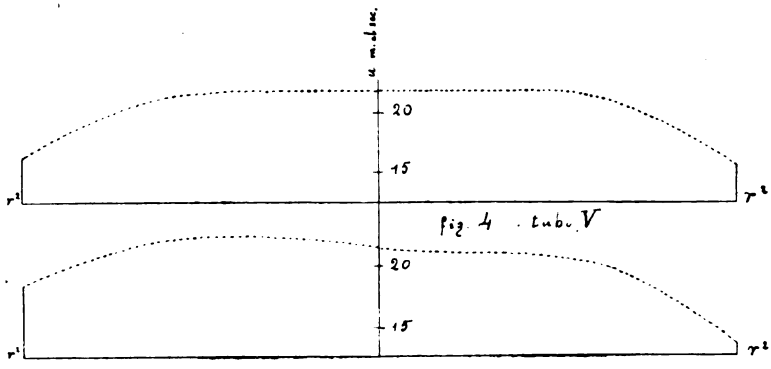
Se r è la distanza sopra definita, se R è il raggio del tubo, se u è la velocità in corrispondenza di un punto del diametro, l'ordinata media del diagramma rappresentato nella fig. 4 vale:

$$\frac{\int_0^R u \,.\, d(r^2)}{R^2} = \frac{\int_0^R 2\pi u \,.\, r \,.\, dr}{\pi R^2}. \tag{4}$$

(1) B. L. Montel, *Esperienze relative ad apparecchi misuratori per via manometrica della velocità dei fluidi gassosi.* " Il Monitore Tecnico „ N° 18, 1920.

Digitized by Google

Ora nella (4) sotto il segno d'integrazione figura la portata attraverso un'area elementare limitata da due cerchi concentrici fra loro e col perimetro del tubo i cui raggi differiscono di dr quando il valore di u rimanesse lo stesso per tutti i punti situati alla stessa distanza dal centro del tubo. In tale ipotesi la (4) darebbe il valore della velocità media nella sezione sperimentata. Poichè questa ipotesi non è ammissibile,



abbiamo determinata la distribuzione della velocità lungo due diametri ortogonali ed abbiamo assunta come velocità media nella sezione la media aritmetica fra le ordinate medie dei due diagrammi che rappresentano dette distribuzioni.

Esperienze analoghe furono fatte col tubo IV e con tre velocità diverse; non riportiamo per brevità i diagrammi relativi.

Per la esecuzione della misura si fissò il tubo di Pitot alla slitta porta utensili di un tornio e così fu possibile spostare il tubo di Pitot lungo un diametro del tubo in esame misurando con precisione, in base all'angolo di cui si faceva ruotare la vite azionante la slitta, gli spostamenti del detto tubo di Pitot.

Si ottennero i risultati riportati nella tabella II, nella quale $p_1 - p_2$ indica la differenza di pressione prodotta dal diaframma, V la portata dedotta in base al valore della velocità media determinato come si disse sopra. Applicando la (1) si ricavano i valori di k relativi al diaframma, che sono indicati nell'ultima colonna della tabella.

Digitized by Google

TABELLA II.

Tubo	$p_1 - p_2$ mm. d'acqua	V m³ al sec.	k	γ
V	66,15	0,1885	0,73	1,19
IV	30,5	0,1296	0,734	1,18
IV	3,99	0,0478	0,749	1,18
IV	1,33	0,02782	0,755	1,18

Risulterebbe pertanto che k è un numero il quale nel campo delle esperienze decresce leggermente col crescere della portata.

Dai diagrammi della fig. 4 e da quelli relativi alle esperienze fatte col tubo IV abbiamo, come si disse, dedotto il valore della portata facendo la somma dei prodotti degli elementi di area in cui fu immaginata scomposta la sezione per le velocità relative.

Abbiamo anche modo ora di calcolare il valore di $\sum \frac{v^2}{a}$ che ci rappresenta la grandezza che si ottiene nella determinazione colla bilancia $\left(\text{invece di } \frac{V^2}{a}\right)$: per tale scopo dobbiamo scomporre la sezione in elementi di area convenientemente piccola e per ognuno di essi calcolare il termine $\frac{v^2}{a}$ e sommare i valori così calcolati. È risultato che $\frac{\frac{V^2}{a}}{\sum \frac{v^2}{a}}$ è dell'ordine di 0,995 e quindi resta confermato — come già si disse a pag. 528 — che non si è commesso un errore sensibile applicando la (2) invece della (2)′.

***

Abbiamo ancora voluto procedere ad esperienze comparative impiegando un altro strumento e cioè l'anemometro. Questo strumento fu inserito, come si disse, in A (fig. 2), per mezzo di

Digitized by Google

due tronchi di cono i quali terminano a due tratti di tubo che si adattano alla superficie esterna del cilindro in cui è disposta la ruota dell'anemometro, così che questo occupa tutta la sezione di passaggio del fluido.

Si è tarato l'anemometro facendo funzionare il ventilatore a diverse velocità e determinando in ogni esperienza il numero n di giri segnato dall'anemometro in un secondo e il valore della portata V per mezzo del diaframma assumendo $k = 0{,}745$. La taratura fu fatta per 14 valori della portata compresi fra circa 0,015 e circa 0,092 m³ al sec. Portando in un diagramma i valori di V come ordinate e quelli di n come ascisse risultano punti che con buonissima approssimazione sono situati su una linea retta la quale ha per equazione:

$$V = 0{,}0002 + 0{,}00535\ n. \tag{5}$$

La taratura non fu fatta per valori della portata inferiori a 0,015 m³ al sec., perchè per tali valori era difficile che il ventilatore, funzionando a carico così ridotto, rimanesse a velocità costante pel periodo di tempo occorrente per fare la lettura del numero di giri dell'anemometro, e quindi le esperienze avrebbero dato risultati poco sicuri. Ma per questo anemometro tarato precedentemente in una corrente d'aria libera, per confronto col tubo di Pitot, è risultato che la legge di variazione della velocità in funzione del numero di giri è una retta anche nel campo che corrisponde a velocità minori di quella corrispondente alla portata di 0,015 m³ al sec. Di più è noto da esperienze di taratura di anemometri disposti in modo da occupare tutta la sezione del condotto e fatte coll'impiego di un gasometro di precisione che la legge di cui sopra è lineare. Quindi certamente possiamo ritenere valida la taratura fatta anche per portate inferiori a quelle sperimentate. L'anemometro così tarato ci ha servito per fare esperienze di controllo della portata determinata col metodo della pesata per mezzo della bilancia, nel caso di portate inferiori a quelle sperimentate col tubo di Pitot, cioè a circa 0,03 m³ al sec. Nella tabella III sono riportati i risultati delle esperienze fatte: in esse P indica il peso in Cg. occorrente per equilibrare la bilancia, n il numero di giri indicato dall'anemometro al sec., V_1 la portata calcolata colla formola (2),

Digitized by Google

V_2 quello dedotto dalla formola (5). Nell'ultima colonna sono indicate le differenze fra i valori ottenuti coi due metodi espresse in per cento del valore di V_2. Le esperienze furono fatte impiegando i tubi I e II.

Anche a proposito di queste esperienze dobbiamo ripetere l'osservazione fatta a proposito di quelle eseguite col tubo di Pitot sul valore del rapporto $\frac{V^2}{\sum_a^a \frac{r^2}{a}}$ che, come si disse, non differisce sensibilmente da 1.

TABELLA III.

P Cg.	V_1 m³ al sec.	n	V_2 m³ al sec.	Diff. in %	
0,05	0,0144	2,68	0,0145	0,69	tubo I
0,03	0,0112	2,075	0,01125	0,45	$\gamma = 1{,}15$
0,02	0,0139	2,6	0,0141	1,4	tubo II
0,05	0,0219	4,08	0,022	0,45	$\gamma = 1{,}15$
0,1	0,031	5,8	0,0312	0,65	

Dai risultati delle diverse esperienze a cui abbiamo finora accennato si deducono risultati degni di nota.

Il valore del fattore k che figura nella (1), relativo cioè al diaframma, è risultato dalle esperienze di determinazione della velocità media nella sezione per mezzo del tubo di Pitot leggermente decrescente col crescere della portata e mediamente eguale a 0,742.

Il valore dello stesso coefficiente k ottenuto basandosi sul metodo della bilancia per la determinazione della portata è risultato da 23 esperienze mediamente uguale a 0,746. Come si vede, i risultati delle due determinazioni differiscono di meno dell'1 %. Possiamo quindi dedurre che questo metodo ha dato nelle condizioni delle esperienze buoni risultati.

Digitized by Google

Questo risultato ci è anche confermato dalla osservazione seguente:

Nelle esperienze a cui si riferiscono la tabella I e la fig. 3, la formola (1) scritta per coppie di esperienze fatte con valori diversi della bocca di efflusso e con valori identici del rapporto $\frac{p_1 - p_2}{\gamma}$ dice che la portata non può sensibilmente essere cambiata perchè k deve ritenersi costante quando il suddetto rapporto è rimasto invariato. La (2) ci dà per le coppie di esperienze suddette, nelle quali sono cambiati i valori di a, P e γ (e quindi è cambiata anche la velocità d'efflusso), ma non è cambiata la portata, valori di V sensibilmente uguali, quindi ciò conferma che la (2), stabilita su basi teoriche, è nella realtà verificata con approssimazione sufficiente. Nella tabella IV sono riportati alcuni numeri dai quali risulta quanto piccola sia la differenza trovata fra i valori della portata in gruppi di esperienze in cui sappiamo che essa doveva per ogni gruppo avere lo stesso valore.

TABELLA IV.

Tubo	$\frac{p_1 - p_2}{\gamma}$	V m³ al sec.	Diff. in %
II	2,84	0,04357	0,43
III	id.	0,04376	
III	9,28	0,07924	0,21
IV	id.	0,07907	
V	17	0,10679	0,45
IV	id.	0,10727	
IV	24,18	0,1275	0,23
V	id.	0,1272	

I numeri della terza colonna verticale scritti a sinistra sono direttamente misurati, quelli scritti a destra sono ottenuti per interpolazione fra valori misurati direttamente.

Digitized by Google

Aggiungiamo ancora che le prove coll'anemometro ci hanno per valori piccoli della portata confermato che il metodo della bilancia dà risultati soddisfacenti.

Dal diagramma rappresentato in fig. 3, nel quale sono riportati come ordinate i valori del coefficiente k determinati in tutte le diverse esperienze a cui si è accennato e come ascisse quelli delle portate, risulta che detti valori di k sono tutti compresi fra 0,73 e 0,755; differiscono cioè di meno del 2 % dal valore medio di k.

***

Da quanto si è detto risulta che il metodo di determinazione della portata basato sull'impiego della bilancia dà, nelle condizioni sperimentate, buoni risultati, presentando il vantaggio grandissimo di non richiedere la conoscenza del valore di costanti che debbano essere determinate sperimentalmente, e che quindi rendano dipendente l'esattezza del risultato da quella con cui esse furono stabilite.

Le condizioni di funzionamento del ventilatore di cui disponevamo non ci hanno permesso di estendere le esperienze a valori più grandi della velocità di efflusso e quindi della portata; col crescere di questa crescerà il valore del peso P che si deve determinare e la misura si farà meglio.

Così pure le condizioni del materiale di cui disponevamo non ci hanno permesso di sperimentare con valori maggiori della bocca di efflusso. Sotto questo riguardo è prevedibile che col crescere della bocca d'efflusso dovrà crescere — affinchè non intervengano fenomeni accessori che falserebbero il risultato della misura — il diametro del disco. Ora al crescere di questo verrà imposto un limite dalla possibilità di costruire dischi di grande diametro che sospesi conservino sufficientemente bene la forma di piano, e che non abbiano un peso tale da caricare troppo la bilancia.

A ogni modo è certo che un ampio campo di impiego rimane all'uso di questo sistema. E sarà sempre possibile, quando si tratti di misurare portate maggiori di quelle compatibili colle dimensioni di un dato disco, dividere la vena fluida in vene par-

Digitized by Google

ziali percorrenti condotti separati, e fare la misura della portata in ciascuno di essi separatamente o col metodo della bilancia, o con quello di diaframmi preventivamente tarati per confronto col metodo della bilancia.

Gabinetto di Termotecnica del R. Politecnico di Torino
Giugno 1922.

Digitized by Google

Tensione superficiale e proprietà voltaiche del mercurio

Nota di ELIGIO PERUCCA

Presentata dal Socio nazionale residente A. Naccari

§ 1. — Si espongono in questa Nota i risultati di misure di tensione superficiale del mercurio, poste in relazione con misure analoghe di effetto Volta. Queste esperienze hanno fornito una prova diretta e convincente del legame esistente tra tensione superficiale e proprietà voltaiche di una superficie.

Le idee recenti sulla sede delle differenze di potenziale che originano l'effetto Volta e sulla sua connessione con l'effetto termoionico e fotoelettrico ne ricevono un decisivo appoggio sperimentale.

Un così buon accordo tra tensione superficiale e proprietà voltaiche si ha solo nelle condizioni sperimentali più semplici, mentre manca — e non è da stupire — là dove le modificazioni fatte subire allo strato superficiale del mercurio risultano complicate da un adsorbimento gasoso o da un'azione chimica.

Dalla ipotesi che la tensione superficiale del mercurio nel vuoto sia tutta di natura elettrica e dovuta allo stesso doppio strato che causa il potenziale intrinseco Φ, e, quindi, le proprietà voltaiche, si può calcolare Φ per il mercurio dalle variazioni di tensione superficiale e dalle corrispondenti variazioni delle proprietà voltaiche. Risulta $\Phi = 3$ volts circa.

§ 2. — In un recente lavoro (1) ho osservato e assoggettato a misure in certo modo sistomatiche le rapide variazioni

(1) "Atti R. Acc. Sc. Torino „, 57, pag. 81, dicembre 1921.

Digitized by Google

iniziali delle proprietà voltaiche del mercurio preparato di fresco nel vuoto o nei gas: aria, azoto atmosferico, idrogeno, anidride carbonica, a varie pressioni. I risultati sperimentali portavano, mi pare necessariamente, a ritenere che la superficie fresca di mercurio fosse sede di un assettamento molecolare o atomico non dovuto alla presenza del gas sovrastante, anzi tanto più rapido, quanto più piccola era la pressione di questo. Tale assettamento superficiale rende più elettropositiva la superficie di mercurio; corrisponde quindi a una diminuzione dell'energia potenziale del doppio strato superficiale normale che costituisce la superficie del mercurio nel vuoto.

Già in quel lavoro accennavo alla possibilità di sfruttare il fenomeno osservato per stabilire una prova della relazione tra tensione superficiale e proprietà voltaiche, relazione del tutto prevedibile nelle recenti teorie di questi fenomeni, ma non ancora osservata. Il vantaggio di poter disporre di una variazione superficiale del mercurio non dovuta alla presenza dei gas sovrastanti mi sembrava legittimare la speranza che il fenomeno in queste condizioni particolarmente semplici potesse prestarsi a indicare un eventuale parallelismo tra proprietà voltaiche e tensione superficiale del mercurio.

Ho perciò proseguito le esperienze di cui è relazione nel lavoro citato, con l'intendimento di eseguire misure contemporanee di effetto Volta e di tensione superficiale del mercurio preparato di fresco, in uno stesso ambiente.

A misurare la tensione superficiale e le sue rapide variazioni dall'istante della preparazione di una superficie fresca di mercurio nessun metodo certamente si presta meglio che quello detto della goccia larga. Ho modificato dunque l'apparecchio, già prima usato per la misura dell'effetto Volta, coll'aggiunta del dispositivo necessario alla misura della tensione superficiale. Ma, per la mancanza di mezzi che mi permettessero la realizzazione di un metodo di misura sulle gocce, il quale riunisse la rapidità e la precisione desiderata, ho dovuto limitarmi a usare un dispositivo molto sensibile, ma sol capace di indicare le variazioni della tensione superficiale.

Le curve che raccolgono i risultati delle esperienze non dànno, dunque, proprio la dipendenza tra tensione superficiale e tempo, ma la indicano qualitativamente.

Digitized by Google

Ciononostante, esse risultano già sufficienti, a mio parere, per trarne la conclusione che dalle esperienze io mi aspettavo.

§ 3. — L'apparecchio è analogo a quello usato nel lavoro citato.

Il cilindro *G* (fig. 1), che forma il corpo del recipiente nel quale si fanno le esperienze, è ora di ferro e porta due tubature diametralmente opposte chiuse da dischi di vetro. Nell'una è montato il piattello su cui si forma la goccia *L* di mercurio; l'altra serve per l'illuminazione mediante una lampadina posta in *D*. Il microscopio *O* (ingrandimento circa 150 diam.; distanza focale circa 2 cm.) è puntato sul bordo superiore della goccia *L*. Con opportuno orientamento del microscopio e opportuna disposizione della lampadina illuminante, il profilo della goccia compare nel campo del microscopio come una netta linea di separazione tra zona in luce e zona in ombra; nella zona in luce alcune nitidissime frange di diffrazione accompagnano, parallelamente, il profilo della goccia. La prima di queste frange è presa come linea di riferimento per l'indicazione del livello superiore della goccia.

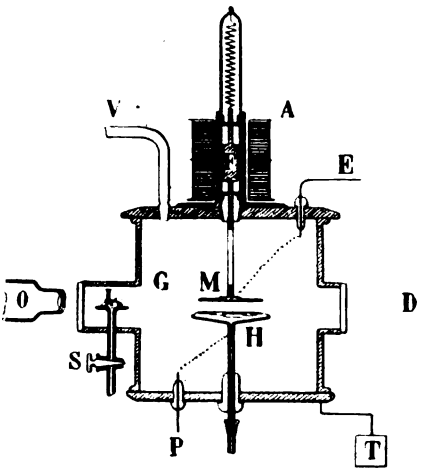


Fig. 1.

Settanta parti del micrometro oculare corrispondono a 1 mm.; ogni parte del micrometro è divisa in due. La frangia di riferimento, parallela ai tratti del micrometro, è così nitida e sottile che si può ben apprezzare $^1/_5$ di divisione del micrometro. Si possono così osservare variazioni del livello superiore della goccia fino a $\frac{1}{700}$ di mm.

Naturalmente, le variazioni del livello superiore della goccia non sono sufficienti a calcolare le variazioni della tensione superficiale, ma sono capaci di indicare questa variazione. Il livello

Digitized by Google

superiore della goccia è, anzi, proprio il punto più sensibile alle variazioni della tensione superficiale (1). Ciò, per quanto precede, è sufficiente per la ricerca qualitativa che ci interessa.

Cure particolari sono state prese perchè la ripetizione delle esperienze venisse effettuata nelle condizioni più prossime possibili.

La goccia, formata in L dal mercurio che sale attraverso il rubinetto S, è fermata sempre allo stesso punto del micrometro, in modo che la prima lettura sia uguale in tutte le esperienze. In altra serie di esperienze, il mercurio, fatto salire fino a sorpassare il livello, si lascia effluire da S fino a raggiungere il livello prestabilito. In questi due casi, soltanto le prime due o tre letture (in 30″ di tempo) non si accordano perfettamente tra di loro.

Così anche cure speciali si ebbero perchè nel tratto tra S ed L non potessero annidarsi bollicine del gas.

La produzione del vuoto, la preparazione e l'introduzione dei gas è stata eseguita in modo analogo a quanto è stato fatto in lavori precedenti (2).

§ 4. — Nella fig. 2 sono raccolti i risultati delle misure sulle variazioni della tensione superficiale del mercurio fresco nell'anidride carbonica, nell'aria, nell'idrogeno. Sulle ascisse sono rappresentati i tempi in minuti primi, sulle ordinate le letture eseguite al micrometro del microscopio O. Non sono riportate le misure parallele dell'effetto Volta perchè esse hanno dato luogo a fasci di curve praticamente uguali a quelle raccolte nella fig. 3 del lavoro precedente (3). Anche questa volta le pressioni indicate, in mm. di mercurio, sono soltanto approssimate.

Ripeto che le variazioni misurate al micrometro del microscopio sono indice delle variazioni della tensione superficiale, ma non servono da sole a misurare tali variazioni, perciò nulla

(1) V. p. es. Quincke, "Ann. der Phys. „, *105*, pag. 1, 1858.

(2) "N. Cim. „, *23*, pag. 105, 1922; "Atti R. Acc. Sc. Torino „, *57*, pag. 81, 1921.

(3) "Atti R. Acc. Sc. Torino „, *57*, pag. 87, 1921.

Digitized by Google

può pretendersi più che un'analogia di comportamento tra le curve relative alle proprietà voltaiche e quelle relative alla tensione superficiale.

L'analogia non potrebbe essere più evidente e da essa scaturisce, a mio parere, la prova cercata della relazione tra tensione superficiale e proprietà voltaiche nel mercurio fresco.

Dall'istante della preparazione della superficie fresca, il livello della goccia diminuisce di circa 9 parti del micrometro

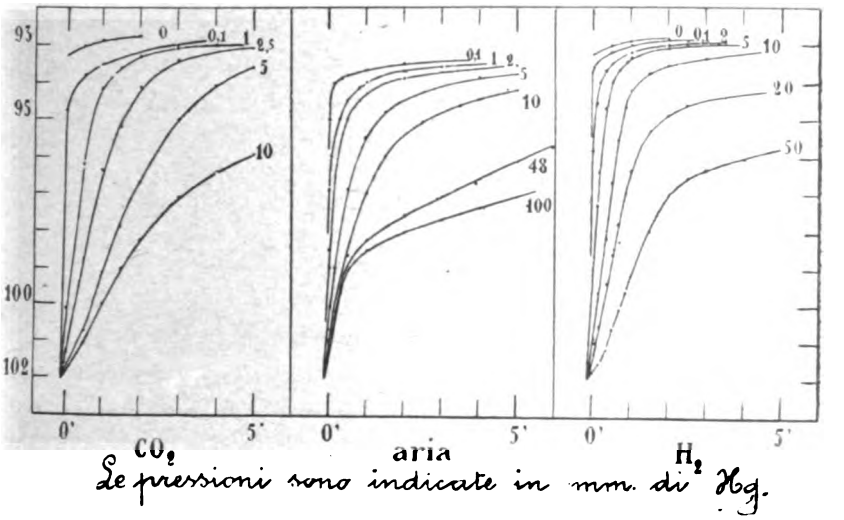


Fig. 2.

corrispondenti a circa 0,13 mm. La diminuzione, rapidissima alle pressioni minori, risulta tanto più lenta quanto maggiore è la pressione del gas sovrastante.

L'esecuzione di queste esperienze mi ha permesso di convincermi che le variazioni di tensione superficiale così osservate coincidono con quelle studiate molti anni fa da J. Stöckle (1). Quest'autore aveva già osservato (pag. 513-15) tutte le caratteristiche del fenomeno che nel mio lavoro precedente io riscontravo per le proprietà voltaiche, e che adesso ho ritrovato con perfetto parallelismo nelle osservazioni di tensione super-

(1) « Ann. der Phys. », *66*, pag. 499, 1898.

Digitized by Google

ficiale: 1°) tendenza asintotica del valore della tensione superficiale al valore che immediatamente viene raggiunto nel vuoto; 2°) tendenza al valore limite, tanto più rapido quanto minore è la pressione del gas sovrastante; 3°) esistenza del fenomeno in gas di qualunque natura; 4°) tendenza asintotica particolarmente rapida nel caso dell'idrogeno, particolarmente lenta nel caso dell'anidride carbonica.

Questi, che sono i risultati di Stöckle, perfettamente verificati nelle mie esperienze che qui ho esposte, sono anche i risultati già da me ottenuti per l'effetto Volta.

Ma, mentre lo Stöckle non riuscì a dare alcuna interpretazione plausibile dei suoi risultati, io già nel lavoro precedente esponevo l'opinione che le esperienze in questione siano la prova diretta dell'esistenza di un assettamento molecolare o atomico della superficie del mercurio, assettamento che avviene in modo da diminuire l'energia potenziale del doppio strato superficiale di Frenkel mercurio-vuoto.

L'idea che la tensione superficiale del mercurio nel vuoto sia di natura elettrica e attribuibile semplicemente all'esistenza di un doppio strato di Frenkel è stata già svolta da questo autore con risultato veramente brillante (1). Qui aggiungerò soltanto che, dalle misure di tensione superficiale dello Stöckle e dalle misure di effetto Volta da me eseguite, si conclude che una diminuzione da 49 (circa) a 44,4 mgr./mm. nella tensione superficiale corrisponde a una diminuzione (spostamento del mercurio in senso elettropositivo) del potenziale intrinseco del mercurio di 0,3 volt. Se la tensione superficiale è tutta dovuta allo stesso doppio strato che è causa del potenziale intrinseco, e, quindi, delle proprietà voltaiche del mercurio, risulta da una semplice proporzione che il mercurio nel vuoto, quando ha già raggiunto l'assetto superficiale corrispondente alla massima elettropositività, ha un potenziale intrinseco di circa 3 volts.

Questo valore è notevolmente prossimo a quelli già noti per i potenziali intrinseci dei metalli che sono a lato del mercurio fresco nella scala di Volta.

---

(1) " Phil. Mag. „, *33*, pag. 311, 1917.

Digitized by Google

§ 5. — A disturbare un così perfetto accordo tra tensione superficiale e proprietà voltaiche non basta, io credo, il seguente fatto: la modificazione nelle proprietà superficiali del mercurio che in varî miei precedenti lavori (1) ho indicato col nome di invecchiamento del mercurio, invecchiamento lento, che prosegue per molte ore e che sposta fortemente il mercurio in senso elettronegativo, è accompagnata invece da una ulteriore progressiva diminuzione (2) della tensione superficiale.

Ma questo invecchiamento del mercurio è dovuto certamente alla influenza del gas sovrastante (adsorbimento o azione chimica).

L'introduzione di questo nuovo fatto è tale da complicare, in modo non ben definito, il fenomeno, onde non mi stupisce la mancanza in questo caso di un accordo tra tensione superficiale e proprietà voltaiche, accordo che è, in sostanza, la conseguenza di una teoria molto semplice sugli effetti termoionici e fotoelettrici, che presuppone superfici metalliche nel vuoto ed esenti da pellicole gasose.

Riconfermo ancora che il lento invecchiamento del mercurio, accompagnato da una lenta variazione della sua tensione superficiale, non è reversibile che in molto piccola parte, sia per quanto riguarda l'effetto Volta che per quanto riguarda la tensione superficiale.

Come per i miei precedenti lavori, devo la possibilità dell'esecuzione di queste esperienze all'ospitale gentilezza del Prof. Pochettino, Direttore dell'Istituto.

Torino, Istituto Fisico dell'Università,
30 maggio 1922.

---

(1) V. p. es. " N. Cim. „, *21*, pag. 275, 1921; *22*, pag. 55, 1921.

(2) Diminuzione, in quanto diminuisce il livello superiore della goccia, cioè la goccia va ulteriormente schiacciandosi.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 18 Giugno 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci DE SANCTIS, BRONDI, EINAUDI, BAUDI DI VESME, SCHIAPARELLI, VIDARI, CIAN, PACCHIONI, LUZIO, e STAMPINI Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci PRATO e VALMAGGI.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del giorno 28 maggio u. s.

Il Presidente dà comunicazione alla Classe delle lettere dei professori SANESI, LEVI DELLA VIDA, e PARETI, che ringraziano per la loro elezione a Soci corrispondenti.

A nome del Senatore Carlo FERRARIS e con vive parole di plauso, il Socio BRONDI presenta alla Classe la pubblicazione recente del FERRARIS, *Cinque anni di rettorato nella R. Università di Padova 1891-92 al 1895-96. Ricordi in occasione del settimo centenario* (1922, Roma, Stab. Poligrafico per l'Amministrazione della Guerra). La Classe ringrazia.

Il Socio VIDARI, presentando il libro recente di Filippo MASCI, inviato dall'autore in dono all'Accademia, *Pensiero e Conoscenza* (Torino, Bocca, 1922), dice le seguenti parole:

Digitized by Google

" Mi reco a onore di presentare all'Accademia questo no-
" vissimo volume del nostro illustre Socio corrispondente, il
" prof. sen. F. Masci. Esso rappresenta come la sintesi e il
" coronamento della lunga e alta operosità scientifica dell'insigne
" professore dell'Ateneo napoletano, e porta in sè le medesime
" impronte di seria e profonda meditazione, di ampia dottrina
" filosofica e scientifica, di robusto e acuto spirito dialettico, che
" già ammirammo in tutta la sua produzione filosofica precedente.

" Il volume riprende in esame tutto quanto, si può dire, il
" problema filosofico quale si è venuto presentando nello sviluppo
" del pensiero moderno e contemporaneo. Dopo un'analisi delle
" funzioni conoscitive nel loro aspetto e valore logico, il Masci
" affronta il problema propriamente gnoseologico della natura e
" dei limiti della conoscenza, fermandosi in modo particolare
" sulla dottrina Kantiana, che costituisce ancora sempre il punto
" di partenza d'ogni discussione, e offre ancora sempre una delle
" soluzioni più seducenti per un lato e più irte di difficoltà per
" l'altro. E il Masci su queste ultime con acuto occhio si ferma,
" mostrando tutte le incongruenze e le oscurità della teoria
" Kantiana della cosa in sè, che egli chiama 'un vero nido di
" contraddizioni'.

" Procede infine in una terza, e più ampia, parte dell'im-
" portante volume a svolgere una teoria delle forme fondamen-
" tali della conoscenza, che, infatti, egli riesamina tutta, seguendo
" in questo più da vicino la teoria di Kant. Dalle forme della
" intuizione sensibile (il tempo e lo spazio) egli procede a quelle
" dell'intuizione intellettuale, alle categorie formali del numero,
" della sostanza, della causa, e poi a quelle del divenire e del-
" l'evoluzione, per giungere infine a quella delle finalità, intorno
" alla quale scrive alcuni dei capitoli più originali e più pro-
" fondi di tutto il libro; e finisce con la trattazione delle cate-
" gorie ideali o dei valori, che furono oggetto di tante discus-
" sioni nella filosofia recentissima.

Digitized by Google

" È questa del MASCI una delle opere più ricche di conte-
" nuto, più robuste di pensiero che siano apparse nella filosofia
" italiana contemporanea.

" Epperciò merita che l'Accademia, ringraziando l'illustre
" Socio, gli esprima i suoi rallegramenti per il forte contributo
" da lui portato, pure in così tarda età e vincendo i tormenti
" del male che lo affligge, all'incremento degli studi filosofici
" italiani, dei quali egli è stato ed è tuttora Maestro venerato
" per austerità scientifica e nobiltà di vita ".

La Classe porge vivi ringraziamenti, rallegramenti e auguri al Collega MASCI.

Lo stesso Socio VIDARI presenta poscia in omaggio alla Classe un esemplare del libro testè pubblicato G. A. RAYNERI, *Primi principî di metodica. Nuova edizione con introduzione di* Giovanni VIDARI (Torino, ecc., G. B. Paravia). La Classe nuovamente ringrazia.

Il Socio RUFFINI presenta per la pubblicazione nel volume in corso delle *Memorie* la sua monografia *Dante e il protervo Decretalista innominato* (*Monarchia*, III, III, 10). Con unanime votazione segreta la Classe ne delibera la pubblicazione.

Il Socio CIAN presenta alla Classe una *Nota* manoscritta della dottoressa Margherita MÀRGANI *Sull'autenticità di una lettera attribuita a G. Galilei*. La Classe ne ammette la pubblicazione negli *Atti*.

Finalmente il Socio Gaetano DE SANCTIS dà lettura della sua *Relazione* intorno al terzo convegno della Unione Accademica Internazionale, che è molto applaudita dalla Classe. E questa alla unanimità approva il seguente ordine del giorno:

" La Classe di Scienze morali, storiche e filologiche della
" Reale Accademia delle Scienze di Torino, preso atto della
" *Relazione* del Socio Gaetano DE SANCTIS intorno al terzo con-
" vegno della Unione Accademica Internazionale per le scienze
" morali, storiche e filologiche tenutosi in Bruxelles nello scorso

Digitized by Google

" maggio, mentre rileva la gravissima importanza delle questioni " ivi trattate, sia nel rispetto scientifico, sia in quello del nostro " decoro nazionale, fa voto che il Ministero prenda in attenta " considerazione le proposte fatte nella *Relazione* stessa, e prov- " veda, a tempo debito, affinchè l'Italia possa degnamente par- " tecipare al nuovo convegno che si terrà in Bruxelles nell'anno " prossimo „.

La *Relazione* del Socio De Sanctis verrà pubblicata nel volume degli *Atti*.

Raccoltasi poscia la Classe in adunanza privata, procede alla votazione, mediante schede segrete, per la elezione del Direttore e del Segretario, rispettivamente in sostituzione dell'attuale Direttore S. E. Senatore Paolo Boselli e dell'attuale Segretario Grande Ufficiale Mauriziano Prof. Ettore Stampini, che non sono più rieleggibili alla carica. Risultano eletti, salvo l'approvazione Sovrana, a Direttore il Socio Comm. Gaetano De Sanctis, e a Segretario il Socio Grand'Uff. Giovanni Vidari.

Digitized by Google

Relazione *intorno al terzo congresso della Unione Accademica Internazionale.*

Egregi Colleghi,

Il terzo convegno della U. A. I. per le scienze morali, storiche e filologiche tenutosi in Bruxelles dal 25 al 27 scorso maggio fu preceduto dalle feste pel cencinquantenario dell'Accademia Reale di Bruxelles. Furono queste feste una solennissima manifestazione di solidarietà intellettuale tra il Belgio e le nazioni amiche. Fu quindi assai opportuna deliberazione quella della nostra Accademia d'inviarvi un suo rappresentante, se pure è a dolere che noi siamo stati i soli in Italia ad avvederci della importanza della manifestazione che si preparava. Ma sebbene non assistesse a quelle feste che un solo italiano, il rappresentante vostro, mentre, a non parlare delle larghissime rappresentanze inglesi e francesi, il Giappone vi aveva cinque rappresentanti e la Grecia tre, almeno l'iniziativa di questa Reale Accademia fece sì che, accanto alle altre, potesse in quella solenne riunione essere ascoltata anche la voce dell'Italia.

Quanto ai lavori della U. A. I., tornò prima di tutto a discorrersi della nuova edizione del Glossario ducangiano. Io avevo vivamente raccomandato a tal proposito al Ministero della P. I. l'invio di un delegato speciale (esperto). Sono assai dolente che la mia proposta non sia stata accolta. Si è ad ogni modo stabilito che una nuova riunione di delegati speciali abbia luogo circa l'ottobre prossimo in Parigi per trattare delle questioni relative ai lavori da iniziarsi nei vari Stati per il Glossario ducangiano. L'Istituto Veneto avendo una sua iniziativa simile ed essendosi dichiarato disposto a coordinarla con quella della U. A. I. e ad inviare un delegato per trattare intorno a ciò, se il Ministero provvederà i fondi necessari, io ho chiesto istantemente al Ministero che li provveda: altrimenti la commissione ducangiana, alla quale io non potrò certo partecipare per mancanza di competenza speciale, funzionerà senza l'Italia, e i ne-

Digitized by Google

cessari spogli di libri e carte italiane saranno fatti da stranieri con disdoro nostro e con inevitabili e spiacevoli interferenze tra la iniziativa della U. A. I. e quella dell'Istituto Veneto.

Per il *Corpus* dei vasi dipinti, intorno alle direttive generali si era già rimasti d'accordo nelle riunioni precedenti, e rinvio quindi in proposito alle mie relazioni degli anni scorsi. La Francia, il cui esempio è stato già seguìto anche da altri, ha iniziato alacremente i lavori e presentato quasi compiuto il primo fascicolo dei vasi del Louvre. Nonostante le molte pratiche da me fatte perchè s'iniziassero i lavori anche in Italia, ho dovuto limitarmi a dichiarare, conforme a lettera ministeriale, che " la pratica in Italia è allo studio ". S'intende che insisterò vivissimamente perchè, conforme all'impegno morale contenuto nella adesione a questa impresa del *corpus vasorum* che fui autorizzato a dire a nome dell'Italia da S. E. il ministro Croce, quello studio finalmente si avvii ad un risultato concreto.

Quanto al catalogo dei manoscritti degli alchimisti greci, finora non avendo l'Italia accordato alcuna sovvenzione a questa impresa, il lavoro anche per le biblioteche italiane era affidato a studiosi stranieri. Avendo ora il Ministero a mia richiesta disposto l'invio al segretariato di Bruxelles di 2000 franchi belgi per le opere patrocinate dalla Unione che fossero prescelte dalla delegazione italiana, ho stabilito che la somma predetta fosse destinata a quegli studiosi italiani che si incaricassero di tali cataloghi nelle biblioteche nostre, e preso perciò gli opportuni accordi col prof. Bidez direttore di questo catalogo.

Tornarono anche in discussione i due progetti presentati dalla R. Accademia Nazionale dei Lincei per i supplementi al *Corpus Inscriptionum* di Berlino e per la *Forma orbis Romani*. Non ho bisogno di ripetere qui la storia di questi progetti e le difficoltà varie da essi incontrate. Dirò che in assenza dell'altro rappresentante italiano, invitato dalla Accademia dei Lincei ad assumere anche la sua rappresentanza, credo di aver tutelato nel miglior modo che si poteva il decoro dell'Accademia stessa e quello dell'Italia. Presentai, illustrandone largamente il valore, due fascicoli che l'Accademia dei Lincei, a cura di due speciali commissioni da essa nominate, aveva apprestato come *specimina* dei lavori epigrafici e topografici che intende iniziare in Italia. Questi due fascicoli ottennero presso la commissione

Digitized by Google

degli specialisti il meritato successo ed andarono letteralmente a ruba. Si riuscì d'accordo a stabilire che, se pure era impossibile iniziare pel momento un vero e proprio lavoro collettivo internazionale con identici criteri nei due campi detti, era però opportuno che la U. A. I. si adoperasse per incoraggiare e coordinare i lavori di edizione o riedizione di iscrizioni e di topografia archeologica che si vengono facendo nei vari Stati partecipanti all'Unione e per discutere intorno ai criteri da seguire in essi e intorno ai processi tecnici da adoperare nel riprodurre iscrizioni o nel redigere carte archeologiche. E si espresse anche il voto che, quando i lavori preliminari intorno alla topografia archeologica nei vari Stati sieno abbastanza progrediti, si possa metter mano alla grande carta archeologica dell'impero romano, di cui si determinerebbero d'accordo la scala e le altre modalità.

La delegazione greca presentò un progetto per gli scavi archeologici nell'Asia Minore. Tale progetto fu rinviato per la discussione all'anno prossimo, non essendo stato presentato nei termini legali. Esso coincide in vari punti essenziali col nostro modo di vedere, se pure in qualche punto dovrebbe, a mio avviso, essere ritoccato. Io credo non difficile in proposito nel prossimo convegno una intesa che salvaguardando le direttive nostre, soddisfi al tempo stesso la delegazione greca.

La Royal Academy di Londra presentava un progetto per le amministrazioni delle antichità nei paesi a mandato o assimilati appartenuti o appartenenti all'Impero Ottomano. Esaminato in Roma con vari archeologi amici lo schema inglese, ritenemmo in massima desiderabile l'adozione dei principî proposti dalla Royal Academy, con varie riserve però non prive d'importanza. Non ci parve infatti consigliabile la larghezza di esportazione ammessa dagli art. 9 e 12 del progetto nei paesi dove l'abbondanza del materiale archeologico fosse limitata e dove la conservazione sul posto potesse essere assicurata con le debite guarentie. Pertanto l'art. 14, che nega eguaglianza di trattamento agli archeologi di quelle nazioni che non concedono esse stesse le facilitazioni indicate nello schema britannico, non ci sembrò potesse applicarsi quando le ragioni sopra indicate impedissero di concedere tali facilitazioni. Mi sembra che con gli emendamenti da me proposti e in massima approvati dalla

Digitized by Google

U. A. I. gli articoli in questione sieno ormai tali da corrispondere a sufficienza a quelle che a noi sembravano le esigenze della scienza.

Dovevo presentare infine a nome di questa R. Accademia e della Acc. dei Lincei l'ordine del giorno che voi approvaste per la conservazione dei monumenti medievali del Levante di cui purtroppo si fa spesso scempio in modo inconsulto. Prendendo occasione dall'art. 2° del citato progetto inglese riuscii ad ottenere l'assenso della speciale commissione prima, dell'intero consesso dei delegati poi ai voti delle nostre Accademie pel rispetto e la conservazione di quei monumenti.

Egregi Colleghi,

Da questa esposizione sommaria in cui mi sono fermato solo a pochi punti principali è facile rilevare l'importanza gravissima per la scienza italiana e pel decoro stesso della nostra nazione delle questioni molteplici discusse nel convegno della U. A. I. Ma è anche facile rilevare l'assoluta necessità che la nostra delegazione per l'anno prossimo sia debitamente rinvigorita componendola di due delegati e di almeno due esperti, e che vengano stanziate a tempo debito le somme necessarie per indennizzare i delegati e gli esperti e soprattutto per la degna partecipazione dell'Italia alle imprese della U. A. I., cioè da 30 a 50 mila lire annue. Altrimenti ritengo che sarebbe opportuno abolire la Delegazione italiana presso la U. A. I., la quale senza di ciò non può trovarsi in grado di comparire dignitosamente accanto alle altre delegazioni, e il vostro rappresentante dovrebbe prima di tutto chiedere di essere egli stesso esonerato dall'onorifico ma gravosissimo incarico che ha solo accettato nella speranza di poter servire utilmente la scienza e la patria.

18 Giugno 1922.

Gaetano De Sanctis

Delegato italiano presso la U. A. I.

Digitized by Google

LETTURE

Sull'autenticità di una lettera attribuita a G. Galilei

Nota della Dott.ª MARGHERITA MÀRGANI

Presentata dal Socio nazionale residente Cian

Degna di nota è una lettera di Galileo Galilei a Ludovico Cardi da Cigoli, del 26 giugno 1612, il cui apografo fu trovato in Firenze presso il conte Piero Dainelli da Bagnano, già Masetti. Edita per la prima volta nel 1864 in un opuscolo che fu distribuito a quanti, il 18 febbraio di quell'anno, si raccolsero nell'Ateneo Pisano per celebrare il terzo centenario della nascita di Galileo, fu nuovamente pubblicata nel 1866 negli " Annali delle Università Toscane „ (1).

Nell'edizione Nazionale (2) la lettera è riprodotta in carattere corsivo con questa avvertenza: " Copia della 2ª metà del " sec. XVII. Dubitiamo grandemente dell'autenticità di questa " lettera, sia perchè della questione in essa trattata non è " alcun ricordo nelle lettere del Cigoli al Galilei, e, per con- " trario, dei molti argomenti di cui queste discorrono non è " qui che un cenno di un solo, sia perchè lo stile non ha sapore " Galileiano „. Queste parole sono assai gravi, ma, nonostante l'autorità di chi le ha scritte, credo possibile, anzi doveroso, sostenere l'autenticità della lettera in questione, che ad un attento lettore non può non sembrare degna di esame pel suo

(1) I. Scienze noologiche, vol. 8°, Pisa, 1866, p. 14.

(2) *Le opere di* Galileo Galilei, Barbèra, 1909, XI, n. 713, p. 340 sgg. Il Mestica, *Studi di critica letteraria di* G. Galilei, Loescher, 1866, p. 204, aveva già riprodotta la lettera, ma senza preoccuparsi della sua autenticità.

Digitized by Google

valore critico eccezionale e pei suoi caratteri di acutezza e di originalità.

L'autore entra subito nell'argomento, pone e risolve la questione. Egli comincia la sua chiara, succinta e sicura dimostrazione in una forma molto concisa: " Mi dichiaro „.

Il contenuto della lettera può riassumersi in poche parole: non è giusto dare alla scultura la preminenza sulla pittura solo perchè quella possiede naturalmente il rilievo e questa no, poichè anche nella scultura il rilievo è percepito come effetto pittorico, cioè per virtù di luci e di ombre. L'occhio vede solo il chiaro e lo scuro, il lungo e il largo, ma non percepisce la profondità se non " per accidente e rispetto al chiaro e allo scuro „. Infatti, se una statua, esposta ad un lume, fosse colorata di scuro nelle parti chiare, non mostrerebbe più alcun rilievo. La scultura, inoltre, non inganna neppure il tatto, soddisfa assai più la vista, dà, non solo la percezione del rilievo, ma anche quella della lontananza e dell'estensione. Insomma, la pittura, superando, per arte, grandissimi ostacoli, riesce ad essere più eccellente della scultura e a darci rappresentazioni più larghe, più vicine alla realtà, più originali e più varie.

La chiusa è una raccomandazione all'amico, al quale lo scrittore, con lode eccessiva, consiglia di evitare le inutili discussioni e le contese, poichè egli oramai " s'è reso così degno " di gloria con le sue tele, quanto il ... divino Michelagnolo co' " suoi marmi „ (1). Dopo i saluti leggiamo una breve frase colla quale l'autore prega il Cigoli di continuare ancora le osservazioni sulle macchie solari.

Tre sono le ragioni addotte dagli illustri editori dell'opera galileiana per impugnare l'autenticità della lettera: 1° perchè della questione di cui essa tratta, non è alcun ricordo nelle lettere del Cigoli al Galilei; 2° perchè la lettera del 26 giugno non tocca alcuno dei molti argomenti dei quali quelle si occupano; 3° perchè lo stile non ha sapore galileiano.

Del primo argomento possiamo dire che, pur contenendo esso un dato di fatto innegabile, non ha alcun valore per dimostrare apocrifa la lettera in questione. Si devono tener pre-

---

(1) G. G., *Opere*, XI, p. 342, l. 96.

Digitized by Google

senti le parole che troviamo nelle ultime linee della lettera: " Tanto per ora mi sovviene poter ella rispondere alle ragioni " di questi fautori della scultura, partecipatemi questa mattina " di ordine di V. S. dal signor Andrea nostro „ (1). Questa frase ci mostra che la lettera è come fuori del carteggio tra il Cigoli e il Galilei, poichè essa risponde ad una domanda trasmessa oralmente dal pittore Romano al grande scienziato per mezzo di un certo signor Andrea. Nè dobbiamo meravigliarci se il Cigoli non torna sulla stessa questione nella lettera immediatamente posteriore del 14 luglio 1612 (2).

Grandissima era a Roma l'attesa della *Istoria e dimostrazioni intorno alle Macchie Solari*; il Cigoli era incalzato di domande; aveva ricevuto allora una delle tre lettere al Welser ed era tutto dedito a leggerla e a farsela spiegare da illustri matematici. Egli poi continuava le osservazioni, servendosi delle istruzioni che il Galilei doveva avergli mandate. Forse, nella sua immensa devozione, Ludovico Cigoli può anche aver dimenticato la sua piccola questione, mosso da affettuosa sollecitudine per la gloria del suo grande amico. E poi nulla impedisce d'ammettere che, dopo la lettera del 30 giugno (3), che a noi rimane e nella quale il Cigoli non poteva, per ragioni cronologiche, ricordare quella del Galilei, e prima del 14 luglio, sia partito da Roma verso Firenze un breve biglietto di ringraziamento del Cigoli al Galilei a noi non pervenuto.

Queste considerazioni credo possano infirmare la prima e la più forte obiezione contro l'autenticità della lettera.

Per rispondere poi alla seconda credo sia sufficiente fare notare come non sia vero che il Cigoli tratti " molti „ argomenti nelle lettere dirette a G. Galilei. Le macchie solari sono l'unico tema sul quale il Cigoli si sofferma, poichè egli scrive raramente di sè e della sua vita artistica e si occupa soltanto delle meravigliose scoperte dell'illustre pisano. Ora, se questa comunicazione al Cigoli, pur non avendo nulla in comune colle

(1) G. G., *Opere*, XI, p. 342, l. 92.
(2) G. G., *Opere*, XI, p. 361, n. 729.
(3) G. G., *Opere*, XI, p. 347, n. 718.

Digitized by Google

lettere che a noi rimangono, ricorda, in modo che non contraddice alle condizioni del momento, la questione che teneva viva la corrispondenza tra il pittore e lo scienziato, dobbiamo sempre più propendere a credere autentica la nostra lettera.

Prima di esaminare il terzo argomento, addotto per sostenere la tesi della apocrifità, stimo opportuno fermare l'attenzione su certe frasi che rivelano alcuni peculiari caratteri dello scrittore. Egli mostra di avere gusto e competenza artistica non comuni, poichè discute con sicurezza ed originalità il problema propostogli e sa evocare, con felice espressione, splendidi paesaggi o ampie distese di mare senza confini. Ora noi sappiamo da Vincenzo Viviani (1) che il Cigoli, il Passignano, il Bronzino, l'Empoli ed altri pittori del tempo ricorrevano al Galilei per " l'ordinazione delle istorie, la disposizione delle " figure, le prospettive, il colorito, riconoscendo nel Galilei, in" torno a sì nobil arte un gusto così perfetto e grazia sopran" naturale, quale in alcun altro, benchè professore, non seppero " mai ritrovare a gran segno „.

Lo scrittore della lettera al Cigoli accentra tutta la discussione su un'esperienza decisiva, colla quale dimostra che il rilievo anche nella scultura è effetto pittorico, ci conduce ad immaginare una statua esposta ad un lume e colorata di scuro nelle parti chiare in modo da perdere ogni rilievo, ci invita a toccarla, facendoci notare come essa sia dura, fredda e grave, mostra in una parola di dare somma importanza alla prova sperimentale e alla diretta osservazione. Questo (e non è necessario che io lo ripeta) è il metodo che informa tutta la vita e tutte le opere di Galileo Galilei, geniale scienziato e forte difensore di quelle verità, che i suoi nemici cercavano di impugnare con lotta incessante, parandoglisi innanzi per impedirgli l'ascesa trionfale. Ora, per l'appunto, l'autore della nostra lettera, come chi è abituato a grandi battaglie, vede sempre innanzi a sè molti avversarî, suppone di discutere con essi e si preoccupa delle argomentazioni che essi potrebbero contrapporre alle alle sue idee. Perciò valorosamente e superbamente li previene e li combatte con quelle stesse armi che ha loro poste in mano,

(1) *Racconto istorico di* V. Viviani, in G. G., *Opere*, XIX, p. 602.

Digitized by Google

gettando a terra ogni loro difesa. Talvolta, anzi, supponendo per un istante legittime e vere le ragioni già abbattute, si serve di esse per confermare maggiormente la sua tesi.

Tutto il contenuto della lettera è perfettamente conforme alla vita e al metodo galileiano; anzi, quando l'autore fa passare nel nostro orecchio una dolce eco di canti e di suoni, siamo indotti a pensare alle elette doti di musicista che ornarono il Galilei e alle grandi tradizioni musicali della sua famiglia (1).

Ma il valore e la profondità della lettera risaltano maggiormente, se si pone la breve trattazione in rapporto con altre analoghe che la precedettero. Da circa un secolo si faceva una oziosa questione di preminenza per sapere quale delle due arti, la pittura o la scultura, fosse superiore; varî scrittori avevano parteggiato per l'una o per l'altra ed ognuno di essi aveva aggiunto nuovi argomenti in difesa della sua tesi, senza però riuscire ad abbattere le ragioni degli avversarî.

Avevano scritto in lode della scultura Baldassar Castiglione (2), Benvenuto Cellini (3), Anton Francesco Doni (4); in lode della pittura Leon Battista Alberti (5), Leonardo da Vinci (6), Benedetto Varchi (7), il quale, anzi, propose il tema a molti artisti del tempo (8). È grandissimo merito dell'autore della nostra lettera aver saputo, con penna temprata alla lotta, abbattere, senza speranza di rivincita, le difese di quelli che anteponevano la scultura alla pittura. Egli, però, con grande pre-

---

(1) Per Vincenzo Galilei musicista basti rinviare, per tutti, a Romain Rolland e ad Oscar Chilesotti, *Hist. de la musique*, nella " Encyclopédie de la musique, etc. „, P. I, Paris (1914).

(2) *Il Cortegiano*, annotato e illustrato da V. Cian, 2ª ed., Firenze, Sansoni, 1910, lib. I, cap. 49 sgg.

(3) *I trattati dell'oreficeria e della scultura*, Firenze, Lemonnier, 1857, pp. 215-219 e 229-233.

(4) *Disegno del* Doni, *partito in più ragionamenti*, Vinetia, Gabriel Giolito di Ferrarii, 1549.

(5) *Della pittura e della statua.*

(6) *Trattato della pittura.*

(7) In *Opere* di Benedetto Varchi, Trieste, 1859, II. *Sopra la pittura e la scrittura lezioni due*, disputa II, p. 638.

(8) Le loro lettere furono pubblicate nel 1549 a Firenze dall'editore Torrentino alla fine del volume *Due lezioni di m.* B. Varchi.

Digitized by Google

cisione di vedute, pur dando la precedenza alla pittura, onora altamente la scultura e dice che pittura e scultura sono (1) " due veramente ammirabili arti quando sono con eccellenza " praticate „. Forse lo scrittore ebbe egual concetto di ambedue, ma in questa lettera si dilettò di scrivere con grazia e profondità in onore dell'arte preferita, non risparmiando alcuna delle ragioni degli avversari, ragioni che gli erano state partecipate quel giorno stesso dal signor Andrea per ordine di Ludovico Cardi da Cigoli e che erano molto conosciute dagli artisti del tempo.

Nelle prime linee della lettera, con raro acume, è posto sulle giuste basi il confronto tra pittura e scultura ed il rilievo è considerato come effetto pittorico in ambedue perchè tanto nell'una quanto nell'altra è prodotto da lumi e da ombre. Non si può non ammirare la finezza degli argomenti con cui l'autore dimostra la sua tesi e l'originalità eccezionale dell'esperienza trovata: egli ci invita ad immaginare una statua esposta ad un lume e colorata di scuro nelle parti chiare e ci fa osservare come essa perderebbe in tal caso ogni apparenza di rilievo.

Il Doni si era forse avvicinato a questa idea quando scriveva che " la scultura e la pittura s'appoggia e dipende da " materie sole con cavi e rilievi, i quali pigliano la luce e ge- " nerano ombre e lumi „.

Anche Leonardo da Vinci nel suo trattato (2) aveva cercato di mostrare che il rilievo è dato dal chiaroscuro e nella pittura e nella scultura. Egli infatti nota che " le cose dello scultore " nulla valgono se non hanno il lume accomodato simile a " quello dove esse furono lavorate „, e che " se la scultura " avrà il lume di sotto parrà cosa mostruosa e strana „. A ragione egli afferma che " l'artificio di una scultura è condotto " da due operatori, cioè dalla natura e dall'uomo; ma molto è " maggiore quello della natura, conciossiachè s'ella non soccor- " resse tale opera, con ombre più o meno oscure e con li lumi " più o meno chiari, tale operazione sarebbe tutta di un colore

(1) G. G., *Opere*, XI, p. 342, l. 97.

(2) Ed. Lanciano, Carabba, 1913, pp. 37, 45, 42, 54. Cfr. anche p. 38.

Digitized by Google

" chiaro e scuro, a similitudine di una superficie piana „. Infine della pittura dice che essa " è tenuta arte eccellente, perchè " essa può far rilevare quel ch'è nulla in rilievo „ (1).

L'autore della lettera svolge ampiamente e felicemente ciò che il grande artista aveva intuito e trova un'esperienza decisiva, forse quella stessa che Leonardo da Vinci invano aveva cercata. Egli sfronda la questione delle inutili argomentazioni, cerca il nodo principale ove convergono tutte le discussioni e lo scioglie, abbattendo quello che era il massimo argomento degli avversarî che sostenevano essere la scultura superiore alla pittura per il rilievo naturalmente posseduto.

Caduta così l'arma più potente dei partigiani della scultura, lo scrittore si volge contro la loro ultima difesa, che il Varchi (2) aveva loro concessa e non aveva saputo superare. " Resta " dunque „, così egli scrive, " che la scultura superi la pittura " in quella parte di rilievo che è sottoposta al tatto „ (3). Ma ciò non è. Con infinita grazia l'autore della lettera fa appello alla nostra osservazione e alle nostre sensazioni; ci pone tra le mani una statua e poi chiede: " Credete voi di toccare un uomo " vivo? „. All'ironica affermazione del Cellini (4) che aveva detto che " quegli uomini che hanno altre volte scritto in lode " della pittura, tal volta si sono dimenticati di essere loro stessi " di scultura; e come uomini dipinti, e non di rilievo hanno " parlato „, sembra rispondere la frase (5) della nostra lettera la quale sostiene che " la natura fa gli uomini ... non meno " dipinti che scolpiti, perchè ella gli scolpe e gli colora „.

Lo scrittore (6) abbatte infine " l'argomento dell'eternità „

---

(1) Credo non inutile ricordare il magistrale commento a queste parole di Lionello Venturi, *La critica e l'arte di L. da Vinci*, Bologna, Zanichelli, 1919. Egli dice: " ... il passo chiarisce l'opinione ... sull'importanza centrale " del rilievo in arte, in quanto dimostra che per rilievo non s'intende il " rilievo materiale, il rilievo bloccato; l'artista s'avvicina al rilievo pitto- " rico, per i suggerimenti lineari dello scorcio o per le apparizioni im- " provvise del movimento „.

(2) *Opere di* B. Varchi, ed. cit., vol. II, p. 641.

(3) G. G., *Opere*, XI, p. 341, l. 28.

(4) *I trattati dell'oreficeria e della scultura*, Firenze, 1857, p. 219.

(5) G. G., *Opere*, XI, p. 341, l. 58.

(6) G. G., *Opere*, XI, p. 342, l. 80.

Digitized by Google

della scultura che invano Leonardo e il Varchi avevano cercato di scalzare e fa osservare che " non è la scultura che " faccia eterni i marmi, ma i marmi fanno eterne le sculture „, ed aggiunge che " questo privilegio non è più suo che d'un " ruvido sasso „.

Queste sono le parti più belle e più originali della nostra lettera. Si direbbe che l'autore desideri solo di distruggere le ragioni degli avversari con una potenza dialettica eccezionale, poichè egli s'indugia assai poco nel fare le lodi della pittura e non molto di nuovo aggiunge a ciò che era stato detto prima di lui. Egli tiene perciò un metodo assai diverso da quello dei suoi predecessori e, come chi ama le questioni nette, rifugge dalle discussioni oziose ed interminabili, nelle quali ciascuno dei contendenti aggiunge nuovi argomenti per la dimostrazione delle sue affermazioni, senza poter dimostrare la falsità delle teorie contrarie.

Infatti, la difesa e le lodi della pittura non si scostano molto dalle trattazioni precedenti; nella lettera la pittura è proclamata superiore alla scultura perchè:

1° " non avendo ella rilevo alcuno, ci mostra rilevare " quanto la scultura... anzi mille volte più „ (1). Così pure avevano detto Leonardo da Vinci (2) e il Castiglione (3);

2° " non le sarà impossibile rappresentare nel medesimo " piano, non solo il rilevo d'una figura che importa un braccio " o due, ma ci rappresenterà la lontananza di un paese e una " distesa di mare di molte e molte miglia „ (4) (Leonardo (5), Baldassar Castiglione (6) e Benedetto Varchi (7) si erano espressi poco diversamente);

3° " gli scultori copiano sempre, i pittori no „ (8);

---

(1) G. G., *Opere*, XI, p. 340, l. 14.
(2) *Trattato*, ed. cit., pp. 54 e 39.
(3) *Cortegiano*, ed. cit., I, cap. 51, p. 126.
(4) G. G., *Opere*, XI, p. 340, l. 17.
(5) *Trattato*, ed. cit., pp. 38 e 41.
(6) *Cortegiano*, ed. cit., I, cap. 51, pp. 126-127.
(7) *Opere*, ed. cit., II, p. 639.
(8) G. G., *Opere*, XI, p. 342, l. 87.

Digitized by Google

4° " e quelli imitano le cose com'elle sono e questi " com'elle appariscono „ (1) (Varchi (2));

5° " alla scultura il chiaro e lo scuro dà da per sè la " natura ed alla pittura lo dà l'arte „ (3) (Leonardo (4)).

6° " la pittura ... ha ... i colori naturalissimi dei quali la " scultura manca „ (5).

Riassumendo: l'autore della lettera rivela un'altezza e un vigore di mente non comuni; egli riunisce con sintesi garbata ed originale quanto di più importante era stato detto fino allora, abbatte ciò che era stato affermato erroneamente, esponendo le sue opinioni con una potenza di convinzione veramente ammirevole. Tutta la breve trattazione è fatta con metodo galileiano, tutte le espressioni rivelano un tratto dell'alta mente di Galileo Galilei.

Resta a vedere se la lettera abbia rapporti stilistici cogli scritti del grande pisano. Due passi che parlano della scultura possono essere messi in rapporto colla lettera a Ludovico da Cigoli. Il primo, poco differendo da una frase della lettera, accenna alla sensazione provata da chi tocca una statua. Nessuno potrà negare le somiglianze che intercedono tra le due espressioni: " Ora (6) chi crederà che uno toccando una statua " si creda che quella sia un uomo vivo? „ e " Io (7) vo muo- " vendo una mano, ora sopra una statua, ora sopra un uomo " vivo „.

Uno stesso concetto noi troviamo espresso e nella lettera e in un altro punto dell'opera galileiana; in questa il Galilei afferma che la scultura coglie " una sola attitudine e dispo- " sizion di membra esteriore e superficiale d'un uomo immo- " bile „ (8), in quella rileviamo la frase: " gli scultori ... imi-

---

(1) G. G., *Opere*, XI, p. 342. l. 87.
(2) *Opere*, ed. cit., II, p. 643.
(3) G. G., *Opere*, XI, p. 341, l. 55.
(4) *Trattato*, ed. cit., p. 38.
(5) G. G., *Opere*, XI, p. 340, l. 27.
(6) G. G., *Opere*, XI, p. 341, l. 33.
(7) G. G., *Opere*, VI, p. 348.
(8) G. G., *Opere*, VII, p. 128, l. 7.

Digitized by Google

" tano le cose com'elle sono, ...; ma poichè le cose sono in un " modo solo ... e' vien ... „, ecc. (1).

Ma la prova forse più sicura ed innegabile a dimostrare l'autenticità della lettera è la perfetta corrispondenza stilistica colle altre opere del Galilei, corrispondenza che si contrappone decisamente all'affermazione degli illustri studiosi del Galilei i quali dicono che lo stile della lettera al Cigoli " non ha sapore " galileiano „.

Una o più somiglianze esteriori non avrebbero valore, se si presentassero sporadiche ed isolate, ma quando un autore, come il Galilei, ha tutta una serie di circonlocuzioni e di espressioni preferite che costantemente ricorrono nelle sue pagine, la loro frequenza in uno scritto di incerta attribuzione, è sicuro indizio di autenticità, quando sia, come nel caso presente, effetto non di artificiosa imitazione, ma di spontaneo atteggiamento del pensiero.

Se io, infatti, scompongo la lettera a Ludovico Cigoli e ne analizzo le varie frasi, le trovo tutte appropriate allo stile del Galilei e simili ad altre che trovansi ripetute molte e molte volte nelle sue opere autentiche. Mi limiterò a qualche confronto con le lettere al Welser che sono della stessa epoca (1612-13) e col *Saggiatore*, la poderosa, la mirabile difesa di quelle dottrine che erano contestate al grande scienziato.

Non mi fermo sulle espressioni " è falso che „, " anzi „, " anzi più „, " anzi di più „, " ora „ che sono ripetute più volte quasi in ogni pagina del Galilei e tralascio di rilevare l'uso di " quanto „ per " in quanto che „ (2).

Vorrei invece fare notare nella lettera al Cigoli il gerundio " intendendo „ col quale spesso il Galilei (3) cerca di porre chia-

---

(1) G. G., *Opere*, XI, p. 242, l. 87.

(2) Nella lettera: " Ora le sculture tanto avranno rilevo, quanto saranno in una parte colorate di chiaro, ecc. „. G. G., *Opere*, VI, p. 221, l. 31, " e veramente non vi mancano punture contro di me, e tanto più gravi " di quelle degli scorpioni, quanto questi, come amici dell'uomo non feri- " scono ... ecc. „ (v. VI, p. 281, l. 30; VI, p. 249, l. 28; V, p. 223, l. 25).

(3) V. G. G., *Opere*, IV, p. 220, l. 19: " Che il parer di quelli ... sia falso " e dannando, intendendo però per abitatori gli animali nostrali e sopra- " tutto gli uomini, ecc. „. Il verbo intendere si trova un'altra volta ripetuto a l. 8 della nostra lettera.

Digitized by Google

ramente i dati per evitare ogni possibile malinteso ed ogni vana discussione: " ma semplici quelli che pensano che la scultura " abbia ad ingannare il tatto più che la pittura, intendendo per " ingannare, ecc. „ (1).

Frequenti sono nel Galilei le interrogazioni seguite da brevissima e recisa risposta negativa. Nel *Saggiatore* (2) troviamo infatti " Dirà egli forse ciò derivare perch'elle siano di materie " diverse? Certo no „. Ed altrove " Voglio creder di no „ (3), " Bisogna dir di no „ (4), " Nulla assolutamente (5) „, precisamente come nella lettera che dice: " Ora chi crederà che uno " toccando una statua si creda sia quella un uomo vivo? Certo " nessuno „.

Spesso, per dare forza e valore all'argomentazione, suole il Galilei fare una breve interrogazione cominciando con le parole " ma che dico io „ (6), proprio come nella lettera dove a l. 16 si legge: " Ma che dico io quanto la scultura? „.

Molto frequentemente nel Galilei sono usati gli aggettivi " debole „ (7) nel significato di " poco autorevole „ e " sem- " plice „ (8) in quello di " poco accorto „. Lo stesso notiamo nella lettera al Cigoli: " certo che e' par ch'e' parlino da per- " sone debili „ (9); e più avanti, a l. 29: " Ma semplici quelli " che pensano che la scultura abbia a ingannare il tatto più " che la pittura „.

L'ultimo argomento dell'avversario, da distruggere, o l'ultimo punto della questione da trattare, sono dal Galilei introdotti talvolta con un " resta che „ (10), non diversamente dallo scritto

---

(1) *Op. cit.*, XI, p. 341, l. 31.

(2) *Op. cit.*, VI, p. 269, l. 4.

(3) *Op. cit.*, VI, p. 269, l. 17.

(4) *Op. cit.*, VI, p. 263, l. 2.

(5) *Op. cit.*, VI, p. 266, l. 22.

(6) *Op. cit.*, V, p. 234, l. 17. " Ma che dico io di racchiuderle dentro all'orbe di Mercurio? „.

(7) *Op. cit.*, VI, p. 236, l. 25. " fantasia di filosofi deboli e di niun seguito „.

(8) *Op. cit.*, VI, p. 250, l. 4. " non credo che potesse cadere in mente, se non a persone costituite nel sommo e altissimo grado di semplicità „.

(9) *Op. cit.*, XI, p. 340, l. 21.

(10) *Op. cit.*, VI, p. 349, l. 29. " Resta poi l'elemento dell'aria per li suoni „. V. anche VI, p. 347, l. 22; V, p. 233, l. 2; V, p. 105, l. 18.

Digitized by Google

in questione, il quale così si esprime: " Resta dunque che la " scultura superi la pittura in quella parte di rilievo che è sot- " toposta al tatto „.

Alle belle contrapposizioni galileiane (1) si riallaccia quella che riscontriamo alla l. 36: " non si accorgono che non sola- " mente è sottoposto a tal sentimento il rilevato e il depresso, " ma ancora il molle e il duro, il caldo e il freddo, il delicato " e l'aspro, il grave e il leggiero „.

È galileiano il " per „ seguìto dall'infinito che due volte ritroviamo nella breve trattazione (2), ed è galileiana (3) la frase " niuno o poco „ che in essa leggiamo (4).

Chiudo questo breve esame con un ultimo riscontro.

Moltissimi periodi nei quali il Galilei arditamente affronta le opinioni degli avversarî, cominciano con un'espressione che sembra dare ad essi il suggello della lotta: " a quello poi che " dicono ... rispondo „ (5); una simile frase non manca nella lettera in questione (6).

Non credo inutile far osservare che questi confronti scelti, per ragione di brevità, in mezzo ad abbondantissima messe, toccano, da un lato, tutti i punti della lettera e dall'altro una piccolissima parte delle opere del Galilei. Per essi cade il terzo argomento contro l'autenticità della lettera.

Credo di aver così dimostrata sufficientemente l'identità di pensiero e di espressione che intercede tra gli scritti di Galileo e la lettera, che, pur rappresentando una parentesi nella corrispondenza Galilei-Cigoli, non è affatto isolata dal resto dell'epistolario galileiano, ed ha in comune con esso la mancanza di ogni preoccupazione e di ogni artificio, la cristallina chiarezza

---

(1) *Op. cit.*, VI, p. 264, l. 4. " dalla quale indeterminazione nasce che le medesime cose si potranno chiamare vicinissime e lontanissime, grandissime e piccolissime, e le più vicine lontane e le più lontane vicine, e le più grandi piccole e le più piccole grandi ... „. Vedi pure VI, p. 349, l. 4.

(2) *Op. cit.*, XI, p. 342, l. 73, e p. 341, l. 40. Vedi V, p. 106, l. 1.

(3) V, p. 106, l. 1. " gli accidenti ... o niuna o poca o molto general cognizione ci possono somministrare „.

(4) " Di niuna certo o di poca „.

(5) VI, p. 337, l. 4; VI, p. 320, l. 5, p. 346, l. 4, p. 335, l. 29.

(6) XI, p. 341, l. 58.

Digitized by Google

dell'esposizione, data dalla perfetta e naturale aderenza delle idee alla forma.

La sicura linea metodica, l'acutezza dei giudizi, le esperienze mirabilmente trovate, la genialità delle conclusioni, la semplicità e l'efficacia dello stile chiaramente confermano l'attribuzione al Galilei della lettera a Ludovico da Cigoli, che, messa accanto ad altre precedenti trattazioni e confrontata colle opinioni di Leonardo da Vinci, si mostra di un'importanza storica e critica innegabile e lascia rifulgere in tutto il ragionamento e in tutte le sfumature dei concetti lo spirito altissimo di Galileo.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 25 Giugno 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Segre, Guidi, Mattirolo, Somigliana, Sacco, Herlitzka, Pochettino, Zambonini e Parona, che funziona da Segretario;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: De Sanctis, Ruffini, Stampini, Brondi, Einaudi, Patetta, Prato, Pacchioni, Valmaggi e Faggi.

È scusata l'assenza dei Soci Vidari, Luzio e Cian.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio Parona, riferendosi al verbale e alla designazione del suo nome per la nomina a Vice Presidente e ricordando che, per impegni d'ufficio, non gli fu possibile di assistere al risultato della votazione, dice di voler ora compiere il dovere di ringraziare vivamente i colleghi della designazione così onorifica e premio troppo alto per i suoi modesti meriti di studioso e di accademico.

Il Presidente si dice per parte sua lieto di poter rinnovare a viva voce ai colleghi l'espressione della sua gratitudine per l'interessamento dimostratogli durante la sua malattia e la benevolenza usatagli durante gli anni della sua presidenza.

Invita poi l'Accademico Tesoriere Prato a leggere il Rendiconto finaziario consuntivo dell'anno 1921, che è all'unanimità approvato. Sono parimenti approvati alla unanimità il Conto della gestione finanziaria dei fondi destinati ai premi per l'anno 1921, ed il Bilancio preventivo per il 1922.

Pure ad invito del Presidente, il Socio Guidi svolge la sua proposta circa la presentazione di lavori per gli *Atti* durante le

Digitized by Google

ferie accademiche, spiegando che lo scopo non sarebbe soltanto quello di autorizzare la presentazione di Note perchè se ne prenda data, ma anche di permetterne la stampa, subordinatamente alle esigenze ed alle norme d'ordine finanziario; salvo il rinvio delle Note di estranei alla ripresa delle tornate accademiche.

Il Socio STAMPINI, riferendosi agli articoli 20 e 26 dello Statuto, spiega come l'accettazione delle Note per la stampa all'infuori delle adunanze, che sono in numero fisso per ciascuna Classe, e nelle quali le Note si devono leggere, contravverebbe allo spirito ed alla lettera dello Statuto. — Il Socio Tesoriere PRATO rileva gli inconvenienti d'ordine amministrativo e finanziario, che ne potrebbero conseguire, specialmente in rapporto alla compilazione del bilancio preventivo. — Il Socio RUFFINI consente nelle obiezioni fondamentali del collega STAMPINI, e, in merito al " prendere data „, poichè l'Accademia è ente pubblico, fa osservare che essa verrebbe ad assumersi una responsabilità giuridica grave da accettarsi eventualmente con cautela. — Il Socio BRONDI osserva che non si possono adottare norme che non siano esplicitamente già indicate nello Statuto, e, rilevando ad ogni modo che sono le Classi gli organi competenti a giudicare del contenuto delle Note, fa notare che anche la proposta della presentazione al solo scopo di " prendere data „ implica la preventiva modificazione dello Statuto. — Interloquiscono i Soci GUIDI, EINAUDI, SOMIGLIANA, PATETTA e PACCHIONI in vario senso.

Discussa per tal modo la proposta e riconosciuta la complessità della questione, il Socio GUIDI, il Socio DE SANCTIS ed i propinanti si accordano sull'opportunità di rinviare la decisione e di incaricare la Presidenza a studiare la proposta GUIDI ed a riferire in merito. Il Presidente prende atto della deliberazione.

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Giugno 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, GUIDI, MATTIROLO, SOMIGLIANA, SACCO, HERLITZKA, POCHETTINO, ZAMBONINI e PARONA Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente compie il mesto ufficio di annunziare la morte del Socio corrispondente Prof. Giovanni CAPELLINI. Il Socio PARONA chiede di commemorarlo brevemente, e così si esprime:

" Giovanni CAPELLINI, Socio della nostra Accademia dal 1882, " era il decano dei geologi italiani e con Lui scompare l'anziano " dei professori universitari ancora in servizio.

" Nato il 23 agosto del 1833, alla Spezia, è morto a Bo- " logna il 28 maggio u. s., pochi giorni prima del suo 89° com- " pleanno. Di famiglia povera, abatino, costruttore di apparecchi " di fisica, legatore di libri e precettore nella giovinezza, col " duttile ingegno, messo alla prova da tenace volontà ed ani- " mato da vivace spirito, pronto alle iniziative, seppe conqui- " stare in breve eminente posizione e fama, rendendosi degno " della nomina a Senatore del Regno.

Digitized by Google

" Dal 1861 era professore di geologia nell'Università di " Bologna, ed il suo nome resta collegato, a titolo d'onore, a " parecchi notevoli avvenimenti svoltisi nell'*alma mater studiorum*, nello svolgimento dei quali Egli dimostrò rare attitudini di organizzatore. Nel 1881 vi preparò sapientemente, " come presidente, il memorabile 2° Congresso Internazionale " di Geologia, e nella stessa occasione, col Sella e col Meneghini, " propugnò l'Istituzione della Società Geologica Italiana, che " l'ebbe poi tre volte suo presidente. Nel 1888 organizzò mirabilmente, come Rettore, la celebrazione dell'ottavo centenario " del glorioso Studio di Bologna. Nel 1907, con pari successo, " presiedette il convegno in commemorazione del terzo centenario Aldrovandiano. Come direttore del suo Istituto fondò ed " arricchì uno dei maggiori nostri Musei di Geologia e Paleontologia, che degnamente porta ora il suo nome.

" Egli potè dirsi amico di Imperatori, di Re e di Principi, " e con numerosi viaggi in Europa e in America, a scopo di " studio, strinse relazioni ed amicizie coi geologi e paleontologi " stranieri più celebri dei suoi tempi, dal Lyell ai viventi. I " *Ricordi* della sua vita, pubblicati nel 1914, sono per molti " riguardi assai istruttivi, dimostrando com'Egli sia riuscito a " mettere a profitto privilegiate qualità ed attitudini di spirito " e di mente non soltanto ad utile suo personale ed alla conquista di ambiti onori, ma anche a vantaggio della scienza " italiana ed a prestigio del paese: e lo dimostrò in ogni occasione, segnatamente per l'abilità e la dignità colle quali rappresentò l'Italia e la geologia italiana nei congressi internazionali di Preistoria e di Geologia.

" Fu paleontologo insigne più che geologo; ma coi suoi lavori " di paleontologia rese apprezzati servizi alla geologia dell'Appennino. Numerosissime furono le sue pubblicazioni, a partire, se " non erro, dalla nota sul Colle Val d'Elsa del 1858, e sono recentissime le ultime. Fra le più importanti si ricordano le ri-

Digitized by Google

« cerche sulla Spezia e dintorni, specialmente per ciò che ri-
« guarda l'illustrazione della fauna dell'Infralias, quelle sulla
« formazione gessoso-solfifera della Toscana e delle Marche, e
« quelle sulle argille scagliose emiliane, attribuite al Cretacico.
« Ma la sua fama è essenzialmente dovuta alla interpretazione
« ed illustrazione di avanzi di vertebrati fossili, notevoli in par-
« ticolare i lavori sui talassoterî. Descrisse balene e balenottere
« neogeniche emiliane, toscane e dell'Italia meridionale, il Fel-
« sinoterio (sirenoide) e citoterî del bolognese, un'orca fossile
« di Toscana, un sirenio e un delfinorinco di Sardegna; lo squa-
« lodonte miocenico del bolognese, il coccodrilliano garialoide
« di Cagliari, il grande chelonio cretacico veronese, ecc., ecc. Nè
« dimenticheremo i lavori sul delfino di Mombercelli e sui masto-
« donti dell'astigiano, coi quali studî Egli contribuì pure alla
« paleontologia piemontese. Si interessò anche di paleofitologia,
« occupandosi, molti anni or sono, con O. Heer, delle filliti cre-
« taciche del Nebraska, e più recentemente dedicando appassio-
« nate ricerche ai tronchi di cicadee fossili emiliane.

« Il nome del Capellini ricorre frequentemente nella storia
« di un lungo e brillante periodo della geologia italiana, quando
« essa era affidata a scienziati insigni: a P. Savi, a Meneghini,
« che furono suoi maestri nella Scuola di Pisa, a Cocchi, Cu-
« rioni, De Zigno, Gastaldi, Carlo e G. G. Gemmellaro, Lamar-
« mora, Omboni, Orsini, Pareto, Pasini, Pirona, Ponzi, Scacchi,
« Scarabelli, G. Seguenza, Sella, A. Sismonda, Spada, Stoppani,
« per ricordare i più noti, scomparsi da lunghi anni; quei bene-
« meriti che, coll'opera loro, posero i primi fondamenti della
« grande impresa della Carta Geologica d'Italia, che va com-
« piendosi dall'Ufficio Geologico, come funzione di Stato, sotto
« la direzione e vigilanza del R. Comitato Geologico, del quale
« il Capellini fu presidente durante un lungo periodo.

« Il suo nome resta nei nostri volumi non solo fra i Soci,
« ma anche fra gli autori: infatti, la sua *Memoria sulle ligniti*

Digitized by Google

" *di Val di Magra*, presentata da Q. Sella e da E. Sismonda, fu " accettata nel 1860. Alla memoria dell'instancabile studioso e " lavoratore, che fece onore alla sua divisa " *Velle est posse* „, " venerando per la tarda età felicemente raggiunta, e che colla " sua morte rinnovò il lutto recente per la scomparsa dell'illustre " collega T. TARAMELLI, l'Accademia di Torino manda un reve- " rente saluto, coll'espressione delle vive condoglianze ai figli " di Lui ed all'Università di Bologna, della quale fu decoro „.

Il Socio SACCO offre in omaggio la sua Nota *La crue actuelle des glaciers dans la Vallée d'Aoste*, ed il Segretario presenta il *Contributo allo studio della genesi delle rocce eruttive, dei giacimenti dei minerali alcalini, ecc.*, inviato in omaggio dall'ing. P. Toso.

Sono presentate, e sono accettate per la stampa negli *Atti*, le Note seguenti:

Maria LOMBARDINI, *Considerazioni geometriche per l'analisi periodale*, presentata dal Socio SEGRE anche a nome del Socio ZAMBONINI.

Corrado SEGRE, *Le superficie degli iperspazi con una doppia infinità di curve spaziali*. Nota seconda.

Federico SACCO, *Sul gigantismo di alcune forme eoceniche dell'Istria*. Nota seconda.

Giovanni NEGRI, *Contributo alla Briologia della Cirenaica*, presentata dal Socio PARONA.

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata, procedette alla nomina di Soci corrispondenti nella sezione di Botanica, e riuscirono eletti i signori: Roberto CHODAT, Biagio LONGO, Giuseppe GOLA, Eugenio Warming, Giovanni MASSART e Desiderato BOIS.

A sostituire il Prof. PARONA, assunto alla Vice Presidenza dell'Accademia, nella carica di Segretario della Classe venne eletto, salva l'approvazione Sovrana, il Prof. Oreste MATTIROLO.

Digitized by Google

LETTURE

Le superficie degl'iperspazi con una doppia infinità di curve spaziali

Nota 2ª del Socio nazionale residente CORRADO SEGRE

1. — Al n° 9 della *Nota 1ª* su questo argomento (1), volendo escludere che su una superficie di S_5 appartenente alle *specie isolate* le ∞^2 curve spaziali C possano essere *del 5° ordine e genere 2* (e quindi con 2 punti di mutua intersezione, necessariamente variabili), *e tali inoltre che per 2 punti generici ne passino due*; ho fatto, nella 1ª parte della pag. 152, un breve ragionamento, che è errato (2).

Lo scopo di questa 2ª Nota è di dimostrare in modo rigoroso l'impossibilità di quel caso, sì da rendere sicura in ogni parte la conclusione a cui nella *Nota 1ª* (pag. 157) ero giunto.

La dimostrazione apparirà un po' lunga, e probabilmente sostituibile con altra più breve. Ciò nondimeno la pubblico tal quale, desiderando di non ritardare più oltre a colmare la detta lacuna. —

Supporrò che esista una superficie F, colle proprietà anzi dette; e proverò che l'ipotesi è assurda.

È subito visto che F sarà una delle così dette *superficie di Jacobi*, i cui punti si posson porre in corrispondenza biunivoca colle coppie di punti di una curva irriducibile di genere 2 (3).

(1) In questi *Atti*, vol. 56, 1921, pag. 143-157.

(2) Non avevo pensato, nello scrivere quelle righe, alle *superficie di Jacobi*, che contraddicono appunto a quanto ivi affermavo! Ciò mi fece notare il sig. A. Terracini.

(3) Cfr. il n° 22 (pag. 308) del *Mémoire sur les surfaces hyperelliptiques* di F. Enriques e F. Severi, "Acta mathematica", t. 32 (1909), pag. 283-392.

Digitized by Google

Si osservi da prima che il sistema ∞^1 delle C che passano per un punto P fissato in modo generico su F, — sistema che d'or innanzi indicherò con $\{P\}$, — quando lo si seghi con una generica di quelle stesse curve, risulta riferito biunivocamente ai punti di essa; ed è quindi del genere 2. Sono di conseguenza riferite biunivocamente due C generiche di $\{P\}$: che sono poi due C generiche della ∞^2. Sicchè le ∞^2 curve C e gli ∞^2 sistemi $\{P\}$ sono, generalmente, di genere 2 e cogli stessi moduli.

Se ora fissiamo un tal sistema $\{P\}$, e riguardiamo ogni punto M di F come rappresentato dalla coppia delle C di $\{P\}$ che si tagliano in esso, risulta l'insieme dei punti M riferito biunivocamente alle coppie di elementi dell'ente $\infty^1 \{P\}$ di genere 2: come s'era asserito.

2. — *La superficie* F *non contiene alcuna curva razionale* (e quindi, in particolare, nessuna *curva eccezionale*).

Sia, in fatti, D una curva razionale di F (irriducibile, dunque). Le ∞^2 C generiche la incontreranno in un numero fisso m di punti, tutti variabili. Distinguiamo due casi, secondo che $m > 0$, oppure $m = 0$.

1° CASO. — Sia $m > 0$. Il sistema $\{P\}$ delle C passanti per un punto generico P segna su D un sistema ∞^1 di gruppi di m punti, tale che per un punto generico di D passan 2 tali gruppi; od anche uno solo, se $m = 1$, o se D è contenuta in una di quelle C. In ogni modo, essendo D razionale, segue da due proposizioni note che quel sistema di gruppi di punti è razionale. D'altra parte, se fosse $m > 1$, il sistema sarebbe in corrispondenza biunivoca con $\{P\}$: mentre questo è di genere 2. Sarà dunque $m = 1$ (4).

Ne deriva che una C per 2 punti di D dovrà aver comuni con questa curva infiniti punti: ossia conterrà D come parte. Non può quella C ridursi alla sola D: altrimenti, siccome due C s'incontrano in generale in 2 punti, dovrebbe l'unico punto comune a D e ad una C generica essere punto di contatto fra

(4) Cfr. il n° 16 (pag. 119) della Nota di M. DE FRANCHIS, *Sulle varietà* ∞^2 *delle coppie di punti di due curve o di una curva algebrica*, « Rendic' Circ. matem° di Palermo », t. 17 (1903), pag. 104-121.

Digitized by Google

queste; avremmo quindi $m = 2$, e non $m = 1$. Vi è dunque una C spezzata in D e una curva ulteriore Δ. Ogni C generica, incontrando questa $D + \Delta$ in 2 punti, e D in un punto, incontrerà pure Δ in un punto. Le C passanti per un punto fissato su Δ (che sono quindi delle C generiche) saran riferite biunivocamente alle loro tracce su D; e quindi formeranno un sistema razionale. Segandolo con una di quelle stesse C, si dedurrebbe che anche questa è razionale: mentre si tratta, come ho detto, di una C generica.

Così resta escluso il caso $m > 0$ (per qualsiasi superficie di Jacobi).

3. — 2° CASO. — Se $m = 0$, le ∞^1 C che passano per un punto di D dovranno contenere questa curva, come parte. I resti saranno ∞^1 linee Δ. Per un punto generico P passerà una (almeno) di queste. Le C di $\{P\}$, dovendo incontrare la $D + \Delta$ in 2 punti, e non incontrando D, segheranno Δ in 2 punti, uno dei quali è P; l'altro, variabile al variar della C, risulta in corrispondenza biunivoca colle C di $\{P\}$. Dunque la Δ è di genere 2. — Se però la Δ passante per P fosse ulteriormente riducibile, il ragionamento fatto si applichi a quella parte irriducibile di Δ che è descritta dal detto punto d'intersezione variabile di Δ colle curve di $\{P\}$. Risulta ancora che quella parte di Δ sarà di genere 2.

Ora qui occorre invocare il fatto che sulla nostra F dell'S_5 le C sono del 5° ordine. La D dev'essere parte di ∞^1 tali curve, in modo che nei resti stia sempre una curva irriducibile di genere 2, incontrata in 1 punto, od in 2, da ogni C. Tale curva potrà solo essere una quartica piana variabile. La D sarà una retta, e le Δ saranno quartiche piane incontrate in 2 punti dalle C.

Gli ∞^1 piani delle Δ saranno dunque incidenti in rette agli ∞^2 S_3 delle C. Ora questi S_3 non passan tutti per uno stesso punto (5). Se ne prendiamo 4 generici, e quindi tali che a 3 a 3

(5) In generale l'avere gli ∞^2 S_3 delle C un punto O in comune trae che le *quadriche focali* di quegli spazi (*Nota 1ª*, n° 3) sono coni col vertice in O, e che quindi la proiezione di F da O in un S_4 è una superficie con

Digitized by Google

non abbiano un punto comune, gli ∞^1 piani che sono ad essi incidenti in rette risultano intersezioni d'iperpiani omologhi di 4 fasci projettivi: sicchè quei piani formano una V_3^3. F sta in una tale V_3: non è dunque delle *specie isolate*, come abbiamo supposto.

È così stabilita la proposizione enunciata al principio del n° 2. —

Qui è bene aggiungere che quella proposizione si può estendere, escludendo anche l'esistenza su F di una retta *multipla*. Invero, se su F stesse una tal retta D, le C non potrebbero incontrarla in più di un punto: se no, i loro spazi passerebbero per D, e F non apparterrebbe alle specie isolate (5). Dunque, o D è incontrata dalle C in *un* punto, e si applichi allora la 2ª parte del ragionamento del n° 2; oppure D non è incontrata dalle C generiche, e valgon le considerazioni di questo n° 3.

4. — Converrà ancora osservare che F *è normale in* S_5. Invero, se così non fosse, essa sarebbe projezione di una superficie Φ immersa in S_6, sulla quale le C^5 di F avrebbero come imagini ancora ∞^2 C^5, di genere 2, e quindi appartenenti a spazi ordinari. Poichè queste curve s'incontrano mutuamente in 2 punti, i loro S_3 si taglieranno a due a due secondo rette. Ne deriva facilmente — per qualche lettore la cosa sarà forse più ovvia sotto forma duale in S_6, cioè per piani di S_6 che siano incidenti a due a due — che, non potendo gli S_3 stare tutti in un S_5, gli spazi stessi dovranno passare per un punto fisso, oppure incontrare un S_3 fisso secondo piani. Nel 1° caso passerebbero per un punto anche gli S_3 di S_5, projezioni di quelli: ciò che è escluso dalla (5). Ove invece gli ∞^2 S_3 di S_6 incontrassero un determinato S_3 secondo piani, sicchè le loro mutue intersezioni fossero rette di quello spazio, lo stesso fatto si avrebbe di nuovo, con projezione, per gli S_3 delle ∞^2 C di F. Su ognuno di questi S_3 il *regolo focale* starebbe in un S_3 fisso: e quindi tutta F giacerebbe quivi!

∞^2 coniche: onde F non è delle specie isolate. — In particolare, sulle superficie di specie isolate le C non possono passare tutte per uno stesso punto.

Digitized by Google

5. — Rivolgiamo ora la nostra attenzione alle curve L, residue intersezioni di F cogli S_4 che passan per le C.

Per l'S_3 di una C passa un fascio d'iperpiani, che segna su F un fascio (lineare) di curve L. È questo il sistema lineare *completo* determinato da una L. In fatti, per essere F normale (n° 4), cioè completo il sistema lineare delle sue sezioni iperpiane; la C che, rispetto a questo sistema, è *resto* della L, sarà resto di tutte le L di quel sistema completo: il quale dunque sarà dato appunto dagl'iperpiani passanti per l'S_3 di C. — La stessa considerazione fa vedere che le L *appartengono* agli S_4: se no, il sistema lineare completo determinato da una C sarebbe di dimensione >0, il che non è (com'è noto, e come ritroveremo al n° 7). — Ne segue, in particolare, che le L sono ∞^3.

Segando una C con un iperpiano passante per un'altra C, e quindi anche per una L, dal fatto che le intersezioni han da essere 5, e che 2 si hanno già nei punti comuni alle due C, si deduce che: *una* C *e una* L *si tagliano in 3 punti.*

6. — Si tratti, in particolare, di una C e una L poste in uno stesso S_4: dico che *i loro 3 punti d'intersezione sono allineati.*

In fatti ognuno di quei punti, come punto doppio della sezione fatta dall'S_4 su F, sarà punto di contatto di quell'iperpiano colla superficie (6). Gli ∞^3 iperpiani analoghi, ossia passanti per le ∞^2 C, sono dunque tritangenti a F.

Ora quando in S_5 ∞^3 iperpiani son tangenti a una superficie F, le loro *rette caratteristiche* (7) passano per i rispettivi punti di contatto con F. La cosa è presso che evidente per via geometrica. Analiticamente: si può determinare un iperpiano ξ del sistema con 3 parametri u, v, w, scegliendo pei primi due i parametri che su F servono a determinare il punto x di contatto con ξ. Si ha allora, per ipotesi, con le notazioni solite:

$$(1) \qquad (\xi, x) = 0, \qquad (\xi, x_u) = 0, \qquad (\xi, x_v) = 0.$$

---

(6) Non potrà essere in generale un punto doppio di F, perchè, come vedremo (n° 8), la superficie non ha una linea doppia.

(7) V. i miei *Preliminari di una teoria delle varietà luoghi di spazi*, « Rendic[i] Circ. matem° di Palermo „, t. 30 (1910)$_2$, pag. 87-121: al n° 16.

Digitized by Google

D'altra parte la retta caratteristica di Ξ è l'intersezione di Ξ cogl'iperpiani Ξ_u, Ξ_v, Ξ_w. Si tratta dunque di far vedere che

$$(2) \qquad (\Xi_u, x) = 0, \qquad (\Xi_v, x) = 0, \qquad (\Xi_w, x) = 0.$$

Ciò risulta subito derivando, rispetto a u, o v, o w, la prima delle (1), e tenendo conto delle altre due e del fatto che x non dipende da w.

Nel caso nostro, gli ∞^3 iperpiani essendo tritangenti a F, i 3 punti di contatto di ognuno di essi saranno sulla retta caratteristica.

Così le intersezioni di una C col fascio delle L residue, cioè giacenti negl'iperpiani per C, sono le terne di punti di questa curva situate sulle sue trisecanti (rette del regolo incidente al regolo focale).

7. — Nella Memoria citata in (3) s'incontra, di passaggio, a pag. 317, questo fatto: Su una superficie di Jacobi, priva di linee eccezionali, se un sistema lineare completo è ∞^r, di grado n e genere π, si ha (8):

$$(3) \qquad \pi = r + 2, \qquad n = 2r + 2.$$

Ad esempio, per una curva di genere 2, come son le C, non può essere $r > 0$.

Applichiamo le (3) alle nostre curve L, fondandoci sull'assenza di curve eccezionali dalla particolare superficie di Jacobi F (n° 2), e sull'essere per le L (n° 5) $r = 1$. Ne deduciamo che *le* L *sono in generale di genere 3, e si tagliano mutuamente in 4 punti.* Segando una L coll'iperpiano di un'altra L e di una C,

(8) Come mi fa osservare il prof. Severi, la cosa risulta subito, senza basarsi sulle ricerche analitiche che là son citate. Sulle superficie di Jacobi si sa che è $p_a = -1$, $p_g = 1$; la curva canonica è d'ordine zero. Se mancano le curve eccezionali, ogni sistema lineare sarà perciò aggiunto di se stesso. Il numero $2\pi - 2 - n$ rappresenta il numero delle intersezioni di una curva del dato sistema colla curva canonica, sicchè $n = 2\pi - 2$. D'altra parte, il sistema aggiunto di quello essendo (com'è pur noto) regolare, si avrà $r = n - \pi + p_a + 1 = n - \pi = \pi - 2$. Così le (3) son dimostrate.

Digitized by Google

ne segue che *le* L *sono d'ordine* $4+3=7$ (sicchè F è d'ordine $7+5=12$).

Se consideriamo le L di uno stesso fascio lineare, otteniamo che questo avrà 4 punti base, nell'S_3 della C di cui quelle L sono residue. Sono i punti in cui questo S_3 incontra F, all'infuori dei punti della C. Le L stesse, giacendo in S_4 passanti per quell'S_3, segano questo spazio in 7 punti: cioè nei 4 punti fissi nominati, e nei 3 punti variabili allineati (n° 6) d'incontro colla C.

8. — Non può spezzarsi una C, nè una L. Perchè una C^5 spezzata avrebbe una componente del 1° o del 2° ordine: ciò che è escluso dal teorema del n° 2. Similmente se una L si spezzasse, poichè essa è incontrata dalle C generiche in 3 punti, vi sarebbe una sua parte irriducibile Λ incontrata dalle C generiche in un sol punto, o in nessuno; onde Λ starebbe in una C condotta per 2 suoi punti: vale a dire (essendo la C irriducibile) coincidebbe con questa C. La rimanente parte di L^7 sarebbe di nuovo del 2° ordine!

Ora siamo pure in grado di dimostrare che F non può avere una linea doppia. Invero le tracce di una tal linea D sull'iperpiano di una generica sezione del tipo $C+L$ sarebbero fra i 3 punti doppi di questa sezione: e però D sarebbe del 3° o del 2° ordine (non certo del 1°, come s'è già visto alla fine del n° 3). Tutto il fascio delle L residue di una C fissa passerebbero per 3, o per 2 punti di C (d'incontro con D); e nell'un caso si potrebbe tirare una di quelle L per un 4° punto di C, sicchè essa si spezzerebbe; nell'altro caso C sarebbe incontrata in un sol punto variabile dalle L del fascio, e quindi sarebbe razionale.

Così è stabilito un fatto che si era presupposto al n° 6: v. la nota (6). Possiamo perciò basarci su quel n° 6 per riconoscere l'impossibilità che uno dei 4 punti base di un fascio di curve L vada a cadere sulla C residua: chè, se così fosse, tutte quelle L avrebbero a comune anche gli altri due punti di C situati sulla trisecante di questa che passa per quel primo punto; e si ricadrebbe nell'assurdo che esisterebbe una L contenente la C.

Digitized by Google

9. — Dal n° 7 la superficie F ipotetica era riuscita molto precisata. Dobbiamo dimostrare che *essa non esiste.*

Per giungere a ciò, considereremo le sue trisecanti: e più particolarmente quelle che escono da un suo punto generico.

Premettiamo che se una retta g è trisecante di F, essa starà nell'S_3 di una delle C che passano per 2 dei tre punti d'appoggio di g su F. Questo S_3 sega F, oltre che nella C, in 4 punti (n° 7). La g avrà il suo terzo punto d'appoggio, o sulla C ancora, o in uno di quei 4 punti. Nel 2° caso sarà una delle corde tirate alla C da questi punti: e in questo modo si ottengono solo ∞^2 trisecanti di F, negli ∞^2 S_3 delle C. Restano ∞^3 trisecanti di F, date dalle ∞^3 trisecanti delle C. Naturalmente non è escluso che questa triplice infinità contenga la doppia infinità precedente. Ma quel che risulta da questa considerazione, e che ci basta, è il fatto che le trisecanti *generiche* di F son le trisecanti delle C.

Per un punto P di F passa un *cono di trisecanti* della superficie, costituito da trisecanti delle ∞^1 C uscenti da P. Non possiamo escludere che per P passi anche qualche altra trisecante di F: ma, se mai, saranno in numero finito, in causa dell'osservazione precedente. Tali trisecanti non saran considerate nel parlare del cono di trisecanti.

Ogni generatrice di questo cono è trisecante per una sola C del sistema $\{P\}$: perchè due C non possono avere 3 punti in comune. Poichè il sistema $\{P\}$ è una ∞^1 del genere 2, sarà dunque di genere 2 anche quel cono. Ne segue che l'ordine del cono è ≥ 4. Ma nemmeno può essere 4: se no, il cono starebbe in un S_3; e i punti d'appoggio variabili delle sue generatrici su F formerebbero una curva di S_3. Di tali curve spaziali su F si avrebbero ∞^2, una per ogni punto P. Esse, incontrando le generatrici del cono di 4° ordine in 2 punti variabili, sarebbero dell'8° ordine almeno: il che non può accadere per una superficie delle specie isolate.

Possiamo enunciare quest'osservazione così: *per un punto generico di* F *passano almeno 5 trisecanti di* F *giacenti in un iperpiano per* P.

Ora faremo un'altra considerazione, che ci porterà ad un risultato in contrasto con questo.

Digitized by Google

10. — Scegliamo cioè come iperpiano uscente da P, col quale seghiamo F, quello che unisce P all'S_3 di una C non passante per quel punto, e che quindi taglia ulteriormente F in una L uscente da P. Le trisecanti di F passanti per P e giacenti in quest'iperpiano risulteranno essere *al più 4*: donde l'assurdo che cercavamo.

Quelle trisecanti di F, ossia della curva composta $C+L$, non possono incontrare in 2 punti la C, perchè P non sta nello spazio di questa curva. Sono dunque: o trisecanti di L, o corde di L appoggiate a C.

Quanto alle trisecanti di L, non può per un punto generico di questa passarne più di una. Suppongasi in fatti che pel punto P ne passino due (almeno) x, y. Projettando sopra un piano la L, che è del 7° ordine e di genere 3, dalla x, la projezione non sarà biunivoca: se no, darebbe una quartica con punto doppio nella projezione di y, dunque del genere 2. Ne deriva che le coppie della g_2^1 segnata su L dagli S_3, che (entro l'S_4 di L) passano pel piano xy, sono in piani per x; e similmente saranno in piani per y: sono dunque su rette passanti pel punto P (cioè P è vertice di un cono di trisecanti della L: considerazione che ci occorrerà di nuovo al n° seguente). Se per *ogni* punto di L passassero due trisecanti di questa curva, ne verrebbe che le coppie della g_2^1 (la quale non può variare) sarebbero allineate con *ogni* punto di L!

Dunque: per un punto generico della L passa al più una trisecante di questa.

Per determinare poi quante corde di L passano per P, le quali si appoggino a C, visto che (per le osservazioni precedenti e pel n° 9) dovrebb'esservi sempre un numero finito >0 di tali rette, facciamo andare P in uno di quei 4 punti d'incontro di L coll'S_3 di C, che non stanno su C: e sia a. Per questa particolare posizione di P soddisfano alle condizioni imposte le 3 rette che congiungono a rispettivamente ai 3 punti d'intersezione di C ed L (9). Altre soluzioni non potrebbero

(9) Si badi che esse non incontrano altrove C; ossia non sono fra le corde di C passanti per a: perchè si può sempre supporre che la L sia, nel fascio delle residue di C, diversa da quelle che passano pei punti d'appoggio delle dette corde. — In conseguenza quelle 3 soluzioni del problema

Digitized by Google

aversi che fra le congiungenti di a con un altro dei 4 punti prima nominati di L: e sia b. Ma bisognerebbe allora che la retta ab riuscisse incidente a C. Se farò vedere che, per una C generica, non può presentarsi questo fatto, resterà stabilito che per un punto conveniente di una L, entro l'S_4 di questa, passano al più $1+3$ trisecanti di F: e così sarà raggiunto lo scopo propostoci al principio di questo n°.

11. — Supponiamo dunque che *per ogni* C accada che i 4 punti base del fascio delle sue L residue (punti d'incontro, fuori di C, di queste L collo spazio di C) presentino la particolarità che la retta congiungente due di essi, a e b, incontri C. Sia k il punto d'incontro.

Nel detto fascio di curve L ve ne sarà una passante per k. Per questa particolare L, essendo k uno dei suoi punti d'incontro con C, gli altri due k_1 k_2 saranno allineati con k (n° 6). La L ha così due trisecanti uscenti da uno stesso punto k. Ne deriva che i punti di L sono a coppie allineati con k. Basta applicare di nuovo la considerazione fatta al n° 10, quando s'è supposto che per un punto di L passino due trisecanti x, y: solo avvertendo che ora la L è *particolare*, sicchè, pur senza spezzarsi (n° 8), potrebbe avere dei punti doppi che ne abbassino il genere; ma la considerazione citata si applica ugualmente ([10]). Sarà

---

attuale non son da considerare come multiple. In fatti, quando P è un punto generico mobile sulla L, le corde di L passanti per P e appoggiate a C si posson riguardare come generatrici comuni ai due coni che da P projettano L e C. Se P prende la posizione particolare considerata a, e la corda diventa una delle 3 rette su nominate, essa è generatrice semplice dei due coni, e questi non risultano tangenti lungo essa.

([10]) Per maggior cautela rileviamo a parte il caso che un punto doppio di L venisse a cadere proprio su una delle rette x, y, che ora sono kab, kk_1k_2. In k non può essere: altrimenti, dalla retta kab la L, che si abbasserebbe al genere 2, verrebbe projettata su un piano secondo una cubica. Se poi la L avesse un punto doppio in k_1, con cui di conseguenza coinciderebbe k_2, sicchè la retta kk_1 sarebbe tangente in k_1 alla C; le due tangenti alla L in quel punto starebbero con questa retta in un piano: il piano tangente a F in k_1 (che è in generale un punto semplice di F, poichè F non ha una linea doppia: n° 8). Quindi, projettando su un piano dalla trisecante kab la L di genere 2, di nuovo, come al n° 10, la projezione non potrebbe essere

Digitized by Google

dunque k il vertice di un cono che projetta doppiamente L^7, e che quindi risulta del 3° ordine: cono di trisecanti di F.

Ora se la C si prende negli ∞^2 modi possibili, i punti k che così si otterranno saran pure ∞^2, cioè *tutti* i punti di F. Se no, un punto di F che sia punto k per una C dovrebbe esser tale per infinite, e quindi per le infinite particolari curve L ottenute dalle C nel modo esposto. Quel punto sarebbe vertice di ∞ coni di trisecanti di F; starebbe su ∞^2 trisecanti, e quindi su ∞^2 curve C, cioè su tutte le C: assurdo.

Dunque ogni punto di F, come punto k, sarà vertice di un cono di trisecanti di F *del 3° ordine*: contrariamente al n° 9.

Rimane così escluso che possa avvenire per ogni C il fatto speciale (incidenza di una retta ab colla C) che alla fine del n° precedente si offriva alla nostra considerazione.

---

biunivoca: se no, darebbe una quartica con tacnodo nella projezione di k_1, ossia una curva di genere 1; e lo stesso varrebbe per la projezione dalla retta kk_1. Dunque anche in questo caso si applicherebbe il citato ragionamento del n° 10. — Analogamente, se il punto doppio della L cadesse in un punto, in cui verrebbero a coincidere a e b.

Digitized by Google

Contributo alla Briologia della Cirenaica

Nota di GIOVANNI NEGRI

Presentata dal Socio nazionale residente Parona

Il *Prodromus* della Flora Libica di Durand e Barratte (1) cita una sola specie di musco trovata da Rohlfs sull'altipiano Cirenaico; specie giudicata nuova da C. Müller (*Hypnum* [*Strigodium*] *Cyrenaicum C. Müll.*), ma non descritta nè mai più raccolta e rimasta quindi enigmatica. Più recentemente Bottini (2) ha pubblicato sette specie di muschi della Cirenaica: *Trichostomum inflexum Bruch.*; *Barbula vinealis Brid.*; *B. revoluta* (*Schwgr.*) *Brid.*; *Tortula muralis* (*Linn.*) *Hedw. var. incana Bruch. et Sch.*; *T. marginata* (*Bruch. et Sch.*) *Spruce*; *Fissidens incurvus* (*W. et M.*) *Harke*; *Eurhynchium circinatum* (*Brid.*) *Bryol. eur.*, raccolti nel febbraio 1914 dal T. Colonnello T. Abatino a Zavia Beda in territorio Brasha. E questi sono gli unici dati posseduti sino ad oggi sulla briologia della regione.

Ho quindi accolto con molto piacere e vivissimo interesse parecchi invii di muschi, ricevuti dall'amico e collega dottor comm. Enrico Festa, fra il dicembre ed il maggio u. sc., da diversi punti della Cirenaica, visitati nel corso della esplorazione zoologica da lui compiuta nella nostra colonia. E pubblico ora il materiale che sono andato mano mano determinando e che ha raggiunto una serie notevole di campioni; premettendovi

(1) Durand E. et Barratte G., *Florae Libycae Prodromus ou Catalogue raisonné des plantes de Tripolitaine*, etc. Genève, 1910, p. 283.

(2) Bottini A., *Muschi di Libia*, « Boll. di Studi e d'Informazioni del R. Giardino Coloniale di Palermo », I (1914), fasc. 1, pp. 131-135.

Digitized by Google

i più cordiali ringraziamenti all'esimio raccoglitore che, come già nel precedente viaggio di Rodi, ha voluto riserbarmi lo studio di questa parte delle sue collezioni e che, colla sua bella attività, ha concorso a colmare la lacuna che esisteva nelle nostre nozioni sulla distribuzione dei muschi lungo le sponde meridionali del Mediterraneo, ed ha data, in Cirenaica, la desiderata corrispondenza alle ricerche che Abatino, Cavara, Pampanini, Trotter hanno eseguito sui muschi della Tripolitania, nei primi anni dopo l'annessione (1).

Nell'elenco seguente — redatto secondo l'ordine della nota opera del Brotherus — le specie che sono state raccolte anche in Tripolitania sono indicate con *. Il loro numero elevato dimostra la stretta affinità, del resto prevedibile, fra le due florule, il carattere delle quali è prettamente mediterraneo. D'altra parte la comparsa in Cirenaica dei muschi pleurocarpi — 8 specie — ignoti sinora in Tripolitania, è spiegabile colle nozioni che possediamo sulla topografia e sul clima delle due regioni. È da augurarsi ora che, conosciute le linee fondamentali della briologia libica, ulteriori ricerche completino il censimento delle specie, ci rivelino forme eventualmente accantonate in stazioni ristrette e ci forniscano sull'ecologia delle singole specie e delle loro associazioni quei dati che, per la peculiarità delle condizioni ambientali, debbono presentare un grandissimo interesse.

Quasi tutte queste specie (le eccezioni sono indicate) sono terricole e specialmente floride sulla caratteristica terra rossa.

Acrocarpi.

1. *Cheilothela chloropus* (*Brid.*) *Lindb.*
   El Gubba: bosco — Merg: bosco Zorda (13, IV).
2. *Dicranella* (*Anisothecium Mitt.*) *varia* (*Hedw.*) *Sch.*
   Tecniz (21, IV).

---

(1) Cfr. Zodda G., *Musci Tripolitani a R. Pampanini, anno 1913, lecti*, "Boll. della Soc. Botan. Italiana", (1913), pp. 174-78; Id., *Manipolo di briofite della Tripolitania* (coll. Cavara-Trotter), "Boll. dell'Orto Botanico di Napoli", IV (1914), pp. 205-9; Bottini A. (coll. Abatino), l. c. (1914).

Digitized by Google

3. **Fissidens* (*Bryoidium C. Müll.*) *pusillus Wils* (c. fr.).
   Merg: conca ad O. (15, IV) (su conglomerato).
4. *F.* (*Pachylomidium C. Müll.*) *rufulus Bryol. eur.*
   Derna: verso Sidi Garbaa.
5. *Gymnostomum calcareum Bryol. eur. var. muticum.*
   Derna: monti S. O. verso Sidi Garbaa — Merg.
6. **Gyroweisia reflexa* (*Brid.*) *Schimp.*
   Derna: uadi (I).
7. **Trichostomum* (*s. str. Limpr.*) *crispulum Bruch.*
   Derna: cascata di Bu Mansur; monti a S. O. verso Sidi Garbaa; uadi (I) — El Gubba: bosco — Tocra (V) — Uadi Cuf. (15, IV) — Merg: colline S. O.; bosco Zorda (13, IV); comba ad O. — Tecniz (4, IV).
8. **Timmiella Barbula* (*Schwaegr.*) *Limpr.* (c. fr. passim).
   Cirene (V) — Merg — Tocra (V).
9. *Tortella flavovirens* (*Bruch.*) *Broth.* (c. fr. passim).
   Cirene — Uadi Cuf. (22-27, IV) — Merg.
10. *T. nitida* (*Lindb.*) *Broth. var. obtusa Boul.*
    Merg.
    „ „ „ *var. media Boul.*
    Derna: El Feteja (14, II) — Cirene (V) — Uadi Cuf. (22-27, IV) — Merg.
11. **Pleurochaete squarrosa* (*Brid.*) *Lindb.*
    Cirene (V) — Merg.
12. **Didymodon* (*s. str. Limpr.*) *tophaceus* (*Brid.*) *Jur.* (c. fr.).
    Derna: uadi (I) — Cirene — Uadi Cuf. — Tocra (V).
13. **D.* (*s. str. Limpr.*) *luridus Hornsch.*
    Derna; Sidi Garbaa; cascata Bu Mansur — Cirene (V) — Uadi Cuf. (22-27, IV) — Merg: bosco Zorda; colline S. O. — Tecniz — Tolmetta.
14. **D.* (*s. str. Limpr.*) *rigidulus Hedw.*
    Derna: cascata Bu Mansur — Cirene (V).
15. *Barbula* (*Eubarbula Lindb.*) *acuta* (*Brid.*) (= *B. gracilis* (*Schleich.*) *Schwaegr.*).
    El Gubba: bosco.
16. **B.* (*Eubarbula Lindb.*) *Hornschuchiana Schultz.*
    Derna: uadi (I) — Merg: bosco Zorda (13, IV).
17. **B.* (*Helicopogon Lindb.*) *unguiculata* (*Huds.*) *Hedw.*
    Derna: El Feteja (14, II) — Uadi Cuf. (15, IV) —

Digitized by Google

Merg: bosco Zorda (13, IV); comba ad O. (15, IV) — Tecniz (21, IV).

18. **B.* (*Helicopogon Lindb.*) *revolvens Schpr.*
Tecniz (21, IV).

19. **B.* (*Helicopogon Lindb.*) *Fiorii Vent.* (c. fr. passim).
Derna: monti di Sidi Garbaa — El Gubba: bosco — Merg: colline S. O.; bosco Zorda — Tecniz.

20. *B.* (*Helicopogon Lindb.*) *revoluta* (*Schrad.*) *Brid.*
Merg: bosco Zorda.

21. *Phascum* (*Euphascum Limpr.*) *piliferum Schreb.* (c. fr.).
Derna: cascata Bu Mansur (12, I).

22. **Pottia* (*Eupottia Broth.*) *minutula* (*Schlerch.*) *Bryol. eur.*, *v. commutata Limpr.* (c. fr.).
Derna: cascata Bu Mansur (12, I).

23. **P.* (*Eupottia Broth.*) *Starkeana* (*Hedw.*) *C. Müll. var. brachyodus Bryol. eur.* (c. fr.).
Derna: cascata Bu Mansur (12, I); uadi — El Gubba: bosco.

24. **Crossidium squamigerum* (*Viv.*) *Jur.* (c. fr.).
Merg: colline S. W.; bosco Zorda — Tecniz — Zavia Mechili.

25. **Aloina stellata* (*Schreb.*) *Kindb.* (= *A. rigida* [*Hedw. exp. Schultz.*] *Kindb.*) (c. fr.).
Merg: colline S. W.
v. pilifera Bryol. eur.
Zavia Mechili.

26. **A. ericaefolia* (*Neck.*) *Kindb.* (= *A. ambigua* [*Bryol. eur.*] *Limpr.*) (c. fr.).
Derna: Sidi Garbaa — Merg: comba ad O. (15, IV) — Tecniz (21, IV) — Tolmetta.

27. *Tortula* (*s. str. Limpr.*) *marginata* (*Bryol. eur.*) *Spruce* (c. fr.).
Derna: uadi (30, XII); El Feteja (14, II) — Cirene: fontana Uadi Bengadir.

28. **T.* (*s. str. Limpr.*) *muralis* (*L.*) *Hedw.* (c. fr.).
Cirene — Merg.: bosco Zorda.
v. obcordata Schpr. (c. fr.).
Derna: cascata Bu Mansur (12, I); El Feteja (14, II); uadi (30, XII) — Merg: colline S. W. — Tecniz (21, IV).
v. incana Bryol. eur. (c. fr.).
Derna: El Feteja (14, II).

Digitized by Google

29. *T.* (*Syntrichia Brid.*) *laevipila* (*Brid.*) *De Not.*
Tecniz (21, IV).
30. *T.* (*Syntrichia Brid.*) *montana* (*Nees.*) *Lindb.*
Cirene (V) — Uadi Cuf. (22-27, IV) — Merg: colline S.O.
31. **Encalypta* (*Rhabdotheca*) *Kindb.* (*rhabdocarpa Schwaegr.* (c. fr.) *var. leptodon* (*Bruch.*) *Schimp.*
Uadi Cuf. (22-27, IV).
32. **Grimmia* (*Rhabdogrimmia Limpr.*) *orbicularis Bruch.*
Uadi Cuf. (15, IV).
33. **Gr.* (*Rhabdogrimmia Limpr.*) *Lisae De Ntrs.*
Uadi Cuf. (22-27, IV) — Merg — Tolmetta.
34. *Orthotrichum* (*Calyptoporus Lindb.*) *diaphanum* (*Gmel.*) *Schrad.* (c. fr.).
Merg: colline (su corteccie) — Tecniz (21, IV). (Corteccie).
35. **Funaria* (*Plagiodus Mitt.*) *mediterranea Lindb.* (c. fr.).
Derna: cascata Bu Mansur (12, I) — El Gubba: bosco.
36. *F.* (*Plagiodus Mitt.*) *dentata Crome* (= *F. calcarea Wahlb.*) (c. fr.).
Derna: El Feteja (15, II).
37. *F.* (*Eufunaria Mitt.*) *hygrometrica* (*L.*) *Sibth.* (c. fr.).
Cirene.
38. *Bryum* (*Argyrobryum C. Müll.*) *argenteum L.*
Merg: colline S.W.; bosco Zorda.
39. **Br.* (*Doliolidium C. Müll.*) *bicolor Dicks.* (c. fr. passim).
Derna: uadi (I) — El Gubba: bosco — Zavia Mechili (III) — Cirene (V) — Merg: colline S.O.; bosco Zorda — Tecniz — Tolmetta — Bengasi.
40. **Br.* (*Doliolidium C. Müll.*) *murale Wils.* (c. fr. passim).
Derna: uadi (30, XII) — Cirene: fontana Uadi Bengadir — Uadi Cuf. (22-27, IV) — Merg: bosco Zorda.
41. **Br.* (*Trichophora Kindb.*) *torquescens Bryol. eur.*
Merg: bosco Zorda.
42. **Br.* (*Trichophora Kindb.*) *capillare L. v. platyloma Schimp.*
Derna: uadi (I); El Feteja — Tecniz.
43. *Br.* (*Trichophora Kindb.*) *obconicum Hornsch.*
Derna: cascata Bu Mansur — Merg.
44. *Br.* (*Rosulata C. Müll.*) *canariense Brid.*
Derna: uadi (I).

Digitized by Google

Pleurocarpi.

45. *Leptodon Smithii* (*Dick.*) *Mohr.*
Uadi Cuf. (15, IV).
var. filescens Renauld.
Uadi Cuf. su corteccia (15, IV).
46. *Stereodon* (*Drepanium* [*Schimp.*] *Mitt.*) *cupressiformis* (*L.*) *Brid.*
var. tectorum Schimp.
Uadi Cuf. (22-27, IV).
47. *Homalothecium Philippeanum* (*Spruce*) *Bryol. eur.*
Uadi Cuf. (22-27, IV) — Merg.
48. *Camptothecium* (*Eucamptothecium Broth.*) *aureum* (*Lag.*) *Bryol. eur.*
Merg.
49. *Scorpiurum circinatum* (*Brid.*) *Fleisch. et Loesk.*
Cirene (V) — Uadi Cuf. (15, IV).
50. *Oxyrrhynchium pumilum* (*Wils.*) *Broth.*
Comba ad O. di Merg (10, IV).
51. *O. rusciforme* (*Neck*) *Warst. var. vulgare Boul.*
Derna: uadi verso Sidi Garba — Marsa Susa: uadi.
v. atlanticum Brid.
Ain Derna: sulle roccie.
52. *Rhynchostegium confertum* (*Dicks*) *Bryol. eur.*
Cirene: fontana Uadi Bengadir.

Torino, R. Istituto Botanico, giugno 1922.

Digitized by Google

Sul gigantismo di alcune forme fossili dell'Istria

Nota aggiunta del Socio nazionale residente Prof. FEDERICO SACCO

Come aggiunta e correzione della Nota pubblicata, con analogo titolo, negli *Atti* di questa Accademia il 2 aprile scorso, in seguito a recenti escursioni geologiche compiute nell'Istria raccogliendovi fossili, credo opportuno presentare alcune brevi osservazioni.

Anzitutto è da riconfermarsi il gigantismo frequente in varii fossili istriani, specialmente in alcune regioni e non solo dell'Eocene ma anche già nel Cretaceo.

Ricordo, per esempio, la frequenza di enormi Ippuriti (*Vaccinites*) specialmente nei dintorni di Nabresina, dove non sono rari gli esemplari di 60-70 centim. di lunghezza; la ricchezza in Radioliti, anche di grossa mole, formanti spesso veri banchi nel Cretaceo superiore; nonchè l'abbondanza, in certe zone del Cretaceo medio-superiore, di enormi Chondredonte formanti talora quasi un orizzonte speciale a veri nidi o lenti zeppe di tali strani fossili.

Nel famoso piano Liburnico, che inizia la serie eocenica dell'Istria con una caratteristica fisionomia palustre-maremmana, oltre ad una straordinaria quantità di fossili svariatissimi, incontransi qua e là esemplari giganteschi di varii Molluschi, così, per es., di alcuni Cerizidi affini al *Cerithium* (Campanile) *giganteum*, anche con oltre mezzo metro di lunghezza. Nello stesso orizzonte liburnico a Cerizidi, verso Capo Salvore sopra Sicciole, il Dott. Miller raccolse parecchi esemplari di una grande e crassa Bivalve che, per quanto permette l'incompletezza dei fossili, sembra riferibile ad una gigantesca *Dreis-*

Digitized by Google

sensia che poteva raggiungere anche 10 centim. circa di diametro. È del resto ben nota in detto piano liburnico la straordinaria abbondanza di svariate, caratteristiche Stomatopsidi, spesso con esemplari grossissimi.

Nell'Eocene medio, e più precisamente nella tipica zona calcarea del Nummulitico principale, trovansi pure spesso esemplari enormi (anche di 2-3 centim. di diametro) di Assiline, Nummuliti, Alveoline, ecc., che, oltre al loro numero immenso, tanto da costituire parte essenziale dei banchi calcarei, presentano un gigantismo veramente spiccato.

Quanto alle Orbitoliti, che già compaiono qua e là con grossi esemplari nel Liburnico, ma hanno il loro massimo sviluppo nell'Eocene medio, è frequentissimo trovarne individui (probabilmente microsferici) del diametro di 4-5 centim., mentre è noto che le forme originali hanno generalmente solo un centim. circa di sviluppo.

Nell'Eocene medio constatiamo continuare le condizioni di speciale benessere nei mari istriani, tanto che vediamo comparire, in speciali orizzonti, zone calcareo-marnose meravigliosamente zeppe della grande *Nummulites* (*Laharpeia*) *complanata*, anche di sette centim. di diametro, come presso Albona, nella conca di Pinguente, ecc.

È specialmente assieme e poco sopra tali depositi a *N. complanata* che la fauna eocenica istriana mostra talora la sua mirabile ricchezza sia per varietà come per quantità e spesso per notevole mole degli individui; basti ricordare su tale proposito certe *Orthophragmina* di 4-5 centim. di diametro, parecchi grandi Clipeastri, frequenti esemplari della nota *Ostrea gigantea*, enormi Nautili, anche d'una trentina di centim. di sviluppo, ecc.

Ma ecco che verso la fine dell'Eocene le condizioni cangiano; al regime di mare caldo a depositi marnoso-calcarei si sostituisce quello, direi, sabbioso, qua e là ciottoloso, che preludia al poderoso movimento orogenetico che chiuderà il periodo eocenico; tosto la fauna dei mari triestini se ne risente, intristisce, si impoverisce, il gigantismo naturalmente scompare affatto. Ai bei banchi calcarei, straordinariamente fossiliferi, dell'Eocene medio-superiore si intercalano dapprima, poi ben presto si sovrappongono, in quasi completa sostituzione, i banchi

Digitized by Google

arenacei, qua e là conglomeratici, colla più desolante povertà di fossili.

Poco dopo si verifica l'emersione generale della regione istriana, che diventa essenzialmente continentale.

***

Quanto al *Septifer eoitalicus* descritto nella precedente Nota, mentre credevo fosse stato trovato presso Sapiane, dove giunge la formazione eocenica, per cui lo supponevo eocenico, invece da più precise informazioni ora avute risulterebbe che i suoi esemplari furono raccolti dal Dott. G. Marchesetti (tanto benemerito per la Storia Naturale dell'Istria) andando da Sapiane a Zejane, cioè in pieno terreno cretaceo della Ciceria.

Inoltre tale forma appare assai variabile, tanto che con nuovi esemplari avuti in esame potei costituire una nuova varietà, cioè:

Septifer eoitalicus var. ***Marchesetti*** Sacc.

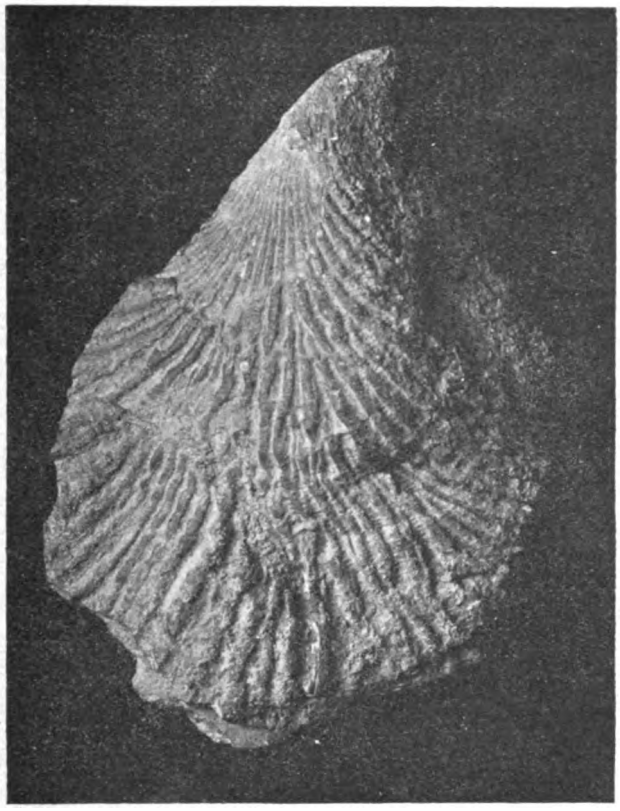
Testa expansior, depressior, regio umbonalis minus arcuata. Costae radiales expansiores, saepius irregulariter bifidae, passim perincrassatae.

Cretaceo medio-superiore — Tra Sapiane e Zejane (col tipo).

Osservazioni. — L'esame di nuovi esemplari mostrò che il margine interno della conchiglia era pieghettato-ondulato. L'apparato cardinale, che in un esemplare si potè ripulire dal terreno marnoso-calcareo compatto che lo mascherava, mostrò il setto caratteristico, però fiancheggiato da forti coste divaricantisi, a triangolo, d'alto in basso, con solchi intermedi di tipo ligamentario, muniti (verso il margine inferiore del setto) di pieghe dentali virgoliformi da un lato e di denticolazioni ed incrassamenti dall'altro lato, dove sonvi però complicazioni dovute ad antica frattura; dimodochè tale complicato apparato dentale non è ben precisabile nè fotografabile, per cui dovetti limitarmi a presentarne uno schizzo schematico un po' ingrandito. Saranno quindi ancora necessarie ulteriori fortunate ri-

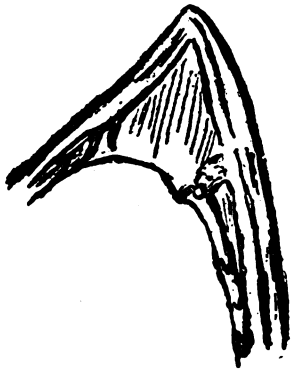
Digitized by Google

cerche per ben conoscere questo interessante apparato cardinale,



che sembra indicarci trattarsi di un *Septifer* non tipico ma particolarmente modificato.

Devesi aggiungere che la forma e l'andamento delle coste radiali di questo Mitiloideo ricordano quel curioso fossile (abbastanza frequente nel Cretaceo medio-superiore dell'Istria) che, creduto dapprima un'Ostrica o una Pinna o un Hinnites, ecc., fu poi messo a tipo di un nuovo genere: *Chondrodonta*. L'esame comparativo dell'apparato cardinale apofisario delle Chondrodonte, quale fu ben figurato



Digitized by Google

dal Douvillé nel 1902 (" Bull. Soc. géol. France „), mostra troppo notevoli differenze da quello del fossile in esame da permetterne l'identificazione; vi si notano però parecchie analogie (le quali appoggiano l'idea che le Chondrodonte siano Mitiloidei affini ai Septifer) anche per particolari ingrossamenti, denticolazioni, ecc., che sono forse in rapporto con quello speciale ambiente, direi incrassante, che caratterizzò spesso intiere categorie di fossili del Cretaceo, culminando il fenomeno, fra le Bivalvi, nelle Diceratidi e nelle Ippuritidi.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 2 Luglio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci SEGRE Direttore della Classe, PEANO, GRASSI, SOMIGLIANA e PANETTI;

della Classe di Scienze morali storiche e filologiche: i Soci DE SANCTIS, BRONDI, EINAUDI, BAUDI DI VESME, PATETTA, PRATO, PACCHIONI, VALMAGGI, FAGGI, LUZIO, e STAMPINI Segretario della Classe, il quale funziona da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza dei Soci PARONA e VIDARI.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza delle Classi unite (25 giugno u. s.).

Il Presidente invita il Socio FAGGI a leggere la *Relazione* della Commissione accademica per il premio Gautieri riservato alla filosofia (triennio 1918-1920).

Terminata la lettura, nessuno chiedendo di parlare, il Presidente, giusta l'art. 7 del Regolamento interno pel conferimento dei Premi Gautieri, avverte i Soci che nella successiva adunanza delle Classi unite, la quale sarà tenuta il giorno 9 corr. alle ore 11, si farà la votazione a schede segrete sulla proposta della Commissione, che il premio sia diviso fra il concorrente Adolfo LEVI ed il concorrente Armando CARLINI, autori delle opere elencate nella *Relazione* che sarà pubblicata negli *Atti*.

Digitized by Google

Relazione *sul concorso per il premio Gautieri di* **filosofia** *per il triennio 1918-1920.*

Furono inviate dagli autori le seguenti pubblicazioni, che indichiamo in ordine alfabetico:

CARLINI ARMANDO, *La filosofia di G. Locke*, 2 vol. 8°, Firenze, 1920.
DENTICE CECILIA: 1) *Schleiermacher*, 1 vol., Palermo, 1918; 2) *Il razionalismo religioso*, 1 vol., Bari, 1920.
LEVI ADOLFO: 1) *Il concetto del tempo nella filos. greca sino a Platone*, Milano, 1919; 2) *Saggio sulla teoria delle idee*, 1920; 3) *Sulle interpretazioni immanentistiche della filosofia di Platone*, 1920.
MARTINOTTI LUIGI, *Nuovo sistema cosmico-sociale*, Genova, 1921.
MONDOLFO RODOLFO, *Sulle orme di Marx*, Bologna, 1920.
SCROCCA ALBERTO, *Giambattista Vico*, Napoli, 1919.

La Commissione, dopo d'avere esaminate le dette opere, ritenendo che tra esse ve ne siano indubbiamente alcune degne di esser prese in considerazione per il premio, e che nessuna fra le altre pubblicate nel triennio e non inviate al concorso sia, senza discussione e contestazioni, di così evidente superiorità da dover attirare sopra di sè l'attenzione, e che, d'altra parte, la consuetudine ormai invalsa e l'entità stessa del premio consigliano di avere riguardo particolare alle opere dei giovani che, all'inizio della vita scientifica, meritano di essere segnalati e incoraggiati negli studii, decise di contenere il proprio esame nel campo delle opere medesime presentate direttamente al concorso.

Procedutosi quindi a una valutazione comparativa di esse giunse, per concorde parere dei Commissarii che in più sedute esposero e discussero i loro apprezzamenti, ai seguenti giudizi e alla successiva conclusione.

Digitized by Google

1° I due volumi (di circa 700 pagg. complessivamente) che Armando Carlini ha dedicato alla esposizione critica di tutta quanta l'opera filosofica di Giovanni Locke costituiscono indubbiamente, per la ricchezza dello studio, per l'ampiezza del quadro storico entro cui l'Autore inserisce il pensiero lockiano mettendolo in rapporto co' suoi precedenti storici, con le polemiche suscitate, con le conseguenze prodotte in tutti i campi della vita spirituale, per la acutezza dei richiami e dei commenti e per la lucidità dell'esposizione, un'opera di singolar pregio, che, si può ben dire, colma una lacuna nella nostra produzione di storia della filosofia europea. Si può soltanto rimproverare al Carlini (e in verità non è lieve appunto) che i principii proprii della sua scuola gli impediscano talvolta (come per es. nel giudicare di Bacone e di Hobbes e dei loro rapporti con Locke) di mettersi nel vero e giusto punto di vista storico per la interpretazione esatta dei pensatori.

2° I lavori della sig. Dentice Cecilia sullo Schleiermacher e sul Razionalismo religioso di Kant sono, certo, prove di un ingegno vigoroso e acuto. Il primo è una buona, sebbene forse un po' fredda ed esteriore, esposizione riassuntiva delle dottrine sistematiche dello Schleiermacher, del quale però non pare che esso riveli e illustri l'intima e complessa personalità; il secondo è uno studio critico, più vivo e più personale del precedente, intorno alle dottrine religiose di Kant; ma qui pare che le preoccupazioni teoretiche derivanti da una autorevole corrente di pensiero contemporaneo portino l'autrice (cfr. pagg. 46, 63, 153) ad attribuire a Kant affermazioni che erano lontane dal suo vero pensiero (di che, del resto, la stessa Dentice talvolta s'accorge), epperò a muovergli critiche che non potevano essere da lui accettate, in quanto si fondano sulla pretesa che egli arrivasse a proposizioni, che invece voleva assolutamente evitare.

3° Le tre pubblicazioni di A. Levi formanti nell'assieme, per la unità del disegno che le collega, un volume di più che 400 pagine, costituiscono un molto serio contributo alla conoscenza della storia della filosofia greca. La diretta conoscenza delle fonti, la informazione scrupolosa di tutta la bibliografia dell'argomento, il procedimento metodico oculato e ingegnoso (talvolta, fin troppo ingegnoso) sono pregi notevolissimi di questo lavoro; già, del resto, riconosciuti unanimemente dalla critica e

Digitized by Google

da autorevoli giudizi di altre Accademie. Nel Levi si può soltanto lamentare che l'acutezza medesima delle sue ricerche critiche gli faccia qualche volta perdere le traccie della via maestra, e gli tolga la possibilità di vedere dall'alto, con uno sguardo sintetico, tutto l'ampio svolgersi e fluire delle correnti studiate.

4° Il fascicolo di poco più che cinquanta pagine " Nuovo sistema, ecc. „ del Martinotti è, per la data (1921), fuori dei limiti del concorso; del resto è in se stesso, pure con qualche lampo geniale, troppo tenue abbozzo e troppo estraneo alle correnti storiche del pensiero filosofico per essere preso in considerazione.

5° Il volume " Sulle orme di Marx „ di R. Mondolfo è un importante contributo alla revisione critica delle dottrine socialistiche nei loro fondamenti filosofici e nel loro processo storico di formazione. Il M. ci rivela, come già altrove, quella sicura e diretta conoscenza delle fonti che fanno di lui, in Europa, uno dei più autorevoli conoscitori del movimento di pensiero che dal Marx prende il nome; ma, per le condizioni di questo concorso, noi dobbiamo osservare che parecchi dei saggi raccolti nel volume (e fra essi il più ampio e, filosoficamente, il più importante, quello su Feuerbach e Marx) furono pubblicati in riviste anteriormente ai termini del concorso; per la qual ragione la Commissione dovrebbe, con suo rincrescimento, ritenere il volume estraneo alla gara, anche se il carattere frammentario di esso consentisse una comparazione con lavori di carattere più organico.

6° Il volumetto che Alb. Scrocca dedica a G. B. Vico, se è una ingegnosa rivendicazione del pensiero cattolico, o, semplicemente, teistico del Vico, fatto in base alla interpretazione letterale di lui, e se per questo lato merita di essere segnalato, è però nell'assieme, come l'A. stesso più volte riconosce, un lavoretto, che non ci sembra possa aspirare all' onore del premio.

In seguito alle analisi fatte parve alla Commissione che, per la solidità dei risultati e la bontà del metodo, emergessero fra gli altri i lavori del Levi, ai quali sta accanto quello del Carlini sul Locke. Ma a proposito dei primi si deve osservare che essi furono già dichiarati degni di premio da un'altra Accademia,

Digitized by Google

onde parve alla Commissione che, tenuto conto anche del carattere d'incoraggiamento che s'è dato per consuetudine al premio, questo dovesse dividersi in parti uguali fra il Levi e il Carlini.

In tal senso appunto essa presenta la propria conclusione all'On. Accademia.

RUFFINI FRANCESCO, *presidente*
DE SANCTIS GAETANO
EINAUDI LUIGI
FAGGI ADOLFO
VIDARI GIOVANNI, *relatore.*

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Luglio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Pacchioni, Valmaggi, Luzio, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Vidari e Faggi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 18 giugno u. s.

Per invito del Presidente l'Accademico Segretario dà comunicazione delle lettere dei nuovi Soci corrispondenti.

Su proposta del Presidente la Classe delibera che sia donato alla Biblioteca civica di Torino un esemplare del volume *Dante e il Piemonte* (Torino, Bocca, 1922). Su proposta del Socio Stampini lo stesso dono sarà fatto alla Biblioteca Ambrosiana per l'instituenda sala di lettura e di consultazione in onore del Pontefice Pio XI. Alla medesima sarà pure donato il volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino* (Torino, Paravia, 1883).

Il Socio Stampini fa omaggio alla Classe della *Seconda serie* dei suoi *Studi di letteratura e filologia latina*, pubblicata col titolo

Digitized by Google

Nel mondo latino dalla Casa Editrice Fratelli Bocca (1921). La Classe ringrazia.

Il Socio De Sanctis presenta per la stampa negli *Atti*, che è consentita dalla Classe, una *Nota* del signor Mario Attilio Levi intitolata *I confini dell'Agro Campano*.

Sarà del pari pubblicata negli *Atti*, per deliberazione della Classe, una *Nota* del Prof. Santorre Debenedetti, presentata dal Socio Valmaggi, che porta il titolo [*Imago*] *Paterna* ⟩ *ant. franc.* paterne, *prov.* paterna.

Digitized by Google

LETTURE

I confini dell'Agro Campano

Nota di MARIO ATTILIO LEVI

Presentata dal Socio nazionale residente Gaetano De Sanctis.

Non privo di qualche importanza nella storia agraria romana fu il territorio dell'antica Capua che dopo la ribellione di questa città durante la seconda guerra punica fu reso pubblico con un senatusconsulto (211 a. C.: cfr. fra l'altro De Sanctis, *Storia dei Romani*, III, 2, pp. 342-347) e lasciato in possesso agli antichi coltivatori mediante il pagamento d'un tributo. Il confine di questo territorio fu già esaminato dal Beloch (1), ma i confini sinora accettati possono forse essere sottoposti ad alcuna revisione con un nuovo esame. Il punto di partenza per esso dovrà essere un'idea chiara del valore geografico che aveva presso gli scrittori antichi l'espressione *ager Campanus*, ed una nozione preliminare delle condizioni agricole ed economiche di esso territorio.

Catone (*de agr.* 135, 2) dice: *aratra... in terram pullam Campanica*; Plinio (*H. N.*, XVII, 5, 36): *idem* (Cato) *agrum optimum iudicat ab radice montium planitie in meridiem excurrente, qui est totius Italiae situs, terram vero teneram, quae vocetur pulla. erit igitur haec optima et operi et satis. intelligere modo libeat dictam mira significatione teneram, et quidquid optari debet, in eo vocabulo invenietur. illa temperatae ubertatis, illa mollis facilisque culturae, nec madida nec sitiens*; ed ulteriori conferme di tale eccellenza della terra Campana e della sua attitudine alla lavorazione con

(1) *Campanien*², Breslau, 1890, p. 334 sgg.

Digitized by Google

aratro si trovano in VARRONE, *rer. rust.*, I, 20, 4: *ubi terra levis*, ut in Campania, *ibi non bubus gravibus, sed vaccis aut asinis quod arant, eo facilius ad aratrum leve adduci possunt, ad molas et ad eas, siquae sunt, quae in fundo convehuntur* (cfr. i. o. II, VI, 5) (1). Ed ecco ancora, infine, come lo stesso Plinio parla della produzione dell'agro Campano (*H. N.*, XVIII, 11, 109 sg.): *campus est subiacens montibus nimbosis, totus quidem* $\overline{XL}$ *p. planities. terra eius, ut protinus soli natura dicatur, pulverea summa, inferior bibula et pumicis vice fistulosa quoque. montium culpa in bonum cedit. crebros enim imbres percolat atque transmittit, nec dilui aut madere voluit propter facilitatem culturae, eadem acceptum umorem nullis fontibus reddit, sed temperate concoquens intra se vice suci continet. seritur toto anno, panico semel, bis farre. et tamen vere segetes, quae interquievere, fundunt rosam, ...* Una tale terra presenta tutti i caratteri d'una terra prevalentemente di pianura, con cultura sopratutto a cereali (cfr. anche STRABONE, V, 3), benchè Plinio stesso parli di cultura a vite e ad olivo (*H. N.*, XIV, 6, 69; XVIII, 11, 111). Ma accanto alle altre indicazioni queste stanno a provare che l'estensione collinosa dell'agro Campano non era grande, pur non volendo tener conto del fatto, già messo in chiaro da tempo, che gli antichi non avevano sempre delle precise nozioni sulla differenza fra Campania ed agro Campano. Del resto basta dare un'occhiata ad una carta geografica per vedere che, se a proposito del territorio di Capua non si parla dagli antichi più di cerealicoltura che di viticoltura, la natura del suolo è facilmente consentanea a tali affermazioni: ma si disse ciò per poter venire alla conclusione che le notizie dateci dagli antichi devono essere utilizzate con molta circospezione, e che delle nozioni da essi tramandateci riguardo a questioni geografiche si può approfittare semprechè siano controllate o facilmente controllabili con dati epigrafici o inerenti alla configurazione del terreno; ed egualmente sono accettabili solo per la vaga generalità per cui valgono le notizie d'indole economica che ci sono tramandate.

---

(1) Cfr. Camillo PELLEGRINO, *Apparato delle antichità di Capua*, Napoli, 1771, vol. II, p. 52; Alexii Symmachi MAZOCHII, *in mutilum Campani amphiteatri titulum*, Neapoli, 1721, p. 15; BELOCH, o. c., p. 334 sg.

Digitized by Google

Così non c'è nulla che ci permetta di tenere in gran conto le notizie riferentisi all'oleicoltura dell'agro Campano, poichè il fatto che, com'è notissimo, Capua era grande centro dell'industria degli unguenti ed olii profumati (PLINIO, XVIII, 11, 111) non basta a far attribuire al territorio di Capua la produzione di quell'olio che nel capoluogo veniva lavorato, mentrechè forse o tutto o in parte veniva importato magari anche da territorii immediatamente finitimi.

Ma grazie alle ricerche fatte, in base agli autori citati, si può fin d'ora fissare, pur senza porre fede cieca in nessuna notizia letteraria, questo importante punto di partenza: nella determinazione dei confini dell'agro Campano, date le sue condizioni geologiche ed economiche, è opportuno mantenersi nella regione piana, andando cauti nell'attribuire all'agro Campano le colline che lo circondano; altri criterii che ci possano offrire dei punti di partenza altrettanto sicuri purtroppo forse non sono reperibili in campi esteriori alla ricerca puramente topografica.

Infatti l'organizzazione diocesana dei primi tempi della Chiesa non ci offre un terreno sicuro, poichè ogni dato viene facilmente infirmato, perchè prima che si abbiano notizie sicure sull'argomento avvenne il trasporto della cittadinanza di Capua distrutta in Casilino, l'attuale Capua, cosicchè il centro (Capua nuova fu presto sede arcivescovile) fu spostato. Questo fatto è di tale gravità da turbare profondamente ogni nostra ricerca e da non permettere di servirci dei dati dell'organizzazione diocesana. Quanto alle tribù Romane, dall'esame del C. I. L., X, 1 (1) si viene a concludere che la nostra regione apparteneva ad una zona in cui si può dire che la popolazione sia della tribù Falerna, ma questa oltre a Capua comprende altre tre città principali, Atella, Calatia, Casilinum. Si vedrà in seguito a quale territorio appartenessero queste città; ma per ora occorre osservare che il criterio di divisione per tribù non implica necessariamente quello della divisione per agri, ed una linea di confine può essere più o meno vasta dell'altra, e nella zona d'una stessa

(1) Cfr. anche, per notizie attinte dal C. I. L. sulle tribù al tempo dell'impero: KUBITSCHEK, *Imperium Romanum tributim descriptum*, Vienna, 1889, pag. 14 sg.

Digitized by Google

tribù troviamo agri di diversi centri, separati, per sè stanti, ed aventi diversi interessi ed importanze storiche. Quindi, salvo il premesso punto di partenza, le ricerche estranee alla ricerca puramente topografica non approdano, per il nostro scopo, a nulla di concreto.

Viceversa, per l'analisi dovremo servirci di tutti i documenti che sono a nostra disposizione e possibilmente tener conto anche di quello che l'indagine ed il lavoro più recenti potessero eventualmente aver messo in luce. Che il confine fra l'agro Campano e le regioni che sono al suo Nord sia stato il Volturno ce lo dice Livio, VIII, 11, 13: *Latium Capuaque agro multati. Latinus ager, Privernati addito agro et Falernus, qui populi Campani fuerat, usque ad Vulturnum flumen plebi Romanae dividitur*; e XXII, 15: *Casilinum ..... quae urbs, Volturno flumine dirempta, Falernum a Campano agro dividit*, nè vedremmo come dubitarne, poichè sembra assai probabile che un tale fiume servisse come linea di confine; ma con questa assai semplice determinazione non è esaurito il nostro compito riguardo al confine Nord dell'agro Campano, poichè la natura del suolo, la storia politica e la produzione agricola hanno poste così strette relazioni fra l'agro Campano, l'agro Falerno ed il campo Stellatino, e cioè le due regioni in cui si divideva il tratto di pianura a Nord del Volturno, che per avere cognizioni esatte e complete occorre anche cercare di determinare i limiti della loro estensione; e questa determinazione non è altrettanto facile come la precedente. Da Casilinum (= odierna Capua) andando verso Nord per l'antica via Latina per andare a Teanum si incontra, a circa 12 Km. da Casilinum, Cales (= odierna Calvi). Prima ricerca interessante, per procurarci un caposaldo per determinare il resto del confine, è determinare se veramente (1) Cales era all'infuori dell'agro Falerno; e se sì, vedere fin dove poteva estendersi il suo particolare territorio. Ora a provare che Cales era unità amministrativa distinta dall'agro Falerno, sta il fatto che sin dal 334 esso era colonia Latina (Liv., VIII, 16, 14), anche se non si vuole tener conto della sempre incerta testimonianza del *Liber Coloniarum* che a p. 232 (Lachmann) dice: *Cales* municipium *muro*

(1) Beloch, o. c., p. 15.

Digitized by Google

ductum. iter populo non debetur. ager eius limitibus Graccanis antea fuerat adsignatus, postea iussu Caesaris Augusti limitibus nominis sui est renormatus. Posto questo come punto di riferimento, si può cominciare a tracciare il confine dell'agro Falerno partendo dal mare.

Dapprima s'incontra Sinuessa, che non apparteneva all'agro Falerno (1).

Dice infatti Livio (X, 20, 1): *per Vescinos in Campaniam Falernumque agrum trascendunt*, e (X, 21, 7): *itaque placuit ut duae coloniae circa Vescinum et Falernum agrum deducerentur, una ad ostium Liris fluvii, quae Minturnae appellata, altera in saltu Vescino Falernum contingente agrum, ubi Sinope dicitur Graeca urbs fuisse, Sinuessa deinde ab colonis Romanis appellata.* (cfr. anche Velleio, I, 14, 5).

Per quanto riguarda l'agro Falerno, il prendere il M. Massico come linea di confine, quando si sia esclusa Sinuessa dall'agro Falerno, non può parere affermazione azzardata, tanto più che oltre al criterio dell'osservazione geografica della natura del terreno, che, ove non fosse confermato, sarebbe assai poco scientifico, si ha la conferma di Livio (XXII, 14, 3): *ut vero in extrema juga Massici montis ventum, et hostes sub oculis erant Falerni agri colonorumque Sinuessae tecta urentes ...* Questo passo sembra basti a provare felicemente la nostra ipotesi, che il Massico fosse confine fra il Falerno e le regioni a Nord. Uno sguardo all'orografia (2) del Massico permette subito di riconoscere che, se il massiccio collinoso è zona di confine, il confine assai facilmente doveva passare per la cresta che partendo da quota 407 (M. Mondragone) scende a quote 400 e 342 (M. Pe-

---

(1) Il Pellegrino, o. c., I, p. 101, parla di Sinuessa, ma per intenderlo bisogna che il suo scopo è dimostrare le differenze fra Campania e agro Campano. La ricerca dell'estensione di tutta la Campania antica (per cui oltre al Beloch, o. c., v. Cluverius, *Italia Antiqua*, Lugduni Batav., 1624, vol. II, p. 1090) non ha per noi diretto interesse.

(2) Per lavorare è naturalmente necessaria almeno la carta topografica al 100.000 dell'I. G. M.; ma tuttavia una discreta carta al 250.000, come quella del *Touring Club Italiano*, può anche bastare per seguire le nostre ricerche, poichè in lavori di questo genere sarebbe assurdo pretendere una precisione maggiore di quella che possa dare una carta siffatta.

Digitized by Google

coraro). E che una parte, cioè il versante Sud, del Massico appartenesse all'agro Campano è provato da Filargirio, *in Virgilium, Georg.* II, 143, che dice: *Vinum a montibus Falernis, qui Massici dicuntur*, mentrechè altri autori, come forse Plinio (*H. N.*, XIV, 6, 64), distinguono il vino Massico dal Falerno, e ciò appunto perchè il Massico era in parte del Falerno ed in parte no. Posto questo, bisogna tener presente che a Nord dell'attuale Carinola, nella pianura sottostante al M. Pecoraro, è posta la sede dell'antico Forum Popilii (C. I. L., X, 1, p. 461: cfr. Carta: *Regio I* in C. I. L., X, 2) che fa parte dell'agro Falerno (v. Plinio, *N. H.*, III, 5, 64: *Foro populienses ex Falerno*). Ciò permette di supporre che il confine seguisse fino a quota 200 la cresta del massiccio del Massico, per poi scendere, probabilmente lungo il piede della collina e seguendo un percorso non dissimile da quello dell'attuale tronco di via che da Cascano porta a Francolise. Una determinazione maggiore non pare possibile.

Per proseguire abbiamo come caposaldo ciò che già si fissò in precedenza, cioè che Cales non faceva parte del Falerno. Naturalmente insieme a Cales ne viene escluso il suo territorio, che si porterebbe sino a Sparanise, sopratutto valendoci della iscrizione 4653 del vol. X del C. I. L. (parte 1ª, p. 455) in memoria di un augustale di Cales (l. 2-3: *M. Nerasio Satur-|-nino Augustali Calibus*); la quale non può dare certamente una prova assoluta che il territorio Caleno si estendeva sino a Sparanise, ma può avere un certo valore quando viene confortata dal fatto che, facendo passare il confine in questa regione, sarebbe d'una discreta evidenza, perchè seguirebbe a distanza il piede delle colline del Barone. Da Sparanise in poi il confine dovrebbe proseguire in pianura. Ma a questo punto, per miglior chiarezza, è bene determinare il punto in cui presumibilmente finisce l'agro Falerno e comincia il campo Stellatino.

Ora due passi di fonti ci danno la certezza che il campo Stellatino comprendeva la via Latina. Sono questi: Livio, XXII, 13, 6: *per Allifanum, Callifanum Calenumque agrum in Campum Stellatem descendit*, e Iulius Obsequens, 37: *M. Acilio C. Porcio coss. P. Elvius eques Romanus a ludis Romanis cum in Apuliam reverteretur, in agro Stellati filia eius virgo equo insidens fulmine icta exanimataque* ..... Ora per il primo è chiaro che per venire verso Sud non vi può essere altra via militare che la Latina;

Digitized by Google

per il secondo, è assai probabile che Elvio avesse presa la via Latina assai più breve (1). Ad ogni modo il passo Liviano basterebbe già di per sè a provare che il campo Stellate si stendeva ad Ovest della via Latina. Forse la via che ad Ovest della Latina andava da Cascano poco a Nord di Casilino, passando per Annunziatella, poteva costituire la linea di separazione dal Falerno; ma questi sono " forse „ che purtroppo non hanno prove. Certo però si è che il Campo Stellate non poteva stendersi molto ad Ovest della via Latina.

Rimandando a più tardi la determinazione del resto del confine Stellatino, occorre ora fissare sino a che punto si estenda nella pianura il territorio di Cales, ad Est e ad Ovest della via Latina. Da Sparanise il confine del territorio Caleno doveva procedere in pianura verso Est, includendo, al di là della via Latina, la regione dell'attuale Pignataro Maggiore, ove si trovava Vicus Palatius. Che il Vicus Palatius facesse parte del territorio Caleno è provato dall'iscrizione 4641 della 1ª parte del vol. X del C. I. L., che è così concepita: *L. Aufellio Rufo* | *p. p. leg.* $\overline{VII}$ *c. p. f.* | $\overline{IIII}$ *vir. quinq.* | *flamini divi Aug.*| *patrono municipi* | *Vicus Palatius.* Infatti da l. 5 appare chiaro che il Vicus Palatius rendeva onore al patrono del capoluogo, del municipio da cui dipendeva; e non si saprebbe a quale municipio attribuirlo se non a Cales, il più vicino, e quello che sembra, topograficamente parlando, meglio comprendere la regione del Vico. D'altra parte quello stesso passo di Livio che provò la via Latina attraversava il campo Stellatino (XXII, 13, 6) prova allo stesso modo che l'agro Caleno ne era attraversato, e quindi subito ad Ovest della via, in direzione della regione che si provò essere Calena, si trova Pignataro Maggiore e cioè il Vicus Palatius. Ma forse ancora a Sud del Vicus Palatius era il confine settentrionale del Campo Stellate.

Non si deve infatti trascurare che il Campo Stellate aveva delle sue peculiarità. Si deve infatti pensare che tutte le volte che lo si trova citato (come: Cic., *de l. a.*, I, 7, 20; II, 31, 85; Liv., VI, 5, 8; IX, 44, 5; XXII, 13, 6; Suet, *Caes.*, 20; Sil., XI, 266. Iul. Obs., 37), salvo che dal *Liber prodigiorum*, lo si

(1) Cfr. Beloch, o. c., p. 370.

Digitized by Google

trova sempre indicato come " campo „ e non mai con altra qualifica; ora *campus* ha il significato di *planities*, diversamente da *ager* che significando appunto territorio può comprendere foreste, colli, monti; il che vorrebbe dire che gli antichi parlando di *Campus Stellatis* intendevano dire, se le parole hanno un significato, d'una regione pianeggiante. Ed è legittimo interpretare così questa espressione geografica, poichè essa è di uso costante nell'antichità. Ciò posto, nella determinazione del confine Est del campo si potrà giungere sino al piede delle colline che scendono al Volturno dirimpetto al Tifata, comprendendo Bellona. Un tale confine dà, come si vedrà, una certa continuità al confine del campo Stellatino ed a quello che si fisserà all'agro Campano.

Così resta fissato colla maggiore approssimazione che la scienza consenta il confine di quella regione a Nord del Volturno, che ebbe in vari tempi relazioni coll'agro Campano, e che va divisa in agro Falerno e Campo Stellate. All'agro Falerno appartiene tutto il versante Sud del Massico *uvifer* (SERVIO, *ad Aen.*, VII, 755: *Massicus mons est vitibus plenus*), la regione di Forum Popilii, seguendo poi il suo confine e le ultime propaggini di M. S. Croce per poi scendere in seguito a Sud di Sparanise. Nei dintorni di Sparanise o di Francolise doveva passare la linea di divisione fra l'agro Falerno ed il campo Stellatino, il quale occupava poi tutta la regione di pianura a Sud di Pignataro Maggiore, fino al Volturno ed alle colline di Bellona. Il fiume Volturno non era soltanto il limite meridionale del Campo Stellate, ma anche dell'agro Falerno.

A Sud del Volturno si stendeva il territorio di Capua (= odierna S. Maria di Capua Vetere) che, almeno nel 211 a. C., giungeva sino al mare. Cominciando da Est, dalla regione del Tifata, il confine dell'*ager Campanus* non è ben chiaro se comprendesse o no il monte. Da Velleio (II, 25, 4) si sa che la regione era dedicata a Diana. Dice infatti: *Post victoriam qua defendens montem Tifata cum C. Norbano concurrerat Sulla gratis Dianae, cuius numini regio illa sacrata est, solvit, aquas salubritate* [*in*] *medendisque corporibus nobilis agrosque omnis addixit deae.* E che la regione fosse proprietà della Dea, e quindi inalienabile ed imprescrittibile (cfr. fr. 30, 1, *De acquirenda vel admittenda possessione* [D., XLI, 2]) è anche provato dalle due iscrizioni:

Digitized by Google

C. I. L., X, 1, n. 3828 e *Notizie Scavi*, 1893, p. 165, in cui è fatto cenno (l. 4-5-6 della 1ª, l. 3-4-5 della 2ª) a *fines agrorum* | *dicatorum* | *Dianae Tifat* ... e che portano al sommo le lettere P. D. T. che vanno interpretate come *P(raedia) D(ianae) T(ifatinae)*. L'iscrizione 4564 del C. I. L., X, 1 (1) che dà notizia di un *pr. i. d. montis* | *Dianae Tif.* non va interpretata nel senso che il *Vicus Dianae* formasse unità politico-amministrativa a sè, poichè la magistratura di cui si fa cenno è certo straordinaria. Siccome il monte che era proprietà della Dea doveva ad ogni modo essere escluso dalle assegnazioni colonarie come dalle confische del 211 a. C., il Tifata finì, in certo senso, coll'essere distinto dal solo punto di vista del diritto privato, dall'agro Campano, di cui pure politicamente faceva parte. Ad ogni modo è certo che il confine dell'agro Campano doveva seguire il versante Ovest del monte Tifata.

Proseguendo verso Sud si incontra Calatia, che, come si sa dal *Liber Coloniarum* (p. 232), al tempo del senatusconsulto che fece *ager publicus* l'agro Campano doveva essere ancora indipendente da Capua. Cosicchè il termine che è inserito nel C. I. L., X, 1, al n. 3821: *iussu imp. Caesaris qua* | *aratrum ductum est*, trovato a Marcianise, benchè si riferisca alla ricostituzione di Calatia in colonia per sè stante, tuttavia è facile che ricostituita la colonia le siano stati dati i confini dell'antico agro Calatino e che questo termine indichi anche i primitivi confini fra Capua e Calatia.

Da Marcianise in poi la determinazione dei confini diviene estremamente incerta, poichè si entra in una regione tutta piana ed assai scarsa di ritrovamenti epigrafici.

A Sud di Capua, lungo la strada che andava a Napoli, si trovava a 9 miglia romane da Capua Atella (*Tab. Peut.* (2), Segm. VI, 4); città che, come si sa da Cicerone (*ad Q. fr.*, II, 12, 3: *est ex municipio Atellano, quod scis esse in fide nostra*), costituì municipio a sè, e se anche nel 211 a. C. fu colpito insieme coi Capuani da un unico senatusconsulto, il suo territorio non venne diviso, almeno subito, poichè fu assegnato ai Nucerini

(1) Mommsen, *Römisches Staatsrecht*, III, 1, Leipzig, 1887, p. 799.
(2) Ed. Miller, *Die Weltkarte der Castorius*, Ravensburg, 1888.

Digitized by Google

(Liv., XXVI, 16, 5; XXVII, 3, 6; Appiano, *Hann.*, 49); ad ogni modo è certo che vi fu un territorio Atellano distinto dal Capuano, come — e perchè — vi fu un municipio Atellano distinto dalla *civitas Capuae* (1).

Quanto poi si estendesse il territorio Atellano non è facile determinare, dato che di Atella ci pervennero due sole iscrizioni: quelle che nel C. I. L. (vol. X, 1) portano i numeri 3732 e 3736 (2). Una, trovata a S. Arpino, non ha per noi interesse; l'altra è molto importante, poichè fu trovata ad Aversa. È in memoria di un Cn. Monnio: (l. 2) [*in se*]*n copt. Atella*[*e*]. Ora, il reperimento in Aversa di tale iscrizione, benchè non sia ancora decisiva prova che il territorio Atellano si estendesse sino là, pure, allo stato presente delle fonti ha un valore che già si ebbe occasione di riconoscere in caso consimile per Sparanise, e che, fino a prova contraria, sarebbe assurdo mettere in dubbio. Intanto si può accettare, in base a quell'iscrizione, l'ipotesi che il territorio di Atella si stendesse verso la via Campana fino alla regione dell'odierna Aversa. Ma, ammesso che il confine dell'agro Campano non comprendeva questa regione, bisogna esaminare anche quei paesi che, come l'attuale Marano di Napoli, erano certamente finitimi coi tre territori di Atella, di Capua e di Pozzuoli, per determinare la linea divisoria fra questi.

Marano e dintorni hanno dato agli scavi 29 epigrafi, che si trovano tutte nel C. I. L., ma di tutte solo due (C. I. L., X, 1, 1807 e 1873) danno un'indicazione toponomastica, riferendosi a Puteoli. Ma non perciò si vorrà pensare che sempre il territorio Puteolano si sia esteso sino a confinare con quel di Atella. Anzi, data la natura del terreno, l'orografia attorno a Pozzuoli, e la sua storia di città essenzialmente marittima e commerciale, pare lecito pensare che il suo territorio non penetrasse molto profondamente nell'entroterra, e che ad ogni modo prima dell'èra volgare non oltrepassasse la regione collinosa che lo circonda.

---

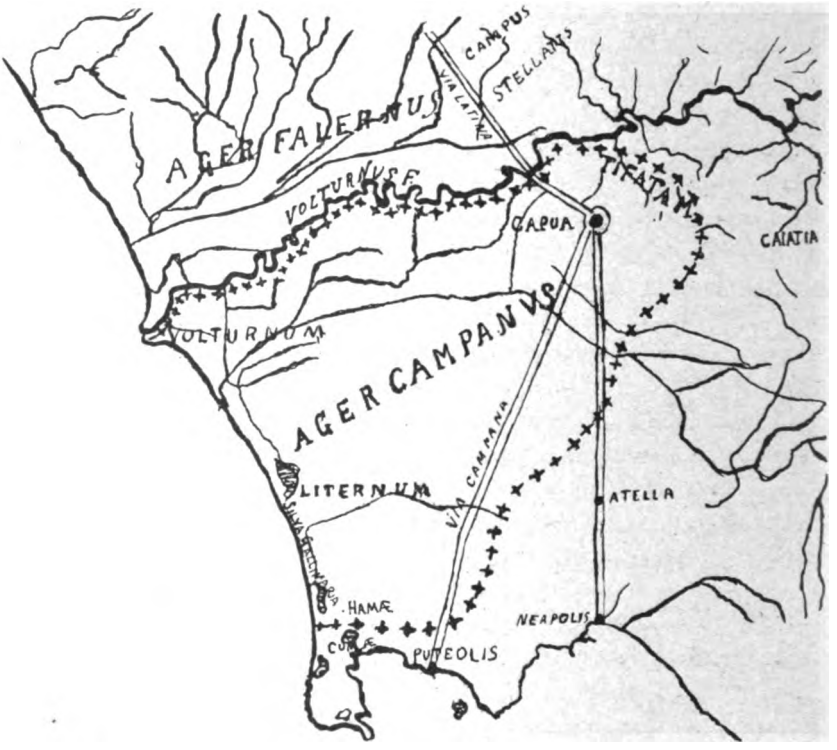
(1) V. Kubitschek, o. c., p. 16; Castaldi, in "Atti Acc. Arch. lettere e belle arti di Napoli „, vol. XXV, 1908.

(2) Gli scavi più recenti, secondo le informazioni delle *Notizie Scavi* e del Cagnat, non aggiungono nulla.

Digitized by Google

Schizzo del confine dell'agro Campano

++++++ tracciato del confine.



Da Tacito (*Hist.*, III, 57) si sa che nella guerra civile fra Vespasiano e Vitellio *praecipuo Puteolanorum in Vespasianum studio, contra Capua Vitellio fida, municipalem aemulationem bellis civilibus miscebant*; e da ciò si è arguito che colla vittoria dei Flaviani si fosse accresciuto, come compenso, il territorio a Pozzuoli, spiegando così le iscrizioni di Marano. Questa ipotesi sembra accettabile. Del resto l'orografia, come si vedrà in seguito, offre argomenti per comprendere nell'originario Agro Campano la zona di Marano. A questo punto non si è più in aperta pianura, ma si è finalmente giunti in una regione collinosa,

Digitized by Google

nelle *Leboriae*. Qui non abbonda certamente il materiale epigrafico, vi è qualche notizia di scrittore antico, ma sopratutto l'orografia aiuta molto nella ricerca.

Plinio (*H. N.*, XVIII, 114 e XXXV, 174) autorizza a credere che i *colles Leucogaei* appartenessero almeno in parte a Capua (dice Plinio, *N. H.*, XVIII, 11, 114: *inter Puteolos et Neapolim in colle Leucogeo appellato*). Ma l'indicazione Pliniana non è determinante: è abbastanza chiaro che Plinio non fa che indicare con *colles Leucogaei* la zona collinosa che forma l'*hinterland* di Pozzuoli e del suo golfo; e la chiama così probabilmente per la composizione del suolo, argilloso e caolinoso. E così pure Cicerone che (*de l. a.*, II, 14, 36) parla del *mons Gaurus* come di dominio Romano, non si riferisce certo al M. Barbaro, ma a tutta la regione collinosa Pozzuolana, per una specie di ben spiegabile metonimia. Quindi anche a questo punto si dovrebbe ripetere ciò che dissi in principio sul valore da assegnare alle indicazioni geografiche degli antichi, che io vorrei qui, come sempre, considerare ma non accettare ciecamente, per poterle utilizzare in servigio della scienza. E per essa ci pare che una cosa sola ci dicano di certo queste fonti: e cioè che il territorio Capuano si estendeva nella regione collinosa. Ma quanto e fino a dove, non lo possiamo sapere dalle fonti. Ma l'esame del terreno ci mostra che da Marano di Napoli una stretta valle separa la Flegrea propriamente detta, cioè la parte Sud del territorio intorno a Pozzuoli dagli estremi contrafforti collinosi. Questa stretta valle va a sboccare nella pianura di Quarto, e poi riprende per portare non lungi dal Lago di Licola oltre il quale c'è il mare. Ora ammesso, per le suesposte testimonianze, che almeno parte di queste colline facevano parte dell'agro Campano, sembrerebbe probabile che il confine, partendo da Marano, attraversasse la pianura di Quarto e le due vallette laterali; tanto più che allo sbocco della valletta occidentale troviamo nella regione di Torre S. Chiara la probabile sede di quella Hamae (1) che da Livio (XXIII, 35) appare essere stata confinante ed a tre miglia romane da Cuma, ove i Campani so-

(1) Per *Hamae* v. Castaldi, o. c., pp. 69-70, e *Not. Scavi dell'Acc. dei Lincei*, 1885, p. 81.

Digitized by Google

levano compiere una solennità religiosa, forse la stessa che è indicata a l. 10 dell'elenco di feste che si trova in C. I. L., X, 1, n. 3792: *VI Kal. Aug. profectio ad iter Averni*, poichè la strada del laghetto d'Averno, probabilmente seguendo le pendici del Cornara, passava per Hamae, ove si celebrava il sacrificio. Da Hamae il confine avrà toccate le rive del Lago di Licola per giungere al mare. Concludendo, si sono determinati i confini dell'agro Campano così: corso del Volturno a Nord, M. Tifata a Est. Poi il confine si lascia fuori le regioni di Marcianise e di Aversa, che vengono assegnate rispettivamente all'agro Calatino ed all'Atellano, passa a Sud di Marano di Napoli, e giunge al mare passando per la piana di Quarto. Il mare costituiva il confine occidentale.

Digitized by Google

[IMAGO] PATERNA > ant. franc. «paterne», prov. «paterna»

(REW. 6290)

Nota del Prof. SANTORRE DEBENEDETTI

Presentata dal Socio nazionale residente Luigi Valmaggi

Il vocabolo di cui ora ci occupiamo, che già si legge nella *Chanson de Roland* e nel *Boeci*, è usato con molta frequenza soprattutto dai poeti epici della Francia settentrionale. Daremo alcuni ess., scelti quasi tutti dai molti che offre il Godefroy.

Occorre specialmente nelle preghiere, nelle invocazioni, nelle esclamazioni, come: Veire *pate*[*r*]*ne*, ki unkes ne mentis, Seint Lazarun de mort resurrexis... (*Chans. de Rol.*, v. 2384), Vrais dous peres Jhesucris, Rois sor tos rois poesteis, Vraie *paterne*... (*Guillaume de Palerne*, v. 3131), Veire *paterne*, hoi cest jorn me defend! (*Chans. de Rol.*, v. 3100), Sainte *paterne*, aïe! (*Chron.* di Jord. Fantosme, ed. Michel in Append. alla *Chron. des Ducs de Norm.*, III, 553), Sainte voire *paterne*, quel chevalier a ci! (*Aye d'Avignon*, ed. Guessard e Meyer, p. 35 e cfr. pp. 39, 60, 68), Dex! dist Ogiers, sainte vraie *paterne*, Or ai ceval nul millor ne puet estre (Raimbert, *Ogier*, ed. Barrois, v. 11934).

In questi ess. *paterne* designa indeterminatamente Dio o in particolare Gesù, o accompagna come epiteto l'uno o l'altro nome, e sempre può essere sostituito da *père*.

Si notino ancora le formole di scongiurazione e di giuramento: Biaus dous frere, or me devisés *Pour la sainte paterne Dieu* En quel endroit et en quel lieu Je porai trover ces vassaus (*Rom. de Ham*, ed. Michel, *Hist. des D. de Norm. et des rois d'Anglet.*, p. 249), *Par le paterne Dieu*, qui est mon serment, je ne seray jamais aise ny a repos, fin a tant que vous serez

Digitized by Google

roine coronee (*Liv. de la Conq. de la Morée*, p. 203, Buchon), Adonc se commencha le conte D'Artois a courrouchier e a jurer *la paterne Dieu* et a cryer (sec. XIV: *Récits d'un bourgeois de Valenciennes*, p. 115, Kerv.).

Fuori di queste espressioni quasi non si trova. Cito dal *Ren. le nouv.*: Partout es cuers fauvain et ghille A mis Renart en mainte ville, Pou i a de vraie *paterne* (ed. Méon, v. 1255).

Di fronte a questa relativa abbondaza d'esempi francesi, la Provenza offre ben poco: *Boeci* 'bos christias qui cre perfeitament Deu la *paterna*, lo rei omnipotent ...' (v. 151); in una canz. attribuita a Gavaudan: 'La vera *paterna* Vos confonda E vos rebonda' (1); nella *Vie de S. Honorat*: 'per tal que miels puscam la veraya *paterna* preyar' (Raynouard, *Lex. rom.*, IV, 394). Se rari sono gli ess. antichi, in compenso, ed è buon titolo di risarcimento, la Provenza stessa ci regala un proverbio, *vièi coume paterno* (Mistral), nel quale il raro vocabolo, che il *Trésor* fa andare insieme con una compagnia che certo non gli spetta, suggellato, sopravvive (2).

Questa è la documentazione a noi nota della parola nel senso di 'Dio'. Essa fu pure adoperata con altra accezione, a significare 'imagine, figura di Dio', di che s'hanno ess., due in tutto, l'uno del XV e l'altro del sec. XVI; sui quali, costituendo essi la base d'un ragionamento scintillante e arguto, benchè forse malsicuro, d'un grande Romanista, converrà trattenersi alquanto di più.

***

Gaston Paris ha scritto a questo proposito una pagina, che fu accolta come definitiva, tanto che il risultato di essa fa testo non meno nei Lessici speciali che nel grande Dizionario etimologico del Meyer-Lübke: "Un mot curieux est *paterne*, fém.,

(1) *Aras quan plou et iverna*, rifiutata dal Jeanroy (v. *Romania*, *34*, 500).

(2) Nel *Dictionnaire portatif piémontais-français* di L. Capello (Turin, 1814-15) si registra un *vej coum paterna*, 'antique, gothique', che dovette avere una vita affatto effimera. Il Pipino non ne faceva cenno (1783), nè vi accennerà in seguito lo Zalli (1830).

Digitized by Google

qui, dans plusieurs chansons de geste et déjà dans le *Boèce* provençal, est employé comme synonyme d'abord de Dieu le père, puis de Dieu en général (1). Il résulte d'un texte cité par Carpentier que *paterna* désignait en latin une image de Dieu le père (ce qu'on appelait aussi *majestas*), en sorte qu'il faut y voir une locution abrégée pour *imago paterna* (2). Le fait que cette désignation, toute cléricale à l'origine, s'est répandue dans la langue des laïques et a fini par y signifier simplement 'Dieu', porte à croire que les images de ce genre occupaient dans les églises une place importante et de nature à frapper l'imagination. On pense à ces colossales images de Dieu le père, à ces 'majestés' en mosaïque, qui remplissent le fond des absides ou les voûtes des coupoles dans les églises byzantines, et on a peut-être le droit de voir dans l'usage vulgaire de ce mot latin une trace de la décoration usuelle des églises, tout au moins à l'époque carolingienne „ (*Mélanges linguistiques*, ed. Roques, p. 327).

Il testo citato dal Carpentier nelle sue addizioni al *Glossarium* del Du-Cange merita per più rispetti d'essere riferito:

" Paterna, Imago Patris aeterni. Ordinar. Ms. Petri Aureae-val.: *Benedicat* (abbas) *incensum et thurificet textum, et se inclinando deosculetur Paternas ipsius textus devote.* Infra: *Ebdomadarius cum ministris eat in capitulum dicendo suffragia ad hoc consueta, et se prosternant ante Paternam capituli.* Ibid.: *Cum venerint in reffectorium, omnes se inclinent ante Paternam ejusdem loci, dicendo* Pater Noster *et* Ave, Maria „.

---

(1) Parfois même spécialement de Dieu le fils (voir l'exemple de *Guillaume de Palerne*, v. 3131, cité dans Godefroy). — Dans la locution " par la paterne Dieu „, employée comme serment, il y a une sorte de pléonasme.

(2) Encore au XVI^e siècle nous voyons un peintre enluminer le canon d'un missel (il s'agit du " missel du grand autel „) " garny de sa paterne, lectres et vignettes „; voir la notice de M. Ém. Picot sur l'enlumineur parisien Guillaume Richardière dans le *Bulletin de la Soc. de l'hist. de Paris*, t. XVI, p. 38. — Godefroy traduit: " affection paternelle, sentiments paternels, qualité de père „, mais on ne trouve aucun passage qui autorise cette explication.

Digitized by Google

L'*Ordinarium* in questione proviene dunque dall'Abbazia dei canonici regolari agostiniani di Saint Pierre d'Airvault (dép. Deux-Sèvres). Non dice il Paris a che tempo appartenga, nè alcuna indicazione di età o provenienza si legge, se ho visto bene, nei copiosi indici del *Glossarium*. Sappia ad ogni modo il lettore — debbo questa notizia alla cortesia dell'illustre Maurice Prou — che l'*Ordinarium*, ora alla Naz. di Parigi, non è che del sec. XV (1).

***

La base dell'edifizio del Paris è tutta qui. Conviene dunque anzitutto postulare un *Imago paterna* per *I. patris*, come dicevano gli antichi, come si scrisse di norma nel m. e. Ma se la forma mi lascia dubbioso, ancor meno mi accontenta il ragionamento che si fa qui intorno. Queste colossali " images de Dieu le père „ non potevano " frapper l'imagination „ dei fedeli, per la semplice ragione che non c'erano. Nelle chiese Bizantine e in quelle più tarde, oltre alla Madonna, agli apostoli, ai santi, la figura che soprattutto si rappresentava era quella di Gesù (2). Null'altro la fantasia popolare vedeva nè altro poteva comprendere.

E così viene a risultarci ben poco verisimile, guardato sotto l'aspetto storico, questo *imago paterna*, che già, quanto al costrutto, richiedeva qualche appoggio d'ess. Ma c'è dell'altro. Il vocabolo *paterna*, dal significato di 'imagine del Padre', sarebbe venuto a denotare il Padre stesso, con un trapasso semasiologico che è affatto contrario alle consuetudini del linguaggio. Tuttavia, se pur vogliamo accettare siffatte singolarità, nessuno può mettere in dubbio ch'è ben curiosa la fortuna di questa parola, che nel suo senso proprio non occorre mai (eccetto che nel cit. *Ordinarium* e nella ricevuta déll'allumina-

(1) *Catalogus codicum manuscriptorum Bibliothecae regiae.* Pars tertia, tomus tertius (1744), p. 78 (n° 983).

(2) J. von Schlosser, *Quellenbuch für Kunstgeschichte des abendländischen Mittelalters*, in *Quellenschriften für Kunstgeschichte*, vol. VII; Id., *Schriftquellen zur Geschichte der Karolingischen Kunst*, ivi, vol. IV.

Digitized by Google

tore parigino, secc. XV e XVI) e nel figurato una moltitudine di volte, incominciando almeno dal sec. XI. E che diremo infine di espressioni come *par la paterne Dieu*? Sarà lecito senz'altro cavarsela ammettendo che qui s'abbia semplicemente ' une sorte de pléonasme ' ?

La congettura esposta dovette parere luminosa, definitiva, perchè soddisfa pienamente alle esigenze della fonetica; ma trascura troppi altri elementi d'ordine storico perchè si possa accettare.

***

Credo convenga battere un'altra strada. Ricordo un passo della Vulgata: " Flecto genua mea ad Patrem Domini nostri Jesu Christi, ex quo omnis *paternitas* in caelis et in terra nominatur „ (*Ephes.*, 3, 14). Certo in grazia del gran Libro la parola ebbe diffusione e fortuna nella tarda latinità, così ricca di termini astratti, così amica delle derivazioni in *-tas*. Non mancò invero S. Gerolamo di chiarir bene il significato di questo ebraismo:

" Porro quod sequitur, *ad Patrem, ex quo omnis paternitas in coelis et in terra nominatur,* non ut latinis codicibus additum est, *ad Patrem Domini nostri Jesu Christi*, sed simpliciter, *ad Patrem*, legendum; ut Dei Patris nomen, non Domino nostro Jesu Christo, sed omnibus creaturis rationabilibus coaptetur. Quaerendum ergo: quomodo ex Deo Patre omnis paternitas in coelis et in terra sit nominata. Et simul antequam aliquid retractetur, notandum, quod non dixerit, *ex quo omnis paternitas in coelis et in terra nata est,* vel *creata*: sed, *ex quo omnis paternitas in coelis et in terra nominatur.* Aliud est enim appellationem paternitatis mereri, aliud naturae habere consortium: paternitatem quae in graeco *πατριὰ*, in hebraeo *mesphath*, id est, *cognatio* vel *familia* dicitur, legitur et in Numeris *ecc.* „ (*in Ephes.* II ad 3, 14) (1).

---

(1) La parola è citata, senz'altro aggiungere, da H. Goelzer, *Étude lexicographique et grammaticale de la latinité de Saint Jérome*, Paris, 1884, p. 103.

Digitized by Google

Ma nota che già S. Avito viene ad usare 'ineffabilis paternitas' proprio nel senso di 'Deus Pater': " Nec in evangeliis ipse [Apostolus] dixisset: Tantum dilexit deus mundum, ut filium suum unicum daret. Non electum ergo ab ipsa ineffabili paternitate, sed genitum, cui tam deo quam homini vero, in utraque natura fideliter proprio, in divinitate mansisse de patre, in corpore coepisse de matre est „ (ed. Peiper, p. 61, 31) (1). Per la fortuna della parola sarà superfluo avvertire che essa, sin dal sec. IX, è usata come titolo onorifico dei vescovi e degli abati (*Paternitas vestra*).

Per ciò che riguarda i suoni, non riesco a trovare, e sarà mia ignoranza, riscontri veramente calzanti. Ess. come *prince, page, virge*, per il franc. *paterne*, si citano appunto in mancanza di meglio. In compenso, sebbene io debba andare a cercare un po' lontano, il venez. *fraterna* 'confraternita', che ricavo da un artic. del Rajna (2), par bene offrire un magnifico 'pendant' al *paterna* provenzale. E così si lascia ora senza soluzione il dubbio se sia questa nostra un'innovazione del Nord o del Mezzodì della Francia.

Circa il significato, null'altro è che quello di PATER. Non manca d'interesse la circostanza che in certi codd. della *Chans. de Rol.* si risponde al v. 'Veire *pate*[*r*]*ne*, ki unkes ne mentis', citato poco fa, in questa forma:

P. 146, 10. Ahi voirs *peres*, qui onques ne mentis.
L. 100, 9. Verais *rois sire*, qui onques ne mantis.
T. 128, 10. Urai doux *pere*, qui onc ne mentis (3).

E come *Père* sovente s'attribuiva al Figlio, così avverrà di *paterne*. Gli aggettivi che l'accompagnano sono appunto quelli stessi che troviamo colla designazione dell'una o dell'altra Persona.

---

(1) Cfr. H. Goolzer, *Le latin de Saint Avit évêque de Vienne* (450?-526?), Paris, 1909, p. 474.

(2) *Intorno alla etimologia dei vocaboli* rità *ecc.*, in " Rendic. Lincei „, 1891, 2° semestre, p. 340.

(3) Sono i noti codd. della Naz. di Parigi (sec. XIII), di Lione (sec. XIV), del Trinity College di Cambridge (sec. XV), pubbl. dal Foerster nel vol. VII dell'*Altfranz. Bibliothek*.

Digitized by Google

Nelle formole di scongiurazione e di giuramento *par* (o *pour*) *la paterne Dieu* non saprei davvero acconciarmi a ravvisare una specie di pleonasmo. Si pensi invece quanto l'antico franc. (e il provenz.) amassero esprimere col caso obliquo il complemento determinativo, e si avrà la spiegazione più probabile di questo costrutto, ove di necessità al determinato si viene a mantenere la sua significazione generica ed astratta. La collocazione dei termini (determinato — determinante) dimostra, e gli ess. confermano, che siffatte espressioni sono relativamente tarde (cfr. *pro Deo amur, li Deo inimi* ecc.).

Lasciavo poco fa in sospeso il dubbio ove sia nato il riflesso volgare di PATERNITAS, se in Francia o in Provenza, chè non credo di dover concedere tanto al caso da ammettere che l'innovazione si sia, nei due territori limitrofi, prodotta indipendentemente. Quando penso che rari sono gli ess. in lingua d'*oc*, mentre quella d'*oil* ne offre a bizzeffe, e che il primo testo provenz. ove occorre si collega colla letteratura del Nord per il metro (l'A. adopera la *laisse* senza conoscerne bene il preciso valore) e colla lingua per più d'un elemento (elementi effettivi, che si faran più numerosi ove si strappi la maschera a certe false rime), mi vedo indotto a pensare che questo vocabolo, usato soprattutto nel linguaggio epico, sia di origine francese: sì che altro in ultima analisi non sarebbe *la paterna* che il franc. *la paterne* (foggiato da qualche dotto Abate, che operava, per così dire, a caso vergine (1) in bocca provenzale.

D'altro lato, se riguardiamo le cose più da vicino, i numerosi ess. del linguaggio epico si riducono a ben poca cosa, data l'azione che su di esso ha esercitato il *Roland*, data la tendenza di questi poemi a ripetere l'un dall'altro, sino alla sazietà, i mezzi d'espressione. Ed anche ciò che dicevamo intorno all'elemento settentrionale nel *Boeci* si scolorisce e perde assai di valore qualora si consideri che l'es. ch'esso ci offre è di natura diversa da quello del *Roland*, e par meglio appartenere al di-

(1) Il riflesso dell'obl., cioè *paternité*, *paternitet* non compare che più tardi: i Dizz. Godefroy e Hatzfeld-Darmesteter ne conoscono solo due ess., l'uno della *Chron. des D. de Norm.*, l'altro delle *Lamentations* di Gillon le Muisit.

Digitized by Google

scorso corrente e vivo. Quando infine si aggiunga una circostanza di tanto peso qual è la sopravvivenza (1), sarà forse meglio porre innanzi la congettura che *paterna*, della nativa Provenza, ove non ebbe fortuna, abbia trovato la sua consacrazione letteraria nella Francia del Nord.

Da *paterne* 'Dio Padre' il trapasso ad 'imagine del Signore' è ovvio: O non diventa la *maiestas Domini* o *Deiparae* o di qualsivoglia santo, proprio l'imagine stessa di Dio o della Vergine o del Santo? E che diremo delle monete e di tanti altri oggetti, i quali così volentieri prendono il nome dalla figura effigiata? I passi citati dal Carpentier son chiari. Ma invece di far derivare *paterne* da [IMAGO] PATERNA, conviene riguardare le cose da un punto di vista diametralmente opposto e considerare il PATERNA dell'*Ordinarium* come un volgarismo.

---

(1) Nel Mezzodì, che rispetto al Nord si presenta così arcaico, così conservativo, la parola si mantiene, come abbiamo visto, in un proverbio, che ebbe l'audacia di fare una rapida incursione in Piemonte, rapida e poco fortunata.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 9 Luglio 1922

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi Herlitzka, Pochettino e Parona, che funge da Segretario;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, il Vice Presidente Ruffini ed i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Cian, Pacchioni, Faggi e Luzio.

Scusano l'assenza i Soci Stampini e Prato.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Com'è richiesto dall'ordine del giorno, si procede alla votazione per il conferimento del premio Gautieri di Filosofia (per il triennio 1918-1920), ed il Presidente dà lettura delle norme prescritte dal Regolamento apposito. Colla votazione l'Accademia approva — 20 sì ed 1 no — la proposta della Commissione, quale risulta dalla conclusione della Relazione; ed il Presidente proclama che il premio è conferito, diviso in parti uguali, ai due concorrenti, signori Armando Carlini e Adolfo Levi.

Digitized by Google

Durante lo spoglio delle schede esce il Socio Faggi ed entra il Socio Mosca.

Si passa quindi alla elezione del Socio Tesoriere, essendo scaduto dalla carica per compiuto triennio il Socio G. Prato, ed il Presidente avverte che, a norma dello Statuto, il collega è rieleggibile per un secondo triennio. Il Socio Giuseppe Prato è rieletto Tesoriere coll'unanimità dei voti. Il Presidente, proclamando, salva l'approvazione Sovrana, il risultato della votazione, esprime il suo compiacimento per la dimostrazione di stima data dall'Accademia al collega Prato, benemerito amministratore, che resse con zelo e fortuna le finanze accademiche in momenti difficili. I presenti dimostrano il loro consenso.

Il Presidente toglie l'adunanza con saluti e auguri cordiali ai colleghi, che rispondono con un caldo applauso.

Gli Accademici Segretari:
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

Digitized by Google

INDICE

DEL VOLUME LVII.

Presidenti della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . . *Pag.* III

Elenco degli Accademici Nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1922 . . . » V

Mutazioni avvenute nel Corpo accademico dal 1° gennaio al 31 dicembre 1921 . . . . . » XIX

Premio di fondazione Gautieri (*Storia*, 1919-1921). Programma. » 158

Adunanze:

Sunti degli Atti verbali delle Classi Unite. . . . . » 372, 403, 475, 569, 597, 625.

Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. . . . . » 1, 47, 105, 159, 186, 237, 266, 305, 310, 349, 383, 477, 487, 523, 571.

Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . . . . . » 19, 103, 117, 164, 220, 238, 303, 308, 345, 369, 405, 484, 497, 548, 602.

Alessio (A.). — La legge esponenziale della probabilità nella teoria degli errori . . . . . » 4

Bertacchi (Cosimo). — Il prof. Enrico Dal Pozzo di Mombello autore di un *Inno all'Atomo* . . . . . » 21

Burali-Forti (C.). — Operatori per le iperomografie . . . » 285

Caldi (Amalia). — Studio del campo di forza esistente nel dielettrico polarizzato di un condensatore sferico . . . . » 267

Cassina (U.). — Volume, area, lunghezza e curvatura di una figura » 205

Cognetti de Martiis (Luigi). — Sull'abbozzo degli organi parietali negli Iguanidi (con una tavola) . . . . . » 478

Corte (Giovanni). — Le funzioni plurisimmetriche in più gruppi di variabili e le interpretazioni in Geometria numerativa . » 54

Debenedetti (Santorre). — [Imago] Paterna ⟩ ant. franc. *paterne*, prov. *paterna* . . . . . » 617

Digitized by Google

De Sanctis (Gaetano). — Una lettera degli Scipioni . . *Pag.* 242
— Relazione intorno al terzo congresso della Unione Accademica Internazionale . . . . . » 552
Faggi (Adolfo). — Le idee filosofiche di Dante. . . . . » 250
Foà (Emanuele), Vedi Montel (Benedetto Luigi).
Gherardelli (Luigi). — Sulla dimostrazione del teorema di Castigliano (da una lettera al prof. Gustavo Colonnetti) . . » 494
Grassi (Guido). — Un opuscolo del prof. G. Guglielmo dal titolo: *Intorno ad alcune dimostrazioni del prof. Grassi e di altri* » 17
Levi (Mario Attilio). — La cronologia degli strateghi Etolici degli anni 221-168 a. C. . . . . » 179
— I confini dell'Agro Campano . . . . . » 604
Luzio (Alessandro). — Carlo Alberto e il Cottolengo -- Documenti inediti . . . . . » 407
Majorana (Quirino). — Commemorazione di Augusto Righi . » 106
Maresca (Mariano). — La Sensazione (Analisi gnoseologica) . » 435
Margani (Margherita). — Sull'autenticità di una lettera attribuita a G. Galilei . . . . . » 556
Mazzantini (Carlo). — Osservazioni critiche sulla Pedagogia di Giovanni Gentile . . . . . » 499
Montel (Benedetto Luigi) e Foà (Emanuele). — Misura della portata di una vena fluida gassosa . . . . . » 525
Negri (Giovanni). — Contributo alla Briologia della Cirenaica » 586
Parona (Carlo Fabrizio). — Commemorazione di Giovanni Capellini » 569
Peano (G.). — Operazioni sulle grandezze . . . . . » 311
Perucca (Eligio). — Le proprietà superficiali del mercurio dedotte da misure voltaiche . . . . . » 81
— Tensione superficiale e proprietà voltaiche del mercurio . » 541
Pino-Branca (Alfredo). — Lo statuto del Gremio degli Ortolani di Cagliari (1426-1721) . . . . . » 119
Pochettino (Alfredo). — Sul galvanometro a corda di Einthoven » 71
Pomini (Ottorino). — Sul Calcolo delle Ruote dentate . . . » 332
Ponzio (Giacomo). — Sui composti degli α-ossiminochetoni col cobalto » 49
— Ricerche sulle diossime . . . . . » 384
— e Ruggeri (Gustavo). — Ricerche sulle diossime . . . . » 187
Prato (Giuseppe). — Le vie del transito commerciale in Piemonte nell'epoca pre-ferroviaria . . . . . » 166
Ruggeri (Gustavo), Vedi Ponzio (Giacomo).
Sacco (Federico). — Sul gigantismo di alcune forme eoceniche dell'Istria . . . . . » 351
— Sopra un caso speciale di Litofagia . . . . . » 488
— Sul gigantismo di alcune forme fossili dell'Istria . . . » 592
Sannia (Gustavo). — Calcolo differenziale assoluto con una variabile e geometria affine delle curve piane . . . . . » 293
— Geometria affine-differenziale delle curve sghembe . . . » 358
Segre (Corrado). — Max Noether e Hermann Schwarz . . . » 161
— Le superficie degl'iperspazi con una doppia infinità di curve spaziali . . . . . » 575

Digitized by Google

Sesini (Ottorino). — Sul calcolo approssimato delle deformazioni di travi reticolari iperstatiche . . . . . *Pag.* 9
— Sull'avvolgimento dei fili o dei trefoli per formare un cavo metallico . . . . . » 217
Sforza (Giovanni). — Un principe di Massa poeta (Carlo Cybo Malaspina) . . . . . » 27
— Gli antenati di Ennio Quirino Visconti . . . . . » 223
Somigliana (Carlo). — Relazione della Commissione per il XXII premio Bressa per il quadriennio 1917-1920 . . . . . » 375
Stampini (Ettore). — La commemorazione centenaria di Stefano Antonio Morcelli . . . . . » 135
— Laeta tristia. Ad Aloisium Martini Sacerdotem Elegi . . . » 517
Togliatti (Eugenio G.). — Sulle varietà a k dimensioni contenenti almeno ∞^k rette . . . . . » 91
Vidari (Giovanni). — Relazione sul concorso per il premio Gautieri di filosofia per il triennio 1918–1920 . . . . . » 598

	ERRATA	CORRIGE
Pag. 544 ultima riga	variazioni, perciò	variazioni; inoltre la proprietà voltaica dipende dal potenziale intrinseco, quindi dalla potenza del doppio strato di Frenkel, la tensione superficiale dipende dall'energia del doppio strato per $cm.^2$; perciò
» 546 29ª riga	da	in quanto può esser lecita

Digitized by Google

Digitized by Google

T ULA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

UNIVERSITY OF ILLINOIS LIBRARY
NOV 30 1923

VOL. LVII, DISP. 15ª, 1921-1922

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1922

Digitized by Google

Digitized by Google

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis e P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 25 Giugno 1922 . *Pag.* 569

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 25 Giugno 1922 . *Pag.* 571
Segre (Corrado). — Le superficie degl'iperspazi con una doppia infinità di curve spaziali . . . . . „ 575
Negri (Giovanni). — Contributo alla Briologia della Cirenaica „ 586
Sacco (Federico). — Sul gigantismo di alcune forme fossili dell'Istria „ 592

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 2 Luglio 1922 . *Pag.* 597
Vidari (Giovanni). — Relazione sul concorso per il premio Gautieri di filosofia per il triennio 1918-1920 . . . . . „ 598

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 2 Luglio 1922 . *Pag.* 602
Levi (Attilio). — I confini dell'Agro Campano . . . . . „ 604
Debenedetti (Santorre). — [Imago] Paterna ⟩ ant. franc. *paterne*, prov. *paterna* . . . . . „ 617

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 9 Luglio 1922 . *Pag.* 625
Indice del volume LVII . . . . . „ 627

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 071174186

Digitized by Google